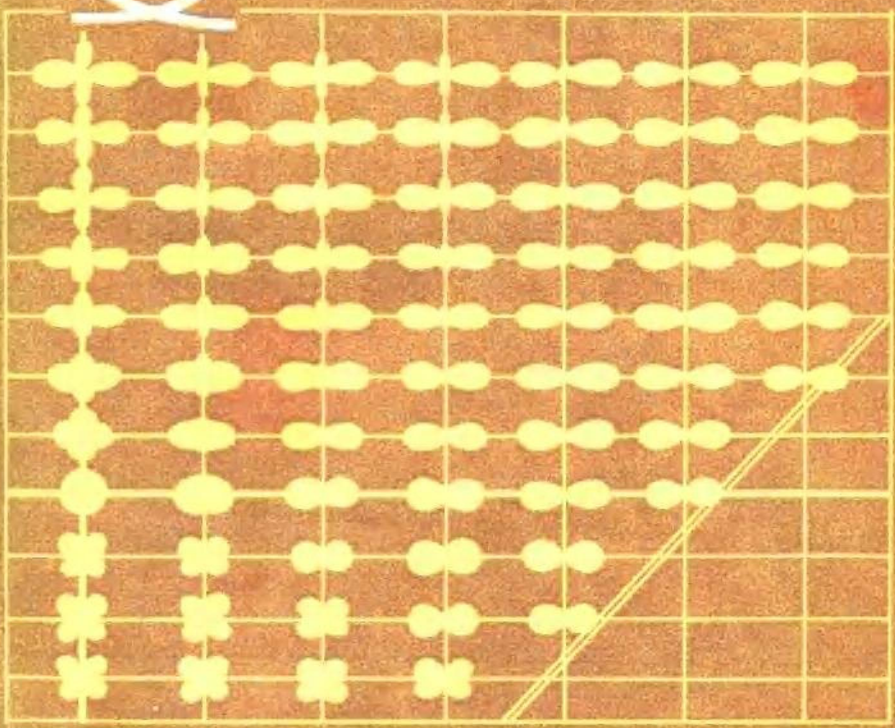
原子核裂变

〔美〕R.范登博施
J.R.休伊曾加



原子能出版社

VISIT…

LANZAROTE Caliente.com

原 子 核 裂 变

[美]R. 范登博施　　J. R. 休伊曾加
黄 胜 年 等译

原子能出版社

内 容 简 介

本书是一本关于原子核裂变物理学的专业参考书。全面而系统地介绍了裂变过程各阶段及各有关方面的实验资料、理论工作及存在的问题。在已出版的有关裂变物理学的综合评论中，是最为详尽完整的。全书共分十四章，分别讨论了裂变势垒、自发裂变、裂变共振宽度、过渡核能级、碎片角分布、裂变与中子竞争、碎片的动能分布、质量分布、电荷分布、裂变中子、裂变γ射线以及三分裂等问题。

本书可供核物理、放射化学专业的科学工作者、教师、高年级大学生以及其他有关专业的工作人员参考。

原子核裂变
[美]R.范登博施 J.R.休伊曾加
黄 胜 年 等译
原子能出版社出版
(北京2108信箱)
北京印刷一厂印刷
(北京市西便门)
新华书店北京发行所发行·新华书店经售
☆
开本850×1168 1/32·印张 13 5/8·字数 363 千字
1980年 12 月第一版·1980年 12 月第一次印刷
印数001—2100·统一书号：15175·209
定价： 1.95元

翻 译 说 明

本书是关于原子核裂变的一部专著。全书共十四章，分别就裂变物理学的各个方面，介绍了主要的实验事实及理论解释。应当说，一切重要的问题都在书中得到了反映。我们认为，这是同类书籍中较好而又较新的一本，所以有必要把它译成中文，以供核物理、放射化学专业的科学工作者、教师、高年级大学生以及其他有关专业的工作人员参考。

原著涉及的问题面很广，由于译者水平有限，因此译文难免有许多欠妥当，甚至错误之处，我们希望读者批评指正。原书中的一些错误，在翻译时尽可能作了订正。

鉴于原书是1973年出版的，几年来又有了若干新的资料，为此我们列出下面几篇综述文章，供有兴趣的读者参阅。这些文章是：

Michaudon (1973): *Advances in Nucl. Phys.* Vol. 6. p. 1.
Hoffman (1974): *Ann. Rev. Nucl. Sci.* Vol. 24. P. 151.
Vandenbosch (1977): *Ann. Rev. Nucl. Sci.* Vol. 27. p. 1.
Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission held in Rochester 1973. Vol. 1 *and* 2.

参加本书翻译工作的有：黄胜年、许谨诚、王大海、张焕乔、周书华、周蕙明、张百生、刘祖华、韩洪银、包宗渝。黄胜年同志对全书译稿进行了审校。

目　　录

第一章　引言 …… 1
A．裂变的发现 …… 1
B．本书各章大意 …… 3
参考文献 …… 13
第二章　裂变势垒 …… 15
A．液滴模型 …… 15
1．引言 …… 15
2．势能图和裂变势垒 …… 17
a．对称形变 …… 17
b．液滴模型的改进 …… 20
c．平衡形状相对于不对称变形的稳定性 …… 22
3．势垒曲率 …… 22
B．单粒子模型 …… 24
1．引言 …… 24
2．变形能的单粒子计算 …… 25
C．Strutinsky 混合模型 …… 26
1．壳修正方法 …… 26
2．预测的超重元素势垒 …… 33
3．把 Strutinsky 方法扩展到反射不对称鞍点形状 …… 36
D．裂变势垒高度的系统学 …… 36
E．鞍点处的激发 …… 40
参考文献 …… 42
第三章　自发裂变 …… 44
A．引言 …… 44
B．基态自发裂变半衰期的系统学 …… 44
C．裂变势垒的穿透 …… 50
D．自发裂变同质异能素 …… 58
参考文献 …… 77
第四章　由中子共振研究确定裂变宽度 …… 81
A．共振自旋的确定 …… 81
1．中子散射 …… 81
2．能级间的干涉 …… 82

3. 核的取向……82
4. 极化中子对极化靶的透射……84
5. γ射线的多重性……85
6. 特定俘获γ射线的相对强度……85
B. 平均裂变宽度……88
C. 宽度分布……92
D. 显著依赖于共振自旋的裂变特性……94
1. 碎片质量的不对称性……94
2. 释放动能……95
3. 中子的数目……95
4. 三分裂与二分裂之比……95
E. 重核双势阱中的中间能级……96
F. （n，γf）过程……105
参考文献……108
第五章 通过研究若干反应来测定过渡核的低伏能级特性……110
A. 引言……110
B. 光致裂变……113
1. 偶核靶……113
2. 奇A靶核……134
a、^{239}Pu的偶极光致裂变……134
b、自旋为5/2靶核的偶极光致裂变……142
c、自旋为7/2靶核的偶极光致裂变……146
C. 中子引起的裂变……147
1. 奇A过渡核（偶偶靶核中子裂变过程中形成的）……147
2. 奇质量数过渡核（双峰势垒穿透）……163
3. 偶偶过渡核（通过奇N靶核中子裂变形成的）……169
D. 直接反应中受激核的裂变……175
1. 引言……175
2. 偶偶过渡核的裂变……181
3. 奇A过渡核的裂变……187
参考文献……189
第六章 中等激发能到高激发能的裂变碎片角分布……192
A. 引言……192
B. 用统计模型描述的过渡态的角分布理论……193
1. 精确的理论表达式……193
2. 近似的理论表达式……196

3．各种理论表达式的比较……………………………………………………200

C．实验裂变碎片角分布……………………………………………………203

D．考虑到核的对效应时理论的改进………………………………………213

E．过渡核的形状……………………………………………………………221

F．特定质量裂变碎片的角度各向异性……………………………………225

G．裂变碎片之间的角关联…………………………………………………228

参考文献……………………………………………………………………232

第七章　裂变和中子发射之间的竞争………………………………………233

A．实验测定低激发能和中激发能的Γ_n/Γ_f值……………………233

1．裂变截面……………………………………………………………………233

2．光致裂变截面和光中子截面………………………………………………236

3．从高能中子裂变截面导出的Γ_n/Γ_f平均值………………………237

4．从带电粒子引起的散裂反应截面导出的Γ_n/Γ_f平均值…………239

5．Γ_n/Γ_f实验值的概况………………………………………………243

B．关于Γ_n/Γ_f的理论预言……………………………………………244

1．低能处的中子宽度和裂变宽度……………………………………………244

2．Γ_n/Γ_f随激发能的变化…………………………………………250

3．能级密度参数a与形变的关系……………………………………………258

C．角动量对于Γ_n/Γ_f的影响……………………………………………262

1．理论考虑……………………………………………………………………262

2．与实验作比较………………………………………………………………269

3．直接裂变……………………………………………………………………270

参考文献……………………………………………………………………271

第八章　裂变势垒高度…………………………………………………………273

A．裂变势垒高度的实验值……………………………………………………273

B．从核反应定出裂变势垒高度的方法………………………………………273

1．从Γ_n/Γ_f与激发能的关系导出势垒高度……………………………273

2．从(n, f)、(t, pf)、(t, df)及(d, pf)激发函数导出势垒高度………………274

3．从光致裂变激发函数导出势垒高度………………………………………276

4．呈现双垒核的势垒高度……………………………………………………276

参考文献……………………………………………………………………277

第九章　鞍点到断裂点的运动：质量与能量分布理论……………………278

A．引言…………………………………………………………………………278

B．绝热模型……………………………………………………………………281

1．液滴模型……………………………………………………………………281

2．势能曲面上及从鞍点下降到断裂点动力学上的单粒子效应……………292

a．包括奇多极变形形状的势能曲面图………………………………………292

b．势能曲面与质量不对称度…… 299
c．在势能曲面上（经特定的壳结构修正的势能曲面）下降运动的动力学…… 301
C．裂变的非绝热模型…… 302
1．裂变的统计理论…… 302
2．一个运动学主导模型…… 306
参考文献…… 307
第十章　裂变时释放的动能…… 308
A．总动能与裂变核的质量及电荷的关系…… 308
B．总动能与质量分配的关系…… 311
C．总动能与激发能的关系…… 319
D．总动能与角动量的关系…… 320
E．总动能与电荷分配的关系…… 321
参考文献…… 322
第十一章　裂变的质量分布和电荷分布…… 323
A．质量分布…… 323
1．引言…… 323
2．自发裂变…… 323
3．粒子引起的裂变…… 329
4．原始裂变碎片及裂变产物质量分布中的精细结构…… 337
5．自发裂变同质异能素的质量分布…… 340
B．电荷分布…… 342
1．低能裂变的电荷分布…… 342
2．电荷分配与激发能的关系…… 351
参考文献…… 353
第十二章　裂变瞬发中子…… 354
A．引言…… 354
B．低能裂变的总中子产额…… 354
1．发射中子的时间尺度…… 354
2．各种裂变核素的平均中子产额 $\bar{\nu}$…… 356
3．发射中子数目的分布…… 358
4．中子产额随激发能的变化…… 359
5．中子能谱…… 363
C．中子产额与碎片质量的关系…… 364
D．互补碎片中子产额之间的关联…… 370
E．中子动能与碎片质量的关系…… 372
参考文献…… 374
第十三章　原始裂变产物的γ射线…… 377

A．引言……………………………………………………………………………377
B．所有质量的碎片发出的γ射线……………………………………………………378
1．发射时间……………………………………………………………………………378
2．γ射线的能谱………………………………………………………………………379
3．裂变γ射线的角分布 ……………………………………………………………380
C．γ射线产额和能量对碎片质量的依赖关系……………………………………383
D．KX射线和内转换电子 …………………………………………………………387
E．同质异能素产额比及转动态布居作为碎片角动量的量度……………………388
1．同质异能素产额比…………………………………………………………………388
2．基态带布居…………………………………………………………………………389
3．特定退激γ射线的各向异性………………………………………………………390
F．裂变碎片角动量的理论估计……………………………………………………391
参考文献…………………………………………………………………………………392
第十四章　三分裂 ……………………………………………………………………394
A．轻粒子伴随裂变……………………………………………………………………394
1．裂变过程中发射带电粒子的机制…………………………………………………394
2．产额与核种类及激发能的依赖关系………………………………………………396
3．各种轻粒子的相对产额……………………………………………………………398
4．轻带电粒子的角分布和能量分布…………………………………………………402
5．α粒子伴随裂变的几率与质量分配的关系………………………………………416
6．α伴随裂变中的能量平衡…………………………………………………………419
B．三个碎片质量差不多的裂变………………………………………………………420
参考文献…………………………………………………………………………………426

第一章 引 言

A. 裂变的发现

在中子被发现之后，Fermi (1934)等人着手进行了一系列的实验，其中之一就是用中子去照射天然铀。当时希望，这样的照射也许会导致产生93号或甚至原子序数更高的元素，因为设想铀俘获中子之后，会发生一次或几次相继的β衰变。这些早期的实验促使一大批研究工作者去努力弄清中子照射铀钍以后产生的许多放射性的性质。Fermi 宣称发现了超铀元素一事，自然引起了化学家的极大兴趣。一些研究者把这些新的放射性物质与不同的超铀元素联系起来，如类铼、类锇、类铱，而另一些人则认为是镭和锕。天然铀在中子轰击后竟会产生这么许多种类不同的放射性物质，这使人们对于原来的解释(发现超铀元素)提出了许多问题和怀疑。从1934直到1938年，超铀元素领域里是一片混乱。只要读一下当时Quill (1938)关于超铀化学的综述文章，就可以了解这种情况。

1938年Hahn和Strassman发表了一篇文章，再一次肯定了以前的结果，即采用Ba和La两种载体，则与Ba共沉淀的有三种放射性物质，其半衰期为25分、110分和几天。它们生长的子体与La共沉淀，相应的半衰期是40分、4小时和60小时。与Ba共沉淀的放射性被认为是^{231}Ra的同质异能态，而与La共沉淀的则认为是^{231}Ac的同质异能态。产生这些放射性的核反应假定是^{238}U$(n,2\alpha)^{231}$Ra。这种假设的$(n,2\alpha)$过程(从铀产生镭)既可用热中子实现，又可用快中子实现。这一事实使人们怀疑：反应过程是否被错误地解释了。因此，Hahn和Strassman (1939)完成了一系列精心的实验，来对某些所谓的“镭”和“锕”放射性作严格的

化学鉴定。问题中的“镭”放射性物质，在化学性质上与钡极为相似，因此它只可能是镭或钡。为了排除一切怀疑，确定它到底是镭还是钡，作了一些专门的实验来区分它们。大大出于实验者的意料之外，这些放射性物质竟是与钡一起走的。这个事实使得有理由推断，其子体“锕”放射性物质实际上是镧的同位素，事实证明确是如此。

这些意外而令人惊异的结果意味着，铀原子核受到中子照射时会分裂成为中等质量的碎片。实验的作者在对这一发现给出上述解释时作了不少保留，因为这一结论似乎与当时所知的核性质是不相容的。但是，后来又做了一些实验，结果进一步支持这种解释。在第二篇明确的论文中，Hahn和Strassman(1939)表明，以前所报道的“镭”和“锕”放射性物质，不可置疑地分别是钡和镧的同位素。

Meitner和Frisch(1939)认识到，假如一个原子核分裂成为两块质量相近的碎片，那么两碎片之间的库仑斥力将会产生约200 MeV的总动能，这么大的能量可由原始核与二产物核之间的质量差来提供。Frisch(1939)很快在实验上证实了这一点，他观察到碎片在电离室里产生巨大的脉冲。

这个发现——一个重核俘获了热中子(或低能中子)后会断裂成两个中等质量的碎片——在理论上引起了新的问题。Meitner和Frisch(1939)是首先在核液滴模型基础上提出理论解释的人。他们指出，正如一个液滴在振动时可能分裂成两滴一样，原子核也许有可能分成两个较小的核。这两人在讨论核的稳定性时，考虑了内聚的短程力(类似于表面张力)和静电排斥能两种作用。接着他们估算出，$Z=100$的核将会立即分裂开来。既然铀的核电荷只比100略小，那么看来很可能，在接受(由中子结合能所提供的)中等大小的激发能时，铀核将会分成两个核。为了描述这一令人惊异的新现象，Meitner和Frisch建议把它叫做核“裂变”(类似于生物学中细胞的分裂过程)。很快相继发表了一批论文，讨论原子核对于裂变的稳定性问题，其中特别详尽的是Bohr和Wheeler

(1939)关于裂变理论的那篇全面而经典的论文。关于当年导致发现裂变现象的突出事件以及裂变被发现以后立即迸发的科学界活跃的情形，Turner (1940)有一篇很好的综述。在Turner文章的末尾，附有1934—1939期间的早期文献索引。

B. 本书各章大意

核裂变是一个极其复杂的反应，它是一个核经过激烈变化重新组合成两个核的过程。自从裂变发现以来已经过了三十多年，有关裂变实验和理论的各个方面发表了大量的论文。在以后各章里，我们打算系统地、有条理地涉及裂变现象的各个方面；但是，本书在某种程度上只作一般性的介绍，而并不想无遗漏地全面评述所有有关裂变的工作。只是在我们认为对于了解裂变会有特别意义的问题上，才作较仔细的论述。

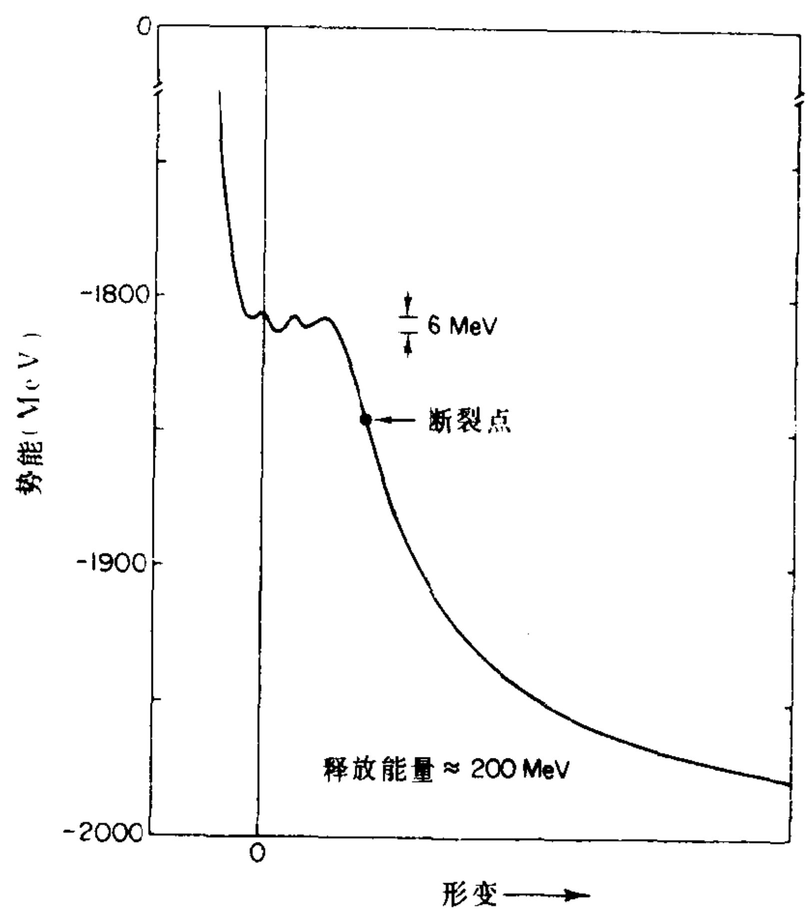
已经有一批综合介绍裂变的文献资料。Hyde (1964)综述了许多较早的裂变数据。此外，由国际原子能机构(IAEA)组织的历届裂变物理与化学讨论会(1965年在萨尔茨堡、1969年在维也纳举行[注])文集，给出了关于裂变数据和理论的详细资料。另外一些关于裂变的不同方面的综述文章是：Halpern (1959)、Huizenga和Vandenbosch (1962)、Wheeler(1963)、Huizenga(1965)、Wilets (1964)、Fraser和Milton (1966)、Gindler 和Huizenga (1967)、Fong (1969)以及Back等(1972)。

因为裂变是一个包含很多事件的复杂过程，所以我们打算按照事件发生的次序来叙述它，即从激发复合核的形成开始讲起(当然，自发裂变是从原始核的基态上发生的)，而以放射性裂变产物的衰变收尾。虽然在讨论裂变过程时，比较自然地可划分成三个主要题目，即关于中间过渡态核、断裂组态以及断裂后现象；但应注意到这种划分只是为了讲课方便，并没有十分严格的意义。

第二至第八章是讲过渡核的。第二章讨论裂变势垒的各种理论模型。尽管原子核的带电液滴模型在描述裂变势垒的主要性质

[注] 第三届(1973年)在罗彻斯特举行。

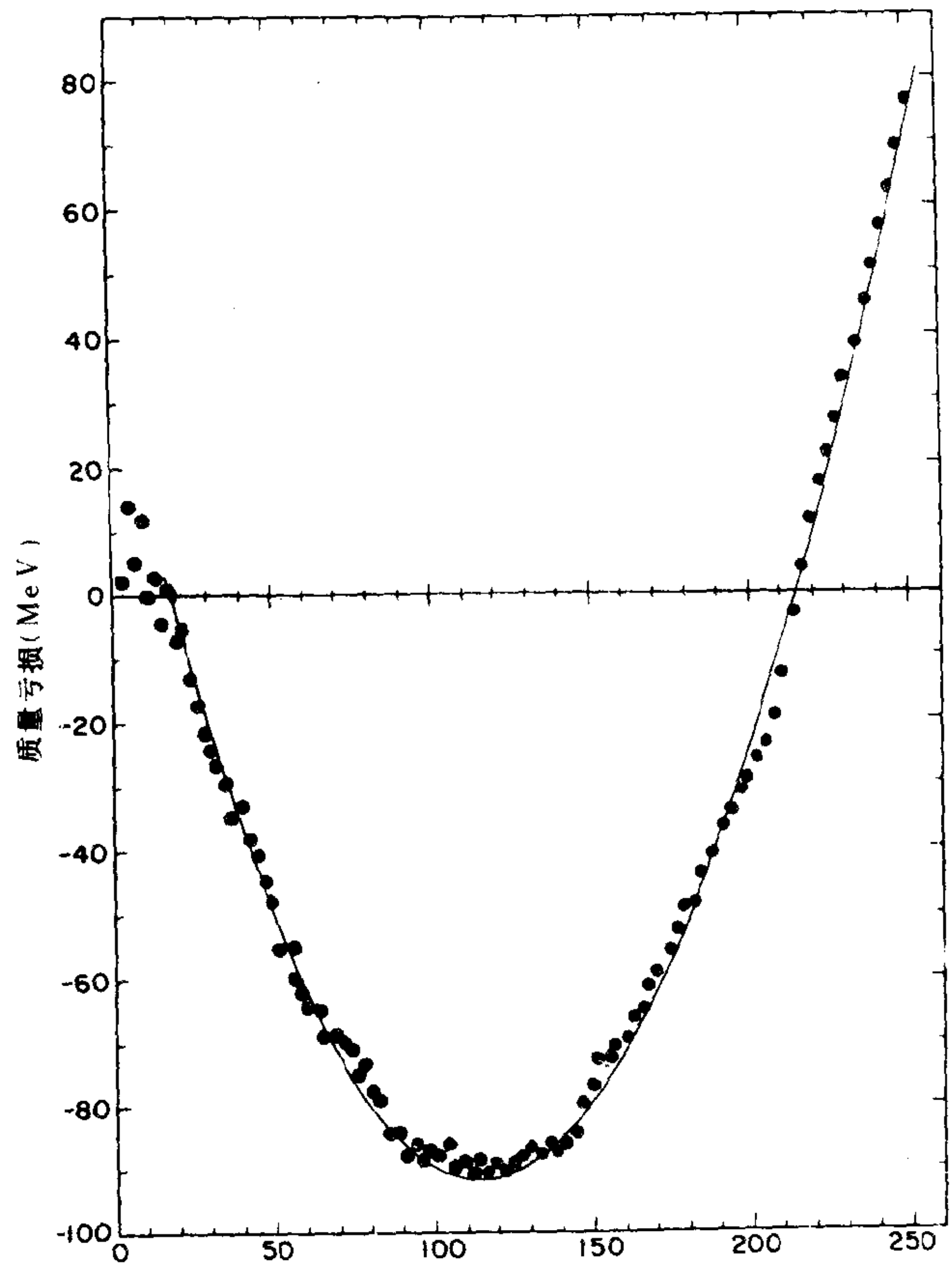
上取得了巨大的成功，但是实验证明，至少对于某些核来说，势垒是有结构的。在实验上发现了裂变同质异能素以及阈下中子裂变共振成群现象之后，在核物理，特别是在裂变物理领域里激起了新的兴趣。在核液滴模型以及把壳效应修正用于原子核质量方面，Swiatecki等人做了许多先导的工作(Cohen和Swiatecki，1962，1963；Myers和Swiatecki，1966)。图I-1是重核如^{240}Pu的势能在裂变座标上的总的变化趋势。图上用了扩展的座标，以



图I-1 ^{240}Pu核势能随形变的变化。局部的起伏由一个非自洽微观模型算出，而总的平滑变化由宏观(液滴)模型算出。[引自Bolsteri等(1972)。]

便显示当碎片分离到无穷远处时势能的巨大下降(约200 MeV)。已知^{240}Pu在它的基态上是变形的，变形基态相当于靠近零形变处最低的－1813MeV的极小点。这里的能量值表示的是核的总结合能(以所有单个核子都分散到无穷远处时的能量为零)。在零形

变右方的第二个极小显示了裂变势垒的结构，它是由于在液滴质量上加上了壳修正而引起的。尽管壳修正在势能(随形变而变化)曲面上引起一些小的起伏，应该记住，势能曲面的大致趋势是由液滴模型再现的。这显示在图Ⅰ-2上，图上把β稳定核基态质量



图Ⅰ-2 实验定出的β稳定核基态质量值与液滴理论值的比较。黑点表示测量值。平滑曲线是 Myers 和 Swiatecki (1966)第一个质量公式的液滴部分。图上实际画的量是质量亏损(对于核子质量总和的亏损)，用能量(MeV)表示。

实验值与液滴理论值作了比较。实际上画着的量是质量亏损（对于核子质量总和的亏损），以能量(MeV)表示。可以看到，在整个周期表范围内，液滴理论再现了总的质量变化趋势，差别只有几个MeV。不过，在大家熟知的中子壳和质子壳附近，液滴模型预言的核的总结合能与实验值存在着明显的歧离。在随形变而变化的液滴势能上引入壳修正的定量计算方法是由Strutinsky(1967, 1968)首先提出的。这种办法现已广泛用于计算势能曲面，并在解释与双峰裂变垒有关的现象方面已经取得了很多的成绩。把这种办法扩展到反射不对称形状，最后有可能在解释长期以来使人困惑的问题(重元素倾向于不对称裂变的原因)方面给出令人信服的见解。

图Ⅰ-1上势能曲线的计算过程大致如下：从宏观(液滴)模型得出平滑变化的势能，在它上面加上一个表征壳修正和对能修正的有起伏的势能，这些修正量是用一个非自洽的微观模型导出的。修正的计算有几步，主要是：(1)确定核的几何形状；(2)对于这种形状提出一个单粒子势；(3)解薛定谔方程式；(4)从这些单粒子能量计算壳能和对能。

第三章的主题是势垒穿透和自发裂变。基态的自发裂变寿命可以作为总势垒宽度和高度的一个量度。自发裂变同质异能素的发现对于这类研究增加了一个新的因素，它们的寿命给出外垒大小的量度。对于简单的势垒形状(并对惯性参量作了简单的假设)进行了理论计算，并与实验结果相比较。

在第四章里我们将讨论裂变宽度。早已知道，在共振中子引起^{239}Pu裂变时，会形成许多种裂变碎片对。从这一点或许会错误地得出结论，认为裂变是一种多道过程。但是，如果考察例如^{240}Pu的$J=0^+$和$J=1^+$复合共振的裂变宽度分布，却可看到，两者都呈开放道数为1或2的χ-平方分布。并且，从统计公式$\Sigma T=2\pi\langle\Gamma_f^J\rangle/\langle D_J\rangle$(式中$\langle D_J\rangle$是复合核自旋为$J$的平均能级间距)来计算开放道的数目，得出的结论也是类似的。这些结果支持下述概念，即有一个过渡或中间核，它的激发能很低，相应

的资用能级只有少数几个。因此，尽管最终形成的裂变碎片对的组合数目很多，就低能中子裂变而言，裂变过程却是一个少道数的过程。

最近对于某些核阈下中子裂变截面的测量揭示，裂变共振态是成群的，在群与群之间的较广能区不发生裂变。第四章引有这种图谱。从中子全截面数据上可以知道，在裂变共振态群之间，存在着许多其它的共振态，但它们的裂变截面却近于零。这种数据可以用双峰裂变垒来解释。慢中子垒下裂变的机制可以假设为按下述方式进行：慢中子与靶核相互作用产生一个复合核，其形变与靶核相近，并具有特定的激发能E（见图Ⅳ-3）。E为中子结合能与中子动能之和。改变中子动能，可以达到不同的复合共振态。每一复合共振态的衰变将通过一个或几个允许的出射道，例如发射γ射线、发射中子还有裂变。但是，只有当初始形变下的共振态能量与（在另一种形变下的）第二势阱中能级之一的能量刚巧接近相等时，原子核才会从复合核能级过渡到中间态，也就是说，这样才会裂变。这样的机制就会得出实验上观察到的裂变共振态成群现象。

过渡核的概念首先是由Bohr（1956）用来解释裂变碎片角分布的。裂变碎片的理论角分布基于两个假定。第一，假定两个碎片沿着核对称轴方向分开，因而θ角（见图Ⅴ-1）代表核体固定轴与空间固定轴之间的夹角。第二，假定从鞍点（即过渡核）到断裂的过渡是如此之快，以致科里奥利力不致改变在鞍点所确定的K值。这两个假定已由实验很好地证实。

在第五章中我们将讨论由光致裂变、中子引起裂变以及如（d, pf）及（α, α′f）等直接反应测量到的过渡核低伏能级。若干年来已经知道，在能量接近裂变垒附近时，裂变碎片角分布会有结构。对于某些元素的同位素，这种结构在100 keV左右的能量间节上有变化，通常用Bohr模型来解释，归因于近垒处有一些特定裂变道的贡献，其K值不同。对于双垒情况，会发生一个问题，即到底哪一个垒对结构起作用。假使第二垒较高，那就可以

假定结构与第二垒有关。反之，假如第一垒较高，那还存在不明确之处。如果第二阱是深的，可以认为核通过这一区域足够慢，以致在通过第一垒时的K值会改变掉。这样，角分布就可能反映第二垒上的K分布。如果第二垒比第一垒低得多，许多道将开放，那就产生一个K的统计分布。虽然某些很重核的实验数据与此图象相符合，应该说，对于双峰势垒的这种证据是比较间接的，有时不太令人信服。

裂变碎片角分布的实验结果表明，偶偶过渡核近垒处存在着集体能级。例如，光致裂变实验在某几个偶偶核上找出了$J=1^-$，$K=0$ 和 $J=2^+$，$K=0$ 的能级。直接反应引起的偶偶靶核近垒裂变[如(α，α′f)反应]清楚地表明，过渡核存在着$K=0$，$J=0^+$、2^+、4^+…的转动带，可具有高自旋态的激发。在中子裂变及直接反应后接着裂变[如(d，pf)反应]时，奇A过渡核上有Nilsson态的激发也已肯定。

在第六章里，我们考察在能量超过势垒情况下的裂变碎片角分布。在这种能量下，我们预期，角分布将由统计理论(用一个高斯K分布)给出。高斯K分布的标准偏差与过渡核的形变有直接关联。对于大范围核素进行的碎片角分布测量显示，鞍点形状是按照裂变液滴模型所预期的方向变化的。前已指出，对于低激发能，过渡核的最小能级数目或者对应于第一垒的形变，或者对应于第二垒的形变。但对于中等或高激发能，最小能级数目却设想为对应于液滴模型的势垒形状。

第七章讨论裂变与发射中子之间的竞争。这里我们用复合核模型，其基本假定是出射道与入射道无关。因此，某一特定过程的反应截面可以分离为两个量的乘积，其中一个量只与入射道有关，另一个量只与出射道有关。除了“运动常数”(包括能量、角动量、宇称等)守恒之外，复合核的衰变方式完全与其形成方式无关。对于所有自旋和两种宇称的能级，可用前面给出的标准表达式来计算裂变宽度，其中有效开道数由对于过渡核能级密度的积分给出。总能量在裂变自由度与非裂变自由度之间分配，而在计

算鞍点组态处的资用道时，非裂变自由度上的能量是一个重要的量。

裂变与发射中子之间的竞争与许多因素有关，包括裂变势垒、中子结合能、激发能、角动量，还与发射中子后形成的剩余核及形变的中间过渡核两者的能级密度参数有关。既然这两个核的形变以及与此相关的壳能量可能非常不同，它们的能级密度参数有效值也会相差很大。实际上这意味着，在某些质量区域，实测的裂变势垒可能与液滴裂变势垒有明显差异。

关于裂变势垒的实验资料将在第八章讨论。势垒高度可从中子宽度与裂变宽度之比随激发能的变化导出，也可从不同类型的激发曲线得出。尽管实验证实了在锕区确有双峰裂变势垒，但从这些测量中难以得到势垒结构的某些细节。

在裂变的断裂阶段，由单一核势表征的一个高度形变核，分裂成为两个或更多个碎片，每个碎片各有一个核势。核在断裂时刻的形变程度比过渡态核更为增加。当裂变核的质量数减少时，过渡核的形变和断裂时的形变逐渐接近。有些情况下，断裂时刻原始碎片（除了它们其它形式的能量之外）还具有相当大的形变能。

周期表上靠近铀的重核裂变时是不对称的，给出轻碎片和重碎片。这个早期实验结果成为要求裂变理论家作出解释的较困难的问题之一。尽管提出过各种可能的解释（基于过渡态核或者原始碎片的壳效应），迄今还没有发展成功完全令人满意的理论。在第九章中我们将讲到关于质量分布和能量分布的各种理论。

最近几年，由于有了大计算机可供使用，完成了一批广泛的基于液滴模型的计算，去求出重核的势能曲面图（势能随核形变的变化）。Cohen 和 Swiatecki（1962，1963）以及 Strutinsky 等（1963）曾对各种不同的核定出其鞍点或过渡态的形变。这些早期的计算给出的鞍点形状是对称的。

最近完成了一些更加接近实际情况的理论计算。这些计算把壳结构加入到液滴势能曲面中去，并包含了奇多极形状的变形。在包含了P_3（梨状形变）和更高次的不对称形变（P_5）的情况下，

理论上有迹象表明，某些核在大形变区，不对称形状的势能曲面要比对称形状的来得低。这些结果的可靠性依赖于这样算得的势能曲面准确度如何，因为计算时只是把液滴能量和壳修正能量（二者均为形变的函数）简单地相加起来。在鞍点与断裂形状之间的势能曲面随形变的变化现在还了解得不太清楚，而它对于裂变理论却是极端重要的。就重核而言，断裂形变比鞍点形变要大得多，因而必须考虑从鞍点下降到断裂点的动力学。

从鞍点到断裂点过程中的一个难题是，对于粒子自由度来说，在多大程度上这个过程是绝热的。当核的形状变化通过某一形变值时，在此值处一个充填的独立粒子能级与一未充填的能级相交，我们需要知道，核子留在最低能量轨道上的几率是多少。如果朝向断裂点的集体运动很慢，那么，到每个新的形变处，单粒子自由度将不断地重新调整。在这种情况下，绝热模型是一个好的近似。沿着最低势能曲面的运动意味着核子的连续调整，使之总是充填最低的轨道，对集体惯性给出一个较大的贡献。在绝热近似中，从鞍点到断裂点减少了的那一部分势能出现在断裂点的集体自由度上，首先是变成初生碎片相对运动的动能。另一方面，如果鞍点与断裂点之间的集体运动快到这种程度，以致不能达到平衡，那就会有集体能量转移为核子激发能。如果核子不调整它们的轨道，沿着这样的势能曲面的运动将具有较小的惯性参量。这种非绝热模型，即认为在从鞍点下降到断裂点期间会有集体能量转移到单粒子自由度，常常用裂变的统计理论来讨论。

现有的实验资料不允许我们明确判定，究竟赞成绝热模型还是非绝热模型。存在着某些实验资料，指出绝热惯性参量比无旋的值大得多；此外，某些重元素的断裂前动能已被估计出来是相当大的。后一事实表明绝热近似有某种正确性。但是，如第九章中所讨论的那样，从鞍点到断裂点的下降过程是复杂的。这意味着，某些自由度可能是接近绝热的，而另外一些自由度却可能是接近非绝热的。

裂变时观察到一些轻的带电粒子，其几率比较低。相信这些

粒子是在非常接近断裂的时刻发射出来的，因而它们是极有意义的。关于这些粒子是在断裂阶段发射的证据，主要来自对于伴随有α 粒子的裂变的细致研究，这将在第十四章讨论。还有证据表明，在断裂或接近断裂时刻还有中子发射出来，其几率不太小。对于轻带电粒子的动能和角分布的实验研究，在了解断裂组态方面作出了贡献。进一步的资料来自：对于轻粒子的能量与发射角的关联测量；碎片能量与粒子能量的关联测量；以及粒子发射角与碎片质量比的关联测量。旨在再现这些实验结果的计算支持前面提到过的迹象，即在断裂时碎片的分离运动已具有可观的动能。

第十章讨论裂变释放的动能。裂变释放的总能量中，大部分变为碎片的动能。碎片动能的来源有两种。其主要部分来自断裂点处初生碎片之间的库仑斥力。如上面所述，其余部分是断裂前得到的转移来的动能。断裂前获得的动能在总动能中所占的相对份额，与裂变核体系的电荷和质量有极大关系。对于具有高度形变鞍点形状的核(即鞍点形状接近于断裂形状的核)，可以预期断裂前动能只占很小份额；而对于具有较小形变鞍点形状的核，则断裂前动能可能占相当可观的份额。

碎片平均总动能与裂变核电荷及质量的关系，可以通过一个核参量$Z^2/A^{1/3}$的函数来表示。但对于一个固定的裂变核，各次裂变事件释放的动能却有相当大的变化。在第十章里我们将通过下述关系来讨论这种变化，即动能与碎片质量分配、激发能、角动量以及与碎片电荷分配之间的依赖关系。

裂变的质量分布和电荷分布在第十一章讨论。重核($Z \geqslant 90$)裂变是不对称的，给出轻碎片和重碎片。当裂变核的质量增加时，重碎片的质量保持大体不变，而轻碎片的质量却随之增加。最近对于最重靶核的测量表明，两个质量峰开始合并，导致低能对称裂变。尽管早已知道了许多关于不对称裂变的实验资料，这个过程一直是一个需要裂变理论家作出解释的很难的课题。当激发能增加时，分裂成两个相等质量碎片的几率也增加。在高能情况下，质量分布在对称分裂处有一个峰。对于镭附近的核，已知质量分

布有三个峰。这里有一个问题，即这种效应（三峰）究竟是来自这些核势能曲面的特点，还是由于多次机会裂变所致。$Z \leqslant 84$的轻核，在所有激发能下都是对称裂变的，尽管质量分布的宽度随激发能而增加。

鞍点的势能曲面（包括单粒子能量修正在内）在多大程度上能说明质量分布的趋势，这是一个正在活跃地进行研究的问题。一些作者已经算得，锕系元素的第二垒具有不对称形状。因此，在低能量下，锕系核从鞍点下降到断裂点时，是从不对称形状开始的。不过，应该指出，对于锕系核来说，鞍点到断裂点要经过很长的路程。质量分配在多大程度上与鞍点形状有关，是一个需要更加广泛研究的问题。

与质量分配不同，电荷分配可以用现有的裂变理论作定性的解释。存在着很明确的证据，说明在断裂以前核电荷确有不大的重新分布。电荷重新分布的量级大小，与根据断裂点统计平衡得出的预期值相近，这支持了那种认为与核极化率相关的自由度是统计平衡的结论。

为了研究断裂后现象，设计了许多实验。碎片在断裂点分离之后，由于巨大的库仑排斥力，它们继续得到加速。在约10^{-20}秒时间之内，碎片至少达到它们最终动能的十分之九。认为在比这更短的时间内，原来有形变的原始碎片已坍缩到它们的平衡形状。中子从碎片蒸发出来的时间要比碎片加速的时间来得长，因而，蒸发中子是从充分加速后的碎片发射出来的。这些蒸发中子占了裂变中子产额的大部分。(断裂中子估计至多可占某些核裂变中子产额的30%，而β衰变后发出的缓发中子仅占0.2—0.6%。同质异能态裂变提供了一种新的缓发中子来源，其强度非常低。)发射了中子之后，碎片的剩余能量以γ辐射的方式释放掉，其寿命约为10^{-11}秒。从裂变发射中子及γ射线的问题，分别在第十二章和第十三章讨论。

因为发射中子数目与碎片质量之间的关系与碎片激发能有关，所以已经对它进行了较广泛的研究。得出的曲线是“锯齿形”的，

并且，相对于对称碎片质量是不对称的。观察到，靠近满壳层核的中子产额最小，因为这种核不易变形。而极易变形的碎片则具有最大的中子产额。因此，在断裂组态处储存于每一个碎片中的形变能份额，是与单个碎片的壳结构有关的。断裂后，这种形变能转化为激发能，所以中子产额就直接与碎片壳结构相关。中子产额与碎片最终动能之间有关联，对这一结论提供了进一步的支持。满壳层使得那些碎片在断裂时具有较大的库仑能，较小的形变能，并发射较少的中子。

瞬发γ射线相对产额随碎片质量的变化关系与中子相对产额非常相似。如果某一碎片的γ射线数目很多，则与之互补的碎片γ射线就很少。裂变γ射线的平均能量要比俘获中子γ射线的平均能量低得多。除了γ射线之外，在第十三章里还将讨论有关裂变时的X射线与内转换电子的某些资料。

参 考 文 献

Bohr, A. (1956). *Proc. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, Geneva*, 2, p.151. United Nations, New York.

Bohr, N., and Wheeler, J. A. (1939). *Phys. Rev.* **56**, 426.

Brack, M., Damgaard, J., Jensen, A.S., Pauli, H.C., Strutinský, V.M., and Wong, C.Y. (1972). *Rev. Mod. Phys.* **44**, 320.

Bolsterli, M., Fiset, E. O., Nix, J. R., and Norton, J. L. (1972). *Phys. Rev. C* **5**, 1050.

Cohen, S., and Swiatecki, W. J. (1962) *Ann. Phys. (New York)* **19**, 67.

Cohen, S., and Swiatecki, W. J. (1963). *Ann. Phys. (New York)* **22**, 406

Fermi, E. (1934). *Nature (London)* **133**, 898.

Fong, P. (1969), "Statistical Theory of Nuclear Fission." Gordon & Breach, New York.

Fraser, J. S., and Milton, J. C. D. (1966). *Ann Rev. Nuc. Sci.* **16**, 379.

Frisch, O. R. (1939). *Nature (London)* **143**, 276.

Gindler, J. E., and Huizenga, J. R. (1967). *In* "Nuclear Chemistry" (L. Yaffe, ed.), Vol. II, Chapter 7. Academic Press, New York.

Hahn, O., and Strassmann, F. (1938). *Naturwissenschaften* **26**, 755.

Hahn, O., and Strassmann, F. (1939). *Naturwissenschaften* **27**, 11.

Hahn, O., and Strassmann, F. (1939). *Naturwissenschaften* **27**, 89.

Halpern, I. (1959). *Ann. Rev. Nuc. Sci.* **9**, 245.

Huizenga, J. R., and Vandenbosch, R. (1962). *In* "Nuclear Reactions" (P. M. Endt and P. B. Smith, eds.), Chapter II. North-Holland Publ., Amsterdam.

Huizenga, J. R. (1965). *in* "Nuclear Structure and Electromagnetic Interactions" (N. MacDonald, ed.). Plenum, New York.

Hyde, E. K. (1964). "Nuclear Properties of the Heavy Elements," Vol. III, Fission Phenomena. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey

Meitner, L., and Frisch, O. R. (1939). *Nature (London)* **143**, 239.

Myers, W. D., and Swiatecki, W. J. (1966). *Nucl. Phys.* **81**, 1.

Quill, L. L. (1938). *Chem. Rev.* **23**, 87.

Salzburg (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission.* IAEA. Vienna.

Strutinsky, V. M., Lyashchenko, N. Ya, and Popov, N. A. (1963). *Nucl. Phys.* **46**, 639.

Strutinsky, V. M. (1967). *Nucl. Phys. A* **95**, 420.

Strutinsky, V. M. (1968). *Nucl. Phys. A* **122**, 1.

Turner, L. A. (1940). *Rev. Mod. Phys.* **12**, 1.

Vienna (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission 2nd.* IAEA, Vienna.

Wheeler, J. A. (1963). *In* "Fast Neutron Physics" (J. B. Marion and J. L. Fowler, eds.). Wiley (Interscience), New York.

Wilets, L. (1964). "Theories of Nuclear Fission." Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York

第二章 裂变势垒

A. 液滴模型

1. 引言

均匀带电液滴模型的意义在于，它能够为在核裂变中所遇到的与核变形相联系着的能量学提供初步的指南。这个模型的理论基础与Weizsacker的半经验质量公式相类似。质量公式中主要的第一项正比于核体积，它表达了核结合能正比于核子数这一事实。在讨论核变形时，假定体积是守恒的，它反映了核密度的饱和性质。因此，这一项与变形无关，并且不出现在裂变的液滴模型中。质量公式中的第二项(与第一项符号相反)正比于表面积，它把位于核表面的核子所联系着的结合减弱考虑进来。对球形核这一项最小，任何偏离于球形的变形都对应着此效应造成的势能增加。第三项是描述质子之间排斥力的库仑项。对于伸长变形，由于电荷之间平均距离较大，库仑能减小。第四个与组成有关的项被称做对称能项，它正比于$(N-Z)^2/A$。正如此式所表示的，它只依赖于核体积，因而与变形无关。(在某些质量公式中也使表面能项与组成有关。)因而，形式最简单的液滴模型用表面效应与库仑效应之间的相互作用来描述与形变联系着的势能变化。在这种把核理想化的描述中不考虑核内独立粒子运动产生的壳效应或剩余相互作用。正如后面将会表明的那样，库仑能和表面能随变形的变化具有相近的大小，但符号相反，这使得这两个效应几乎相抵消，这一事实能使像单粒子效应这样的高次项贡献造成势能曲面较大的变动，这些贡献单独与库仑项或表面项相比是小的。

让我们以考虑球形核的小变形来开始讨论与核变形相联系着的势能变化。对于小的轴对称变形，半径可以写作

$$R(\theta)=R_0[1+\alpha_2 P_2(\cos\theta)] \qquad (\text{II}-1)$$

这里θ是半径矢量的角度，系数α_2是描写四极变形量的一个参数，R_0是未变形球的半径。这个表示式描述的变形并非是精确的椭圆旋转体，因为对于椭圆旋转体变形来说，要求有从$\alpha_4 P_4$开始的附加项。对于小的椭圆旋转体变形，α_4远小于α_2。对小变形，表面能和库仑能由下式给出(Bohr和Wheeler，1939)，

$$E_s=E_s^0\left(1+\frac{2}{5}\alpha_2^2\right),\quad E_c=E_c^0\left(1-\frac{1}{5}\alpha_2^2\right) \qquad (\text{II}-2)$$

这里E_s^0和E_c^0是未变形球的表面能和库仑能。为了使带电液滴对小变形稳定，库仑能的减少$\Delta E_c=-\frac{1}{5}\alpha_2^2 E_c^0$必须小于表面能的增加$\Delta E_s=\frac{2}{5}\alpha_2^2 E_s^0$。当$|\Delta E_c|/\Delta E_s=1$或$E_c^0/2E_s^0=1$时，液滴将变得不稳定。依照Bohr和Wheeler(1939)的文章，我们定义可裂变性参数x等于这一比值，即

$$x=E_c^0/2E_s^0 \qquad (\text{II}-3)$$

当x小于1时，液滴对小变形稳定。而当x大于1时，就不存在阻挡液滴自发地分裂的势垒了。

现在让我们来估计理想化了的球形核的表面能和库仑能的大小。由静电学可得

$$E_c^0=\frac{3}{5}(Ze)^2/R_0$$

这里Z是质子数，e是质子电荷。表面能是球面积与表面张力Ω的乘积，即

$$E_s^0=4\pi R_0^2\Omega$$

通过半经验质量公式与核质量实验值的拟合，这些方程可以用质量数A和核电荷Z来表示。Green(1954)进行了这一分析，他的结果(以MeV为单位)给出

$$E_c^0=0.7103\,Z^2/A^{1/3} \quad \text{和} \quad E_s^0=17.80\,A^{2/3}$$

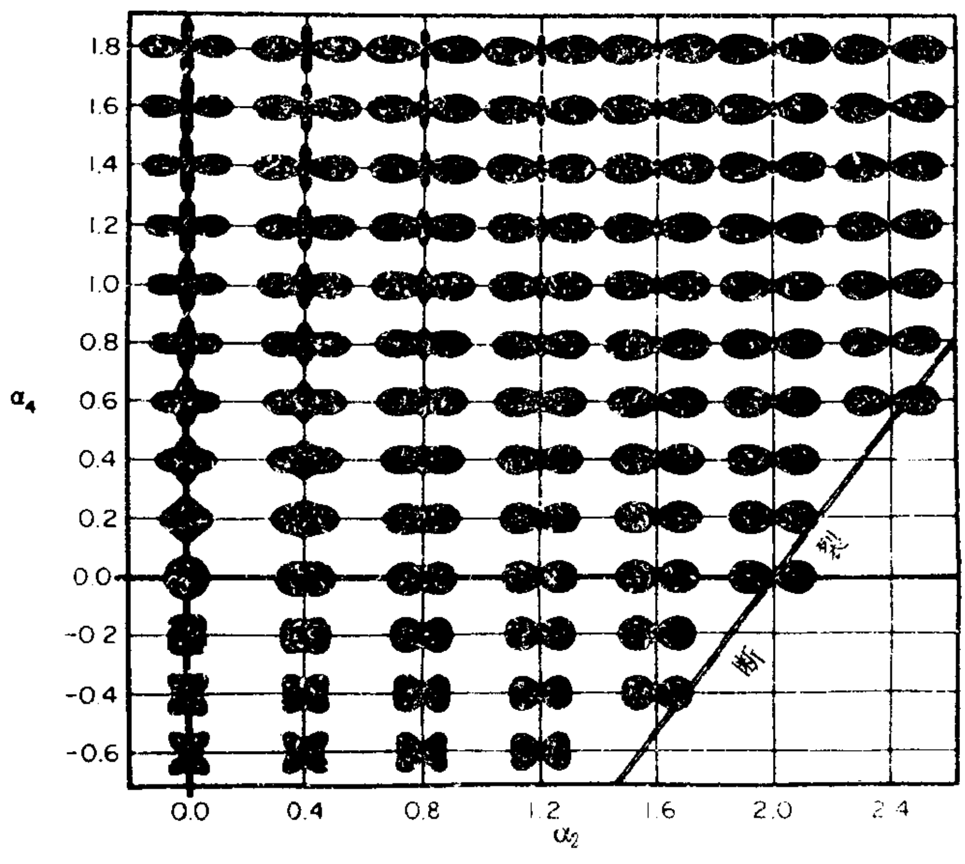
(较近的分析也有一些，但这些分析通常包括高次项，或者有一

些可调常数来拟合裂变势垒。现在我们可先考虑较简单的形式，看看可以作出些什么预测。）将这些值代入（Ⅱ-3），我们得到 $x = Z^2/50.13A$。Z^2/A 及 x 的某些典型值对 ^{238}U 是35.56和 0.71，对 ^{252}Cf 是38.11和0.76。在 Z 约大于125时，简单液滴模型预测会没有势垒，因而可以预期这些核将在与核振动周期相近的时间内发生裂变。

2．势能图和裂变势垒

a．对称形变

为了正确地描述在裂变势垒顶部，或者叫鞍点处遇到的那么大的变形，我们必须采用比方程（Ⅱ-1）中给出的次数更高的多项式。用勒让德多项式展开

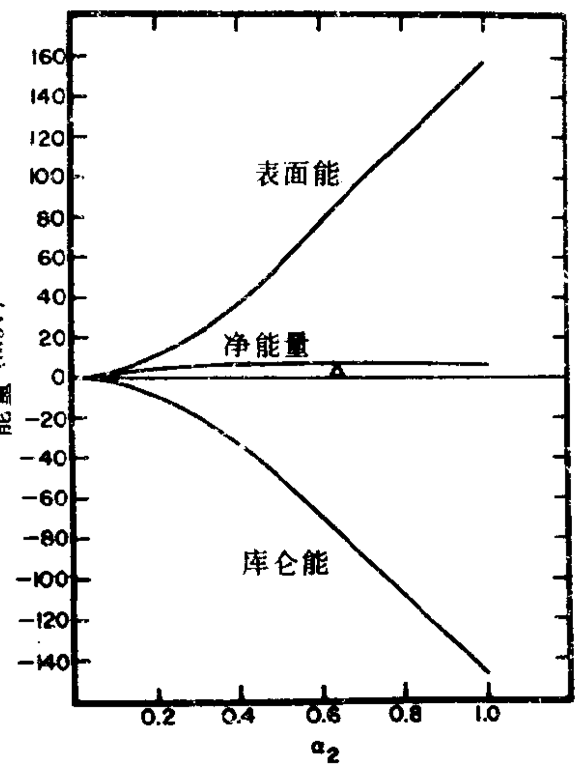


图Ⅱ-1　对应于 $\alpha_2-\alpha_4$ 图中不同位置的核表面形状。
这些图形对水平轴具有旋转对称性。
［引自Cohen和Swiatecki（1962）。］

$$R(\theta)=(R_0/\lambda)\left[1+\sum_{n=1}\alpha_n P_n(\cos\theta)\right] \qquad (\text{Ⅱ}-4)$$

来描述液滴的形状是方便的。参数λ是为了保证体积保持在半径为R_0的球时的常数值所要求的比例因子。图Ⅱ-1给出了与前两个系数α_2和α_4的不同组合相应的形状的图示。

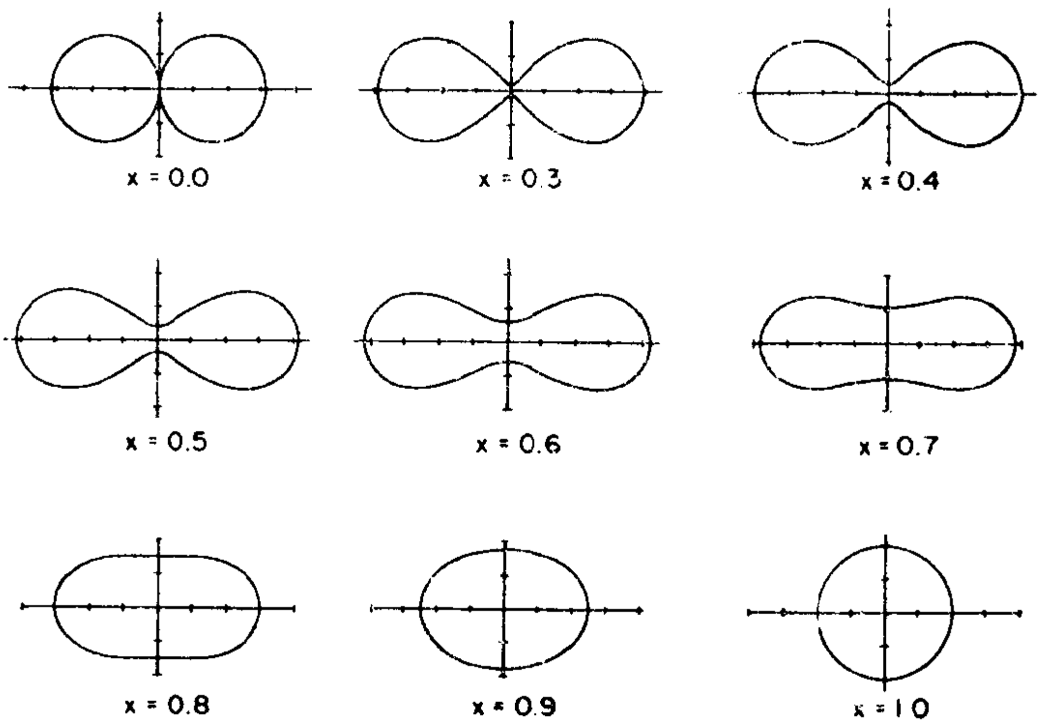
对于像^{252}Cf这样可裂变性参数x约为0.76（假定应用Green的参数）的核，鞍点位于$\alpha_2=0.636$和$\alpha_4=0.158$处（n较高的α_n值几乎比前两项小一个数量级）。在图Ⅱ-2中给出了经过对应于$dE/d\alpha_4=0$的势能曲面的断面。这个断面沿着由系数α_2和α_4描述的二维势能曲面的谷底。也分别画出了表面能和库仑能，来表现对于变形能的这两个贡献项大部份相互抵消的情况。在鞍点处，表面能相对于球形的增量ΔE_s为84.5MeV，而库仑能的减少ΔE_c为77.0MeV。净的裂变势垒只有7.5MeV。这个图示表明了必须如何谨慎地计算表面能和库仑能才能从液滴模型得到准确度不太差的变形能。它也提醒我们注意到一种可能性，即没有包括在液滴模型中的单粒子效应和其它效应可能是重要的。



图Ⅱ-2　在经过势能曲面上对应于$dE/d\alpha_4=0$的断面处表面能、库仑能以及净形变能（以MeV为单位）随α_2的变化关系。所有高于α_4的系数均为零。三角形指明鞍点的位置。在本例中可裂变性参数x为0.76，大致对应于^{252}Cf。［根据 Cohen 和 Swiatecki（1962）基于Frankel 和 Metropolis的图所作的表面画出。］

Cohen和Swiatecki（1963）以及Strutinsky等（1963）对平衡组态进行了相当广泛的研究。两个组所用的数学方法有些不同，但一般地说，结果符合得很好。对于$x\geqslant0.7$，这些鞍点的形状和

能量可以用Lawrence(1965)给出的简单的两参数表示式很好地再现。不同x值的鞍点形状画在图Ⅱ-3上。随着x从1降到0.7,

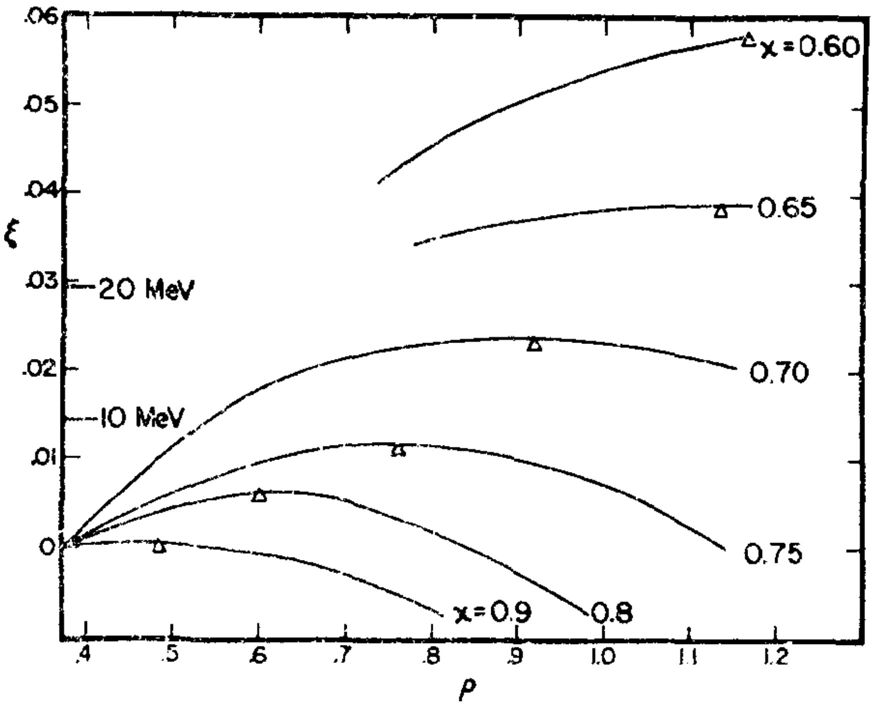


图Ⅱ-3 对应于不同x值的鞍点形状。
[引自Cohen和Swiatecki(1963)。]

鞍点组态变得伸长成柱形。当x低于0.7时,鞍点组态发展出确定的颈部;对x小于0.6时,实际上最大的伸长减小了。随着x的减小,从伸长形状向出现颈部的过渡是比较突然的,这一过渡发生在$x=0.67$附近。当x值稍大于这个值时,在平衡组态附近,总势能随形变的变化比较慢,而且势垒比较平。这一点显示在图Ⅱ-4中。

在图Ⅱ-5中画出了Cohen和Swiatecki(1963)的液滴鞍点能量与可裂变性x的依赖关系。在重元素区观察到的裂变势垒高度对x的依赖关系比预测的要弱。由于实验垒高是基态质量与鞍点质量之差,这种偏离也许反映出液滴模型描述基态质量以及鞍点质量的失败。

一个近似再现计算鞍点能量的简单公式是(Cohen和 Swiatecki, 1963)



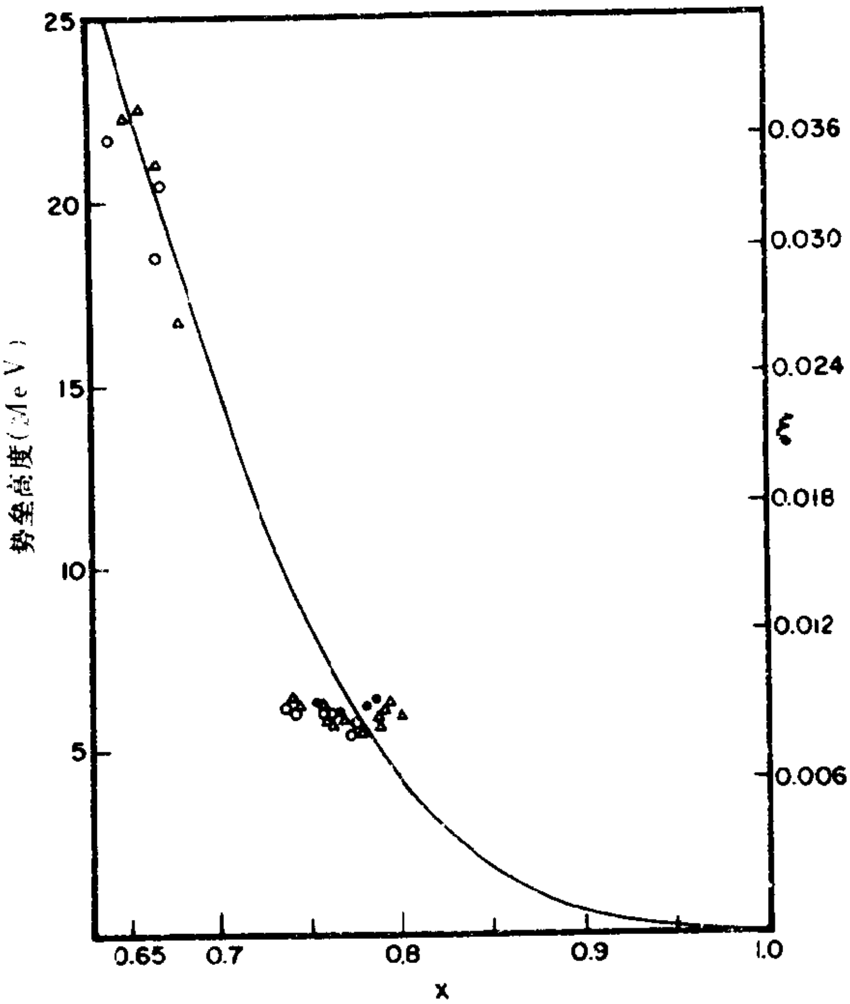
图Ⅱ-4 对于一些选定的可裂变性参数 x 的值，均匀带电液滴的势能。左边的纵坐标刻度的能量以球的表面能作单位，而右边的刻度是对于像^{238}U核的以MeV为单位的近似能量。横坐标代表以变形参数 ρ 表征的变形，ρ 的定义是半个核之一的质心与核中心的距离，以同体积球的半径作单位给出。三角形的位置是每个 x 值的鞍点。[引自Strutinsky等(1963)。]

$$E=0.38(0.75-x) \qquad 1/3<x<2/3$$
$$E=0.83(1-x)^3 \qquad 2/3<x<1$$

这个公式中的能量用球的表面能作单位。

b. 液滴模型的改进

除了显然需要在描述核的时候包括进某种类型的单粒子效应以外，至少在原则上有一些其它可能的液滴模型改进也可以包括进去。这些改进包括：改动为扩散表面，非均匀电荷分布，可压缩性以及认为表面张力与曲率有关。也用过与组成有关的表面项及体积项。和裂变特别有关系的是那些与变形有关的修正。Strutinsky(1964a)研究了表面张力与曲率有关而引起的某些效



图Ⅱ-5　简单液滴模型预测的裂变势垒高度与可裂变性参数 x 的关系(Cohen和Swiatecki，1963)。为了用 MeV 来表示结果，在每个 x 值处，纵坐标对应于已知核的典型的 Z 和 A 值给出，应用了Green(1954)的表面能常数。实验的势垒高度画在假定 $(Z^2/A)_{crit}$ 等于50.13的 x 值处。势垒高度与球的表面能之比用略为非线性的标度画在右边。○偶偶核，△奇 A 核，●奇奇核。

应，它考虑了核表面扩散层的形变。假定表面能的形式为

$$E_s = [4\pi(1-\Gamma)]^{-1}\int ds(1-\Gamma H)$$

这里 H 是平均曲率(对于球形 $H=1$)，Γ 是常数，预计它是负的，并且它的数量级是扩散层厚度与核半径之比，近似等于 $A^{-1/3}$。包括进这一修正使鞍点能量增加，但这个能量变化小于对球形的

表面能修正的绝对值。后一效应使$(Z^2/A)_{crit}$减小，因而对某一给定核它使x值变大。所以，有了Γ后引起的鞍点能量的改变小于给定核两种不同的x值（它们对应于作曲率修正前后的两种$(Z^2/A)_{crit}$值）相应的鞍点能量的改变。总的结果是预测的势垒较低，因此和实验符合得较好些。然而，除非把包括有曲率修正的半经验质量公式里面的全部常数重新定值以得出一致的$(Z^2/A)_{crit}$，否则就不能作出定量的断言。这一步还没有做。

c. 平衡形状相对于不对称变形的稳定性

历史上，研究液滴模型的动力之一是，希望不对称质量分配的倾向也许反映了液滴的某些简单不稳定性。不幸，液滴模型对弄明白这一问题没有给出很多贡献。

没有发现有能量低于对称平衡组态的不对称平衡组态。已经较好地确立的是，对于$x \leqslant 0.39$，鞍点组态相对于$\lambda=3$以及$\lambda=2$形变都变得不稳定。这一点和手头的问题并无特别关系，这不仅是因为核裂变只对大得多的x值作过研究，还因为这种不稳定性明显地对应于一个碎片为另一碎片所吞没。Cohen和Swiatecki曾研究了$x>0.39$时对称平衡形状的稳定性，发现它们对于不对称变形是稳定的。Strutinsky(1964b)曾报告过，x在0.75到0.85之间时，鞍点组态对于不对称形变是不稳定的。Cohen和Swiatecki(1963)以及Nix(1967)的研究没有证实这一论点。困难也许在于，Strutinsky对于不对称的度量要依赖于颈部的曲率。在$x\sim0.8$处曲率变成零（颈部形状为圆柱状），因而他的不对称位移变成了液滴质心的移动，这种移动的恢复力为零。

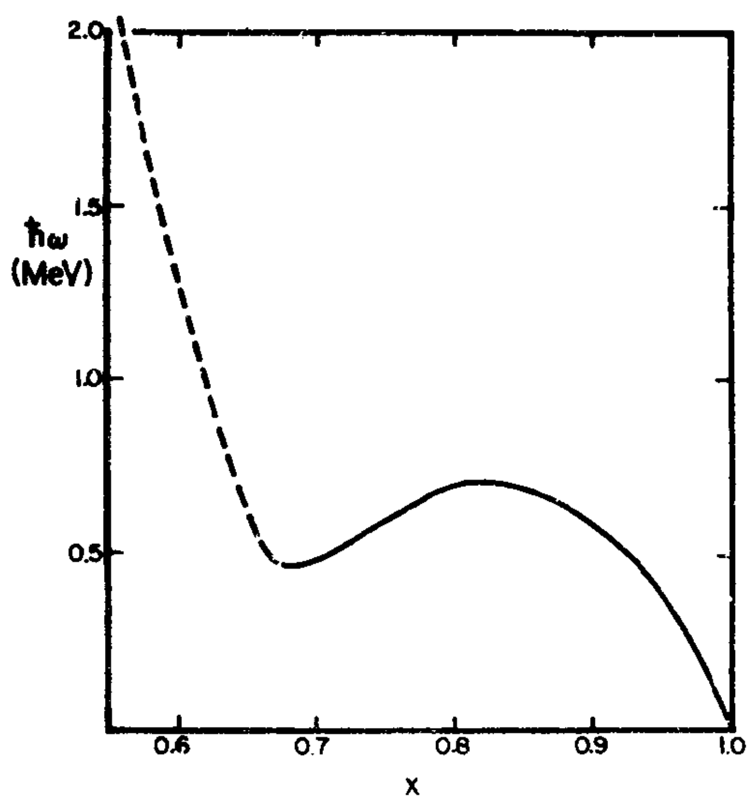
3. 势垒曲率

除了势垒高度之外，对裂变有意义的其它势垒性质是鞍点处势垒的曲率以及势垒的总宽度。曲率对于决定量子力学的穿透性质和反射性质来说是重要的，它们决定着克服势垒的速率随能量的变化关系。势垒的总宽度，或者更仔细地，它的全部形状对决定势垒穿透率有意义，而穿透率决定自发裂变的寿命。不幸的是，液滴模型对于定出自发裂变寿命用途有限。这有两个原因，首先，

越过鞍点以后的势能曲面没有很好地探讨过，部份原因是由于用以描述形状的展开方法中的困难。其次，液滴模型预测球形基态，而已知大多数可裂变核在基态处有显著的形变。因而液滴模型势垒可能在底部太宽。

或许可以预期，液滴模型在预测势垒顶部的曲率方面会更加成功。为了得到一个可以和实验比较的量，必须同时计算鞍点附近的势能和动能。从势能E可以计算劲度（或弹性）矩阵**K**的矩阵元。研究动能要求对核子物质流的性质作出假定，通常假定流是完全无旋的。惯性矩阵**M**的计算比较复杂，不作进一步讨论（参阅Nix, 1967）。只要得到了劲度矩阵和惯性矩阵，我们就从起始的α_n坐标变换到简正坐标。

简正模振荡的频率由$\omega_n=(\mathbf{K}_n/\mathbf{M}_n)^{1/2}$给出，而对于$n=2$的裂变模式，它是纯虚数。习惯上把$\omega_2$的绝对值乘以$\hbar$来得到以能量为单位的量$\hbar\omega$。我们将把这个量称作势垒曲率能量。它作为$x$的函数表示在图Ⅱ-6上。$\hbar\omega_2$的数值决定一个能量比势垒低的核穿透势垒或者一个能量比势垒高的核被势垒反射的难易程度。小的$\hbar\omega_2$值对应于较平的势垒，其穿透率小。而大的$\hbar\omega_2$值对应于较薄的势垒，其穿透率大。对于小的$\hbar\omega_2$



图Ⅱ-6　势垒曲率能量与x的关系。实线是Nix（1967）计算的液滴模型预测的势垒曲率能量。虚线部份的精确度未能确定。

值，观察到的裂变阈应该是很锐的，而对于大的$\hbar\omega_2$值，裂变截面在裂变势垒附近随激发能的变化将是相当缓慢的。可以分析实验激发函数和角分布来得到$\hbar\omega$值。不幸，大多数已掌握的关于势垒曲率能量的实验资料是对于$Z\sim92$的元素的，在这个区间，单粒子效应已在性质上改变了势垒的特征(参见C节)。对于这些核，在势能曲面上存在第二极小，产生双垒。这种势垒的穿透与能量的关系比较复杂，它依赖于两个势垒的曲率以及它们的距离及相对高度(参见第五章C.2节)

B. 单粒子模型

1. 引言

众所周知，对于预测核结构的许多性质，特别是对于与核的壳结构联系着的效应来说，液滴模型是一个不合适的模型。单粒子模型即壳模型在解释壳间隙(Shell gap)以及描述具有奇数中子或奇数质子的核的自旋和宇称方面是相当成功的。单粒子模型假定：每个核子在一个势阱中运动，这个势阱近似地代表这个核子与所有其它核子的相互作用。如果我们计算球形势阱的本征态，这个势阱的线度要与核的已知性质相洽，那就会发现，除非再引入一个自旋轨道力，不然就不能得到正确的能级次序。包括了自旋轨道力以后，球形单粒子模型在解释与壳和次壳的充填相对应的那些特别稳定区域的中子数和质子数方面是很成功的。它在解释靠近闭壳区的许多核的自旋和宇称方面也是成功的。但是，已经知道，远离闭壳的核显示出转动谱，并且是永久变形的。假如我们通过允许势阱是非球形的方式来发展单粒子模型，就同样可以解释变形核的自旋和宇称。甚至已可以用单粒子模型来计算变形核的平衡变形。方法是计算总能量与形变的依赖函数，再找出能量为极小值处的形变。在这类计算的最简单方法中，通过把对应于每一形变的N个中子和Z个质子的最低能级的能量求和(Mottelson和Nilsson，1959)，再加上对应于那一形变的库仑能改变的贡献(Bes和Szymanski，1961)，以求得总能量。这种计算在

解释重稀土和超铀元素的形变实验值方面是很成功的。然而表征变形势阱的参数是经过调节的，以再现在这些核上观察到的能级结构。原则上可以把这些计算扩展到大形变区，并从而得到裂变势垒。

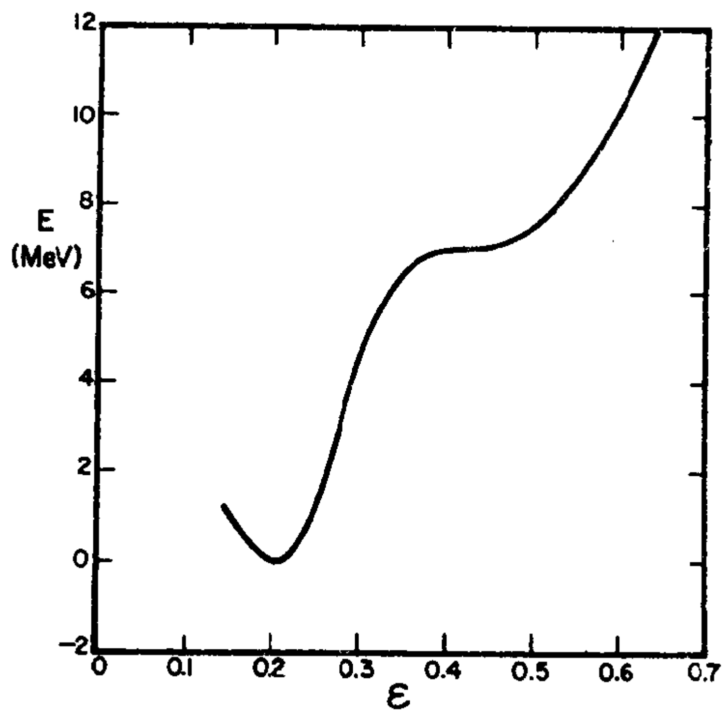
2. 变形能的单粒子计算

Primack(1966)首先在这一方面作了尝试。他简单地把近似的一个椭圆旋转体势的单粒子能量随形变的函数求和，再加上库仑能修正项。单粒子能量用Nilsson(1955)的“渐近近似法”得到。得到的势能曲线给出的基态平衡形变太小，而鞍点形变比实验指明的小得更多。势垒也太窄。鉴于椭圆旋转体变形的局限性和用了很近似的能级，这个计算的失败是不奇怪的。应该认识到，这类计算遇到了与液滴模型计算非常相似的问题，即表面能与库仑能大部份相互抵消了。在单粒子模型计算中，单粒子能量之和(它包括有表面能)是一个非常大的数，而我们正在寻找这个能量和随形变的小变化。

Nilsson及其合作者(1969)作了一个更为精心的计算。所用的势是变形谐振子，包含有系数P_2和P_4二者，这样在描述形状时就可以用来考虑椭圆旋转变形和颈部收缩两个自由度。所用的势也包括有正比于自旋轨道耦合$\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}$和$l^2$的项。把后一项包括进来是为了修正已知的谐振子势过低估计大l粒子结合能的趋向，这是由于谐振子势阱在大距离处不现实地浅的缘故。$\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}$和$l^2$项的系数是这样选择的：使它们能再现核处于基态时的能级次序（对球形和变形核二者）。要求被任意等位面所包的体积都要守恒，这样就加上了在变形时密度(体积)守恒这一限制。假定电荷分布为一与形变势有同样形状的椭圆旋转体，就把库仑能也包括了进来。

现在，可以把能量作为Nilsson所用的变形参数ε和ε_4的函数画出图来(对最低阶次，$\alpha_2=2/3\,\varepsilon$和$\alpha_4=-\varepsilon_4$)。然后，我们可以从对应每个$\varepsilon$值的$\varepsilon_4$的变分来得到能量极小。这个路径上的能量作为$\varepsilon$的函数画在图Ⅱ-7上。虽然在$\varepsilon=0.5$处有出现鞍点

的强烈提示，而在 ε 更大处能量再一次开始很快上升。我们相信，这一点首先是由于所加的在任何等位表面内体积为常数来使密度保持不变这一限制的失败所产生的。也就是说，物质分布无需遵循势分布。对于变形势，这一点一般是可以预计到的，并且由于包含进 l^2 修正项而更加复杂化。



图Ⅱ-7　单粒子模型计算的能量与形变参数 ε 的关系。（使能量对 ε_4 的变分取极小而得出）大变形处能量的上升表明了当表面与体积之比大大增加时单粒子模型的失败。[根据Nilsson(1969)。]

C.Strutinsky 混合模型

1. 壳修正方法

鉴于单粒子模型在预测大变形处的变形能方面遭到失败，希望找到某个途径来计入核子壳效应，但不要求单粒子模型也适当地预测表面能。Strutinsky 提出了一个方法，其中壳效应被看作是对均匀的单粒子能级分布的一个小的偏离。然后，这个偏离

被作为对包含有主要的表面和库仑效应的液滴模型能量的修正来处理。对效应强度随形变的变化也可以同样方式作为修正来处理。

从而总能量被写作液滴模型能量 E_{LDM} 与壳修正和对修正 $\delta U+\delta P$ 之和：

$$E=E_{LDM}+\sum_{p,n}(\delta U+\delta P) \qquad (\text{II}-5)$$

这里中子和质子的修正分开处理。所有的量都是形变的函数。让我们首先考虑壳修正 δU。它是两个单粒子能量和之间的差值，这两个单粒子能量和分别对应于两个不同的单粒子模型：一个是现实的壳模型，表现非均匀的能级间距和能级简并；另一个则是“均匀”分布。从而，壳修正由下式给出，

$$\delta U=U-\widetilde{U} \qquad (\text{II}-6)$$

壳模型的能量和 U 由下式给出，

$$U=\sum_{\nu}2\,\varepsilon_{\nu}n_{\nu} \qquad (\text{II}-7)$$

其中 ε_ν 是现实壳模型势中核子能级的单粒子能量，n_ν 是这些能级的充填数目。对于“均匀”分布，

$$\widetilde{U}=2\int_{-\infty}^{\lambda}\varepsilon\widetilde{g}(\varepsilon)\,d\varepsilon \qquad (\text{II}-8)$$

其中 $\widetilde{g}(\varepsilon)$ 是核子态的“均匀”分布，λ 是对应的化学势，由 $N=2\int_{-\infty}^{\lambda}\widetilde{g}(\varepsilon)\,d\varepsilon$ 确定，N 是粒子的总数。这个修正方法的原理是这样的：由单粒子模型来计算总能量的一般问题产生的任何系统误差将被消去，而只有与在特定的壳模型中的特殊的能级简并和劈裂相联系的效应才作为壳修正保存下来。因而，重要的是“均匀”分布要尽可能地与总的壳分布相一致。

这一步是这样完成的：取一个壳分布，并在一个足够大的能量间隔中把它加以平均来消去壳效应。这个平均通过用一个加权函数来完成，它产生

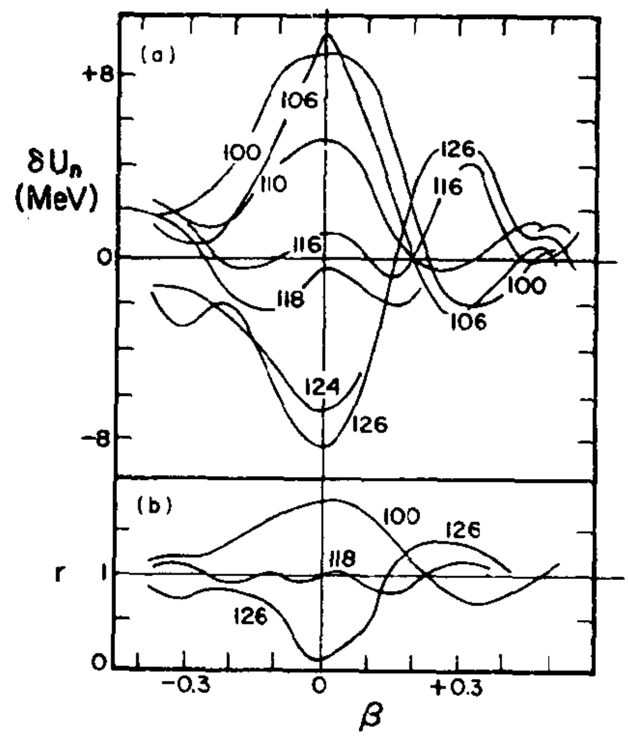
$$\widetilde{g}(\varepsilon)=(\pi\gamma)^{-1/2}\sum_{\nu}\exp[\gamma^{-2}(\varepsilon-\varepsilon_{\nu})^{2}] \qquad (\text{II}-9)$$

方程(II-9)中的和是中心位置在 ε 处的能量间隔 $(\pi\gamma)^{1/2}$ 中的能级数目。通常是以多项式乘以高斯函数的形式引入一个修正因子，来避免由于在一个有限的能量间隔中平均而在 $\widetilde{g}(\varepsilon)$ 中产生的畸

师

变。可以证明，如果γ取成是两个主壳的能量差的数量级$\hbar\omega_0=7$ MeV，并且如果上面提到的修正因子包括进去，$\tilde{g}$对γ的精确值不灵敏。虽然这个平均步骤看来对于谐振子势的单粒子能级能满意地工作，但假如应用了Woods-Saxon形式的有限势还会碰到困难(Lin, 1970)。采用了多少有些任意的截断来避免连续态问题。

图Ⅱ-8a中给出小修正δU随形变变化的一些例子。所用的单粒子能量来自Nilsson 模型。对于球形核，当核位于或靠近闭壳时，这个修正是负的（对应较低的总能量或较强的结合），而对位于壳间中部的核，修正是正的。在某个有限的形变β(约为0.3左右）处，一般来说情况恰巧反转过来：对核子数接近闭壳的核，修正为正，而对位于壳间中部的核，修正为负。这种情况解释了观察到的核处于其基态时的平衡形变。对位于壳间中部的核，有利于非球形状的壳修正大得足以克服来自总能量中液滴模型部分对球形的倾向。



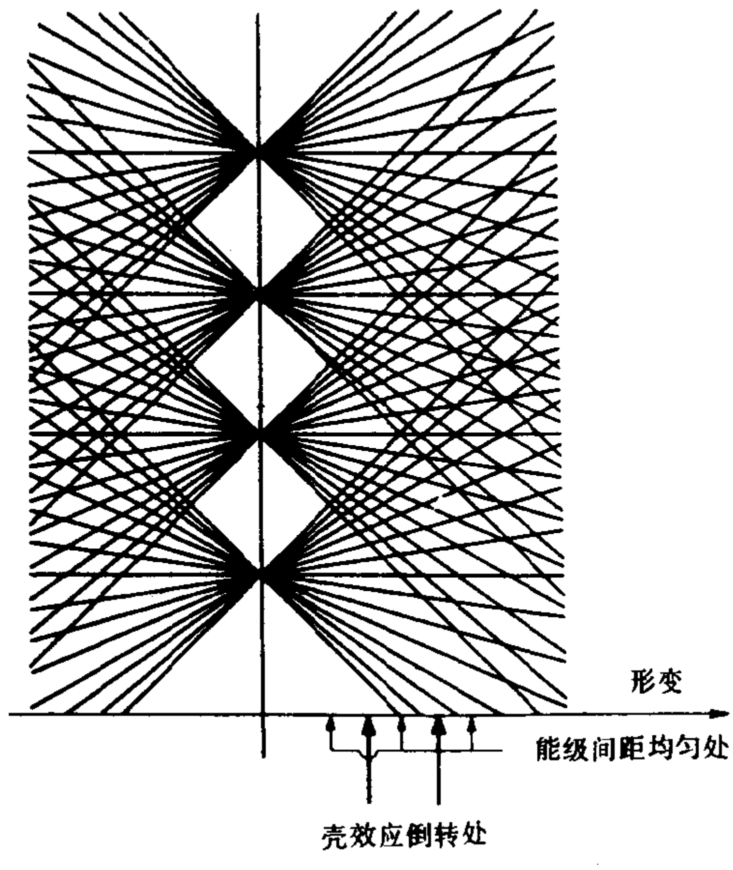
图Ⅱ-8 (a)用Nilsson单粒子能量算出的中子壳效应修正随形变的变化函数。曲线上标出了位于或低于$N=126$壳的选定的中子数。能量标度仅是近似的。(b)在Fermi能量处壳单粒子能级密度与均匀能级密度的比值[引自Strutinsky(1967)。]

试着以略为更一般的方式来理解图Ⅱ-8a中显示出来的振荡是有意义的。壳修正δU对于靠近费米能量附近的单粒子能级密度是很灵敏的。这些能级密度的变化反映着（作为变形和能量或者核子数的函数）能级的壳型的密集和稀疏。利用式(Ⅱ-9)的加权函数，但用较小的平均间隔，其量级为次壳间的距离，即

$\hbar\omega_0 A^{-1/3} \approx 1\mathrm{MeV}$，可以确定一个“壳能级密度”$g_{\mathrm{shell}}(\varepsilon)$。原则上，式(Ⅱ-7)的能量和$\sum_{\nu} 2\varepsilon_{\nu} n_{\nu}$可以用下式代替，

$$\int_{-\infty}^{\lambda} 2\varepsilon g_{\mathrm{shell}}(\varepsilon)\, d\varepsilon$$

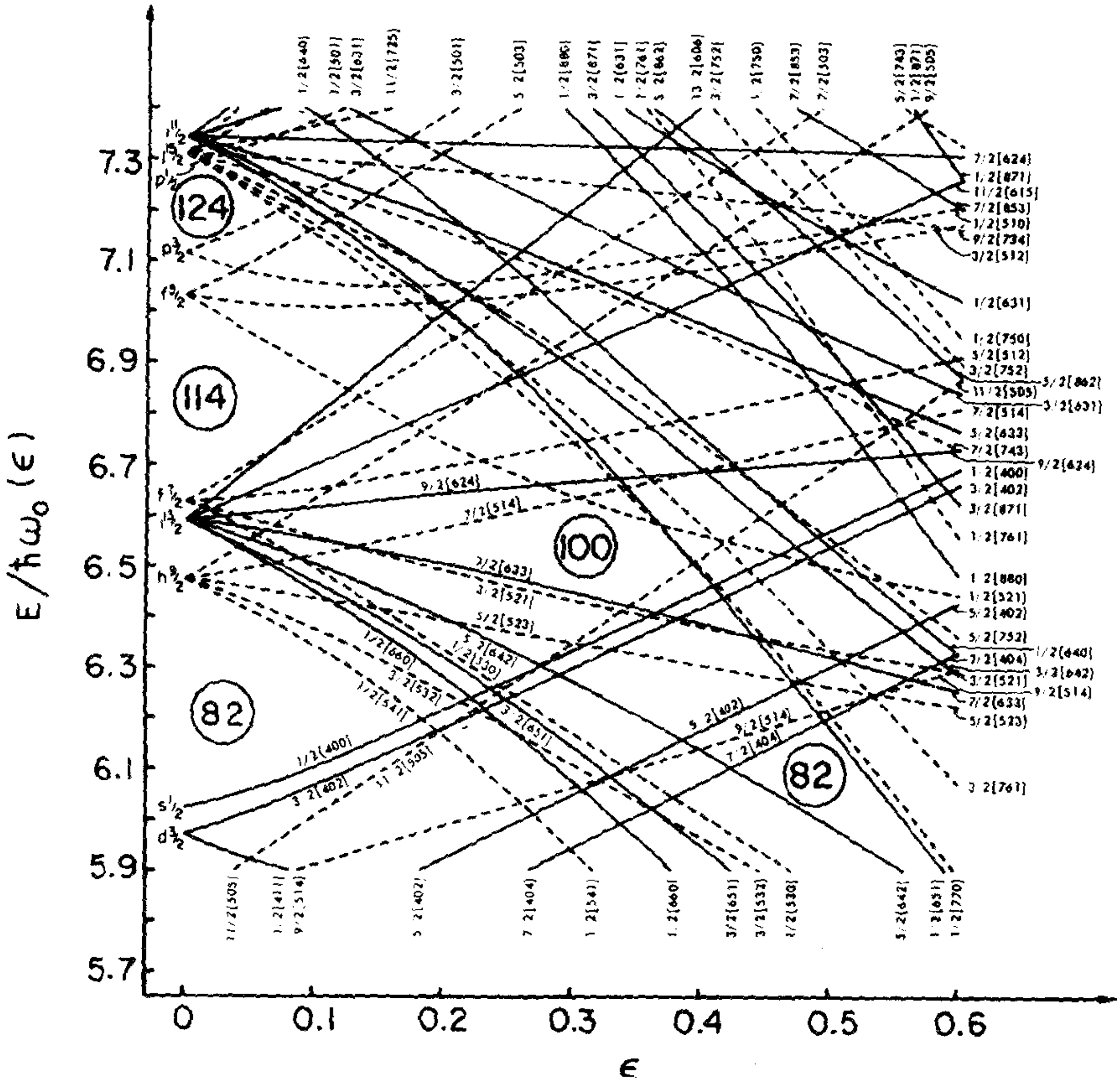
虽然，实际上在计算随形变变化的总能量时，用的是表达式(Ⅱ-7)。在显示壳修正δU和“壳能级密度”围绕均匀能级密度的起伏之间的直接联系方面，“壳能级密度”是有意义的。Strutinsky(1967)发现了在壳修正δU和“壳密度”与均匀密度的比值之间有着强烈的关联，通过比较图Ⅱ-8(*a*)和图Ⅱ-8(*b*)可以看到这一点。定性地说，关联是由于这一事实：由于费米能量实际上与形变无关，费米表面处能级密度的减少对应着未充填能级的升高（相对于均匀密度分布而言）以及充填能级的压低。因而已充填能级的单粒子能量之和（相对于均匀分布）降低了。类似地，费米表面处能级的密集导致相反的效应。



图Ⅱ-9　一个高度简化的Nilsson能级图，它具有从等间距的完全简并的集聚中放射出来的能级扇形。扇形的重叠导致能级密度增加的区域。常常在能级间距变成均匀的区域之后，跟着的是密集和稀疏反转的区域。

Myers 和 Swiatecki (1967)及Strutinsky(1968)表明了，通过注意集聚能级带随着形变增加而变得解除集聚的方式，能够定性地理解作为形变函数的壳修正是如何反转的。这一点简要地表示在图Ⅱ-9中。在两个壳的集聚开始

交叉的形变处，在对于球形组态出现壳隙的同样能量的地方出现能级密度相对较高的区域。类似地，对于这同一形变，在另外一些能量处存在低密度区域，而对于球形情况而言，这些区域密度最高。Strutinsky还表明了，从一个包含有次壳的理想化的简图出发，可以表现出同样的定性行为。两个图象都指出，能级密度在更大形变处显示出进一步的振荡，虽然在Myers和Swiatecki的图象中振荡很快被阻尼。考察图Ⅱ-10中的质子Nilsson图，



图Ⅱ-10　奇质子的Nilsson图($82\leqslant Z\leqslant 126$)。
[引自Gustafson等(1967)。]

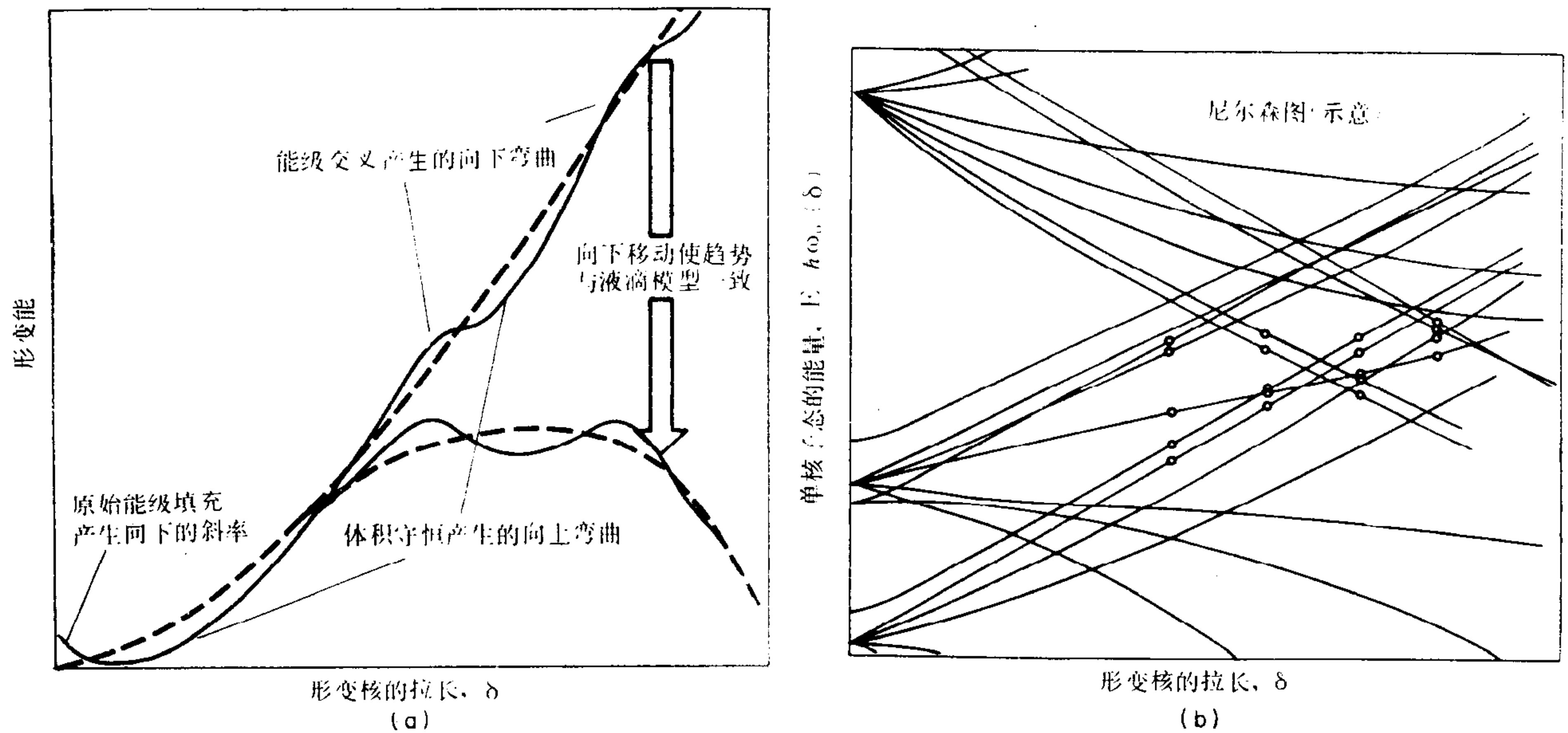
可以看到，在现实的能级图中这些规律性并未消失。

图Ⅱ-11中给出一个高度简化的例子，来表明形变能中的不规则性是如何可以和Nilsson图中的交叉关联起来的。这个例子也说明，从单粒子模型计算的变形能曲面（这一计算的结果表示在图Ⅱ-7中）是如何被拉低下来，使得平均趋势与液滴模型一致。

应该提醒，虽然Strutinsky方法(1967，1968)直觉上是有吸引力的，并且看来相当成功，但是不存在完整的理论来使它合法化。Bassichis 和Wilets(1969)讨论过怎样得到势能随形变的变化函数的问题。近来，经过把从约束Hartree-Fock计算的形变能曲面与基于利用Hartree-Fock本征能量经Strutinsky方法计算的结果作比较，加强了这一步骤(指Strufinsky方法)的可靠性(Bassichis等，1972)。这一检验是对$A=108$的核做的，它是目前Hartree-Fock计算可以实现的最重的核。Hartree-Fock计算中得到的出现势能极小的形变以及极小的近似深度二者都为基于Strutinsky方法的计算所再现。

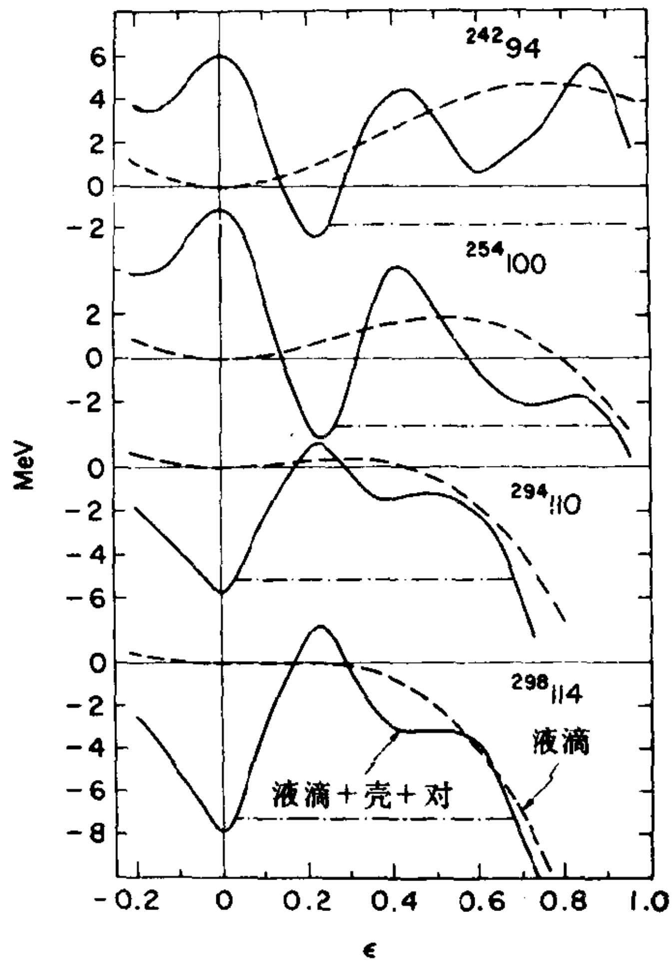
回到关于用公式(Ⅱ-5)计算总能量的讨论，我们注意到对能修正δP可以用通常的那种近似方法来计算，这种方法是把Bardeen、Cooper和Schrieffer(BCS)理论应用于核上。发现对能随形变的变化为几个MeV，表现出调制式的振荡，它和壳修正δU的振荡不同相。其原因在于，对能也由接近Fermi表面处的单粒子态的密度所决定。但是，在对修正的情况下，当能级密度异常高的时候，总能量较低，因为能级密度越高，核子对可以散布的能级数目越多。因而，对修正达到极大值时，同时壳修正却达到其极小值，反之亦然，以至于对能修正对于壳修正有某些补偿。结果是总形变能比假若只有壳修正时给出的结果较少受到调制。

由公式(Ⅱ-5)得到的重元素核总形变能的例子表示在图Ⅱ-12中。形变能的第一极小发生在大致等于已知的核基态形变处。形变能在鞍点附近的第二极小具有特别的意义。这个极小是由振荡的壳修正在这个变形处的第二次反转造成的。对于中子，当$N\sim$



图Ⅱ-11　Nilsson 图的示意性的扩充以表明（*b*）有助于解释（*a*）中的能量曲线的特征。（*a*）中上部的实线基于假设势的等位面中体积守恒，单粒子能量是从这个势计算的。下部的实线是按照Strutinsky建议的，要求总的趋势与液滴模型一致而得到的。小的圆圈指明最顶部填充的能级，它们可以视为中子或质子。（*a*）中初始能量向下的曲率对应裂变势垒的第一峰，此后，曲线围绕一根以虚线表示的平均曲线而上下波动。［引自Inglis（1969）。］

150时壳修正特别大。根据已知存在自发裂变同质异能素(见第三章D节)以及在用共振中子研究裂变时观察到的中间结构(见第四章E节),有证据证明,在一些核上存在着这种第二极小。对^{252}Cf和更重的核,第二极小开始消失,这部分是由于,在较小形变处液滴能量非常陡地下降,如图Ⅱ-12所示。

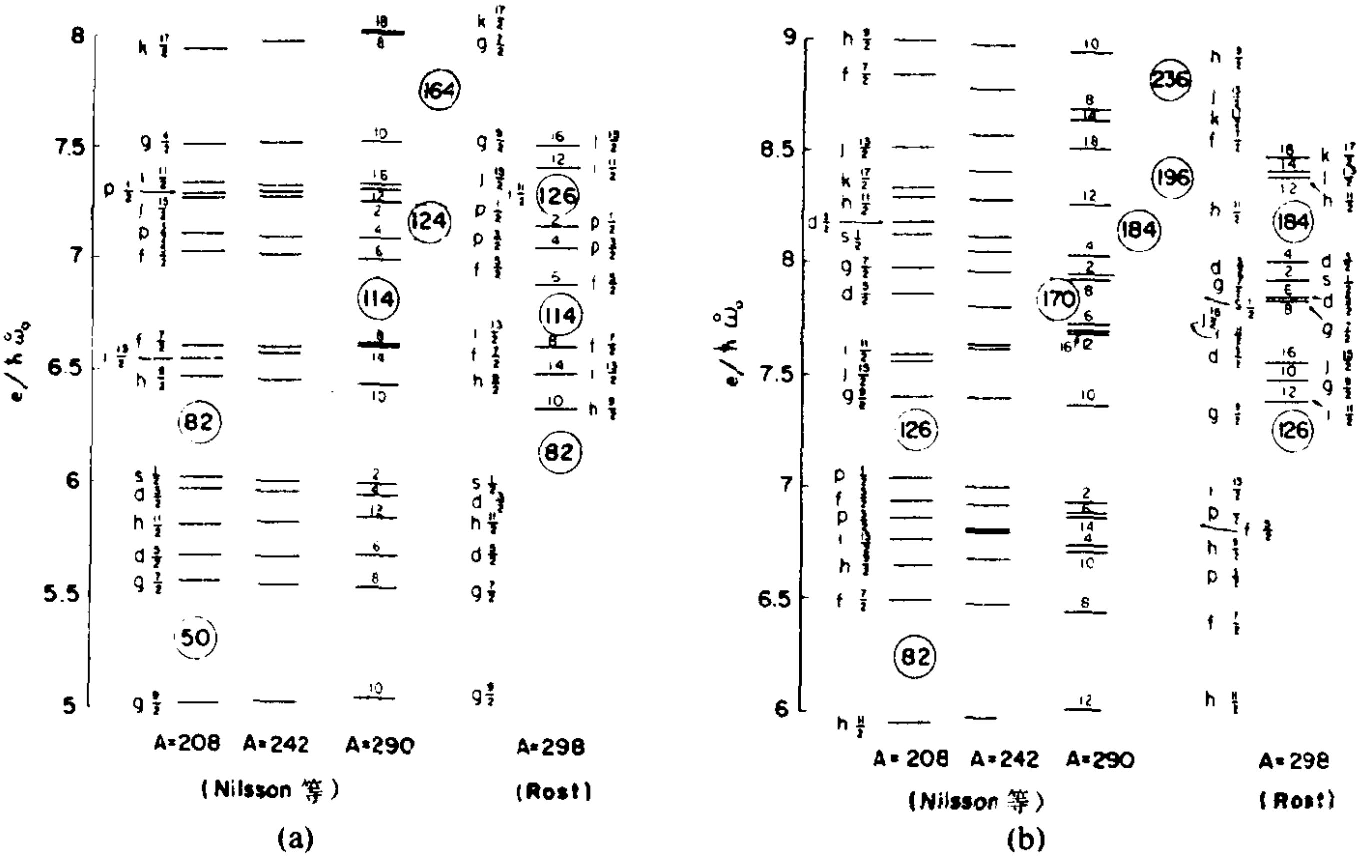


图Ⅱ-12 对于不同的核,在对ε_4的变化取极小值之后势能随ε的变化关系,显示在液滴模型本底上的壳结构效应。---液滴模型裂变势垒;——包括了壳效应和对效应之后的势垒。[引自Tsang和Nilsson(1970)。]

2. 预测的超重元素势垒

这个模型的一个有趣的应用是预测尚未发现的超重核的裂变势垒。一些人用Strutinsky重整化方法研究了这个问题。第一步是找到势参数,它们要能再现变形核和球形核两者的单粒子能量,目的是能够有较大的信心外推到更高的核子数。Nilsson等(1969)

得到的单质子和单中子能级图画在图Ⅱ-13中。在这个例子中，一



图Ⅱ-13 （a）球形势的单质子能级图。（b）球形势的单中子能级图。[引自Nilsson等(1969)。]

个较大的壳隙出现在$Z=114$而不是$Z=126$，后者是前已指明的用Woods-Saxon势的计算结果。中子壳确实在预期的核子数$N=184$处出现，有一个中等大小的间隙。预测$Z=114$和$N=184$的核素有一个约9 MeV的裂变势垒。几个$Z=114$的核的形变能画在图Ⅱ-14上。Muzychka等(1969)用类似计算得到的结果画在图Ⅱ-15上。随着中子数减少，势垒减低。不幸，$Z=114$的比较稳定的同位素$N\sim 184$也许难于用人工合成，因为它们的中子过剩太多。然而$Z=114$的某些较轻的同位素也许有较长的自发裂变半衰期，足以被观察到。注意到这一点也是有趣的：预测势垒高的更加丰中子的核素有着长于宇宙年龄的半衰期。因此，倘若它们在核合成过程中被产生出来，并且它们对α和β衰变表现出足够的稳定性，

这些核也许会存在于自然界中。

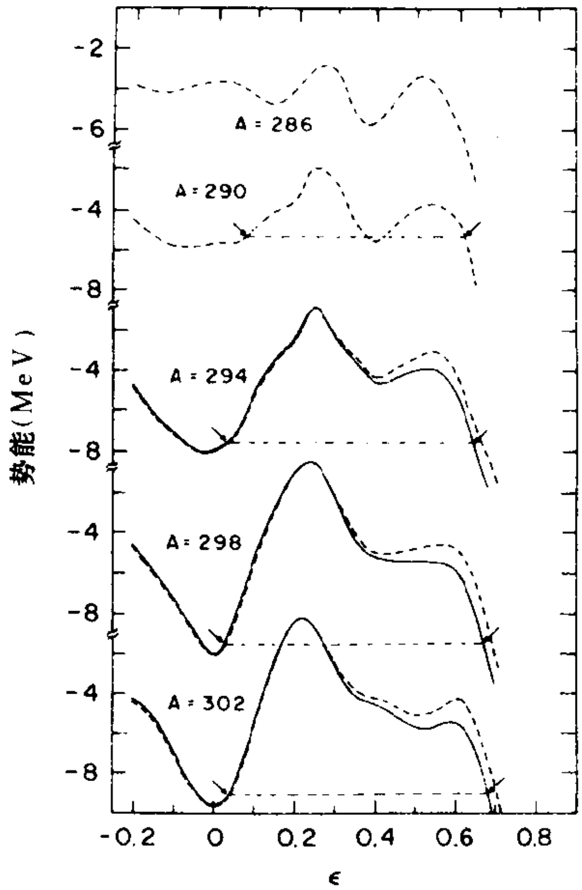
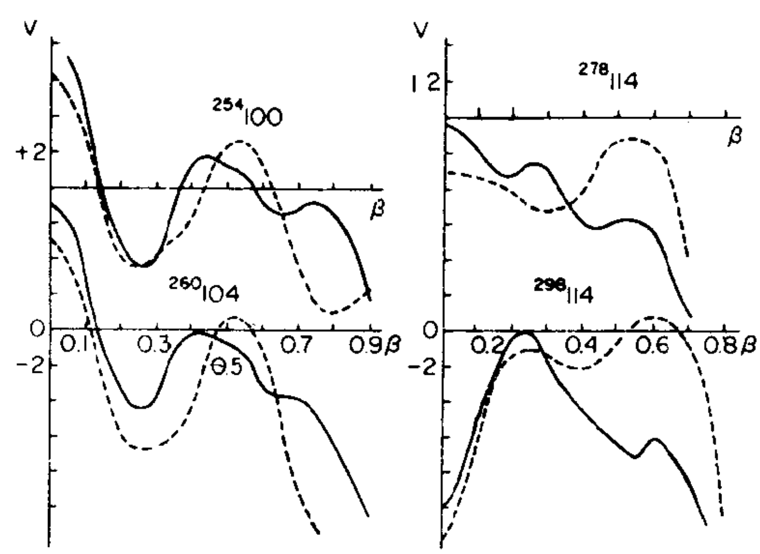


图 Ⅱ-14　对于$Z=114$，$A=286—302$的核，最小形变能沿ε轴的投影。曲线上的每一点对应着相对于ε_4的能量已取极小值[引自Nilsson等(1969)。]



图Ⅱ-15　不同核的形变能(单位为MeV)。(——)用Nilsson能级图计算，(-----)用变形Woods-Saxon势的近似能级图计算。[引自Muzychka等(1969)。]

3. 把Strutinsky方法扩展到反射不对称鞍点形状

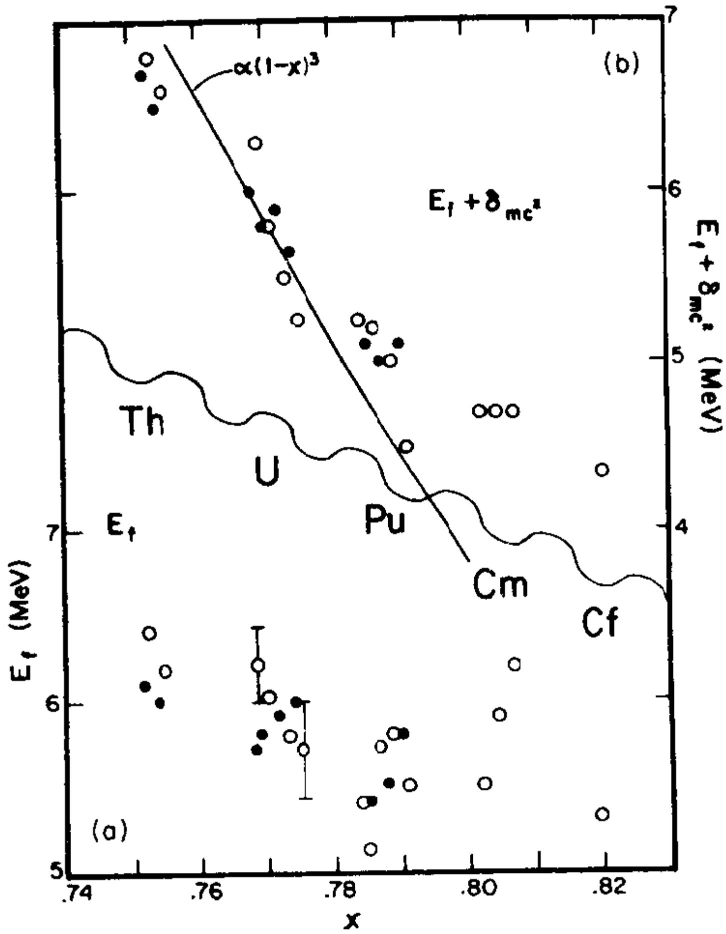
到目前为止所讨论的经壳修正的形变能曲面的计算是对于在方程(Ⅱ-4)中仅有$n=2$和$n=4$项的反射对称形状的。虽然液滴能量曲面对于不对称变形是稳定的，但是，在P_2变形较大处，液滴能量曲面对于包括P_3和P_5变形的某种组合的变形变得很软(Cohen和Swiatecki, 1963; Nix, 1967)。可能在某个形变处，壳效应或许能够克服液滴对于不对称变形的稳定性。Möller等(1969)指明了，只包括P_3一项的壳效应不破坏液滴对于不对称变形的稳定性。可是，如果以利用液滴能量曲面的软度的方式，把P_5项也包括进去，那末对于在第二垒顶处为对称变形的那些形状，确实会使得它们相对于不对称变形的稳定性丧失掉。结果是^{236}U和^{240}Pu第二势垒的高度要降低约2MeV（Möller和Nilsson, 1970; Pauli等, 1971; Bolsterli等, 1972)。这样一来，理论势垒高度更好地与实验势垒高度符合了(见第八章)。Gustafson等(1971)讨论了对不稳定性起首要作用的特定的核子轨道。第一势垒和第二极小相对于不对称变形仍然是稳定的。对于较重的锕系元素，由不对称自由度造成的第二势垒高度的降低比较小，对Cf和Fm仅约0.5MeV。对于较轻的元素，情况不清楚。Möller和Nilsson(1970)报告说$^{210}Po(Z=84)$对于不对称变形稳定，而Bolsterli等(1972)发现它不稳定。Pashkevich(1971)发现，相近的核$^{208}Pb(Z=82)$对于不对称变形不稳定。在第九章中，将把势能曲面与不对称变形的关系和质量不对称性联系起来仔细讨论。在图Ⅸ-17和图Ⅸ-18中画出了对于这种变形的势能曲面的等高图。

D. 裂变势垒高度的系统学

图Ⅱ-5中已经给出过实验势垒高度与液滴模型的最简单的先验的预期结果的比较。通过引进对于基态能量的半经验壳修正以及以拟合一个势垒来调整质量公式系数，得到了更加成功的拟合(Myers和Swiatecki, 1967)。这里我们把注意力集中于重元素

的势垒，特别是它们与Z及A的关系。我们也研究势垒高度上可能有的任何奇偶关系。

对于$Z \geqslant 90$偶偶和偶奇核的裂变势垒高度与可裂变性参数的函数关系画在图Ⅱ-16的下半部。在这个图中，这些数据的两个定性的特征是很明显的。势垒高度与可裂变性参数x的依赖关系比较弱，锔同位素的势垒甚至比钚同位素的更高。另一个特征是偶偶核和偶奇核的势垒高度几乎相等。



图Ⅱ-16 (a)重元素的偶偶及偶奇同位素的实验裂变势垒高度画作Myers-Swiatecki(1966)可裂变性参数的函数。图上标出了势垒高度的典型的不确定度。(b)在实验势垒高度上加上了一个能量差值，即实验基态质量与液滴模型基态质量两者之差。(Myers和Swiatecki，1967。)
●偶偶核，○偶奇核。

势垒高度对可裂变性参数的依赖性弱以及锔同位素势垒高于预期值这两件事假定为上一节中讨论过的壳效应的表现。在势垒

高度实验值上加上一个修正量（这个量等于包含有壳效应的基态质量实验值与半经验质量公式中液滴部分预测的质量之差），可以把基态能量（势垒是从它量起的）的壳效应充分地分隔出来。Swiatecki 找到一个类似的修正，它对于解释自发裂变寿命偏离开对于可裂变性 χ 的光滑依赖关系方面是很成功的。（见第三章B节）以这个方法修正过的裂变势垒高度画在图Ⅱ-16的上部。图中也画出了简单液滴模型暗示的势垒高度与可裂变性的相对依赖关系，它由 $E_f \propto (1-\chi)^3$ 给出。虽然现在可以看到对于可裂变性参数有着较强的依赖关系，但是在预期的和观察到的势垒高度与可裂变性的依赖关系之间，仍然存在着重大的差别。这些差别被假定为是由于在对应势垒顶部变形处的壳效应所致。与图Ⅲ-12的比较提示，这是因为在对应第一势垒的变形处，Z 较高的核有大的壳效应的缘故。与图Ⅲ-2中的基态自发裂变寿命与可裂变性的关系作的比较支持这一提示，在那里锔同位素遵循较轻元素的趋向。要是锔同位素的势垒在所有形变处，均匀地多多少少都要大一些的话，那么穿透率所暗示的自发裂变寿命就会异常大。

我们已经强调过，偶奇核的裂变势垒看来并不比相邻的偶偶核大多少。表Ⅱ-1中给出了不同类型的核之间势垒高度的平均差值。这些小的差别联系到下面的建议来说是有某些意义的，

表 Ⅱ-1

对于 $Z\geqslant 90$ 的重元素，偶 Z 奇 N（eo）、奇 Z 偶 N（oe）、及奇奇（oo）核的裂变势垒高度与偶偶（ee）核势垒高度差值的平均值（第一行）[a]

	$E_f(eo)-E_f(ee)$	$E_f(oe)-E_f(ee)$	$E_f(oo)-E_f(ee)$
实验值（$Z\geqslant 90$）	0.25±0.10	0.2±0.10	0.25±0.10
第一垒处对能隙的能级密度效应	0.25	0.25	0.5
第二垒处对能隙的能级密度效应	0.1	0.1	0.2
第一垒处对能隙的表面积效应	0.1	0.1	0.2
第二垒处对能隙的表面积效应	0.45	0.45	0.9

a. 第二行到第五行的理论估计值是基于Nilsson 等（1969）对 ^{254}Fm 核用 $A=265$ 的参数所作的计算得到的。然而，从那篇文章的其它结果看来，它们是对重元素所预期的典型的数值。

这一建议说，因为对能隙随着形变而增加，奇 A 和奇奇核的裂变势垒也许会显著地大于偶偶核(Griffin, 1963)。Kennedy等（1964）得到过一个关于对强度与表面-体积比的依赖关系的理论指示。事实上，在一段时间里曾经以为，从裂变截面和碎片角分布各向异性与激发能的关系上已得到了这一效应的实验证明(Britt 等，1965)。这个实验被重新作了解释：低能处截面上的峰，原本被识别为 0+ 过渡态的阈，现在被识别为由双峰产生的振动共振(Back等，1969)。假若真的存在着对效应的话，那么对于奇奇核这个效应本应预期是奇偶或偶奇核的两倍。它也本应导致奇奇核自发裂变寿命比奇 A 核的寿命系统地长得多(见第三章B节)。这些效应没有一个是为数据所指明了的（Ignatyuk和Smirenkin, 1969)。奇奇的 ^{242}Am核自发裂变的禁阻因子比许多奇 A 核的要小。此外，尽管在表Ⅷ-1中的估计值有很大的不确定性，奇奇核的裂变势垒高度差并不比奇 A 核的大。

预计形变对于对能的效应有多大呢？对于对能隙随形变而增大实际上有两个可能的贡献。第一个是由于能隙参数随单粒子能级密度而增大。壳修正和单粒子能级密度的强烈关联意味着壳修正会导致在平衡形变处有异常低的能级密度，在势垒峰处有异常高的能级密度。在表Ⅱ-1的第二和第三行中给出了以平衡基态形变为基准的这个效应在第一(内)和第二(外)势垒处的估计数值。由于壳效应随形变的起伏被阻尼，这个效应在第二势垒处比在第一势垒弱。对于对能隙与形变有关的第二个可能的贡献是由表面-体积比有变化所致。Kennedy等(1964)以及Nilsson等（1969）建议，对效应主要是一个表面效应。假定对强度正比于表面积 S，则能隙参数 Δ 近似正比于 S^3。Kennedy等的板模型（Slab model）给出较弱的依赖关系 $\Delta\propto S^{3/2}$。倘若假定对强度正比于表面积(Stepien和Szymanski，1968；Nilsson等，1969)，就得到表中第四、第五行列出的贡献。由于实验势垒差决定于较高的一个势垒，只有当第二势垒在能量上总是低于第一势垒时，对强度与表面积成线性关系的假定才能和实验一致。实际上，奇 A 核和

奇奇核的实验势垒高度比偶偶核的略有增加也许仅仅是残存的“特增能量”效应；在导出阈值的核反应中，最低势垒的自旋态也许没有显著地被占据。在较轻的元素方面也有证据，在那里鞍点处的表面积是很大的，对强度正比于表面积的假定预测的裂变势垒大大低于实验指明的值(Mosel，1972)。(请看第三章B节中关于自发裂变寿命的对能与形变之关系的讨论。)

E．鞍点处的激发

到目前为止，我们集中注意力于裂变势垒处核的最低能态。为了讨论能量较高处的裂变，我们必须考虑鞍点组态的激发态。我们将主要关心偶偶核。通过讨论永久变形的偶偶核在它的平衡基态组态时的激发谱，我们也许可以得到最佳的指南。非球对称的平衡基态表现出一个转动带，其能级由 $E_J=(\hbar^2/2g)[J(J+1)]$ 给出。对于重元素，$\hbar^2/2g$的典型值为7 keV。除了转动自由度以外，还有一些振动模式可以被激发，它们中间最简单的是“呼吸”模式（breathing mode），由变形参数 α_2或 β 描述。这种类型的激发叫做 β 振动。最低的不对称模式对应于梨形组态的反转，或者叫“来复”振动(Sloshing vibration)。对于到此为止所考虑的转动和振动来说，总角动量在核对称轴上的投影 K 都是零。也有一些振动模式，对应于破坏轴对称的振荡。这些被称为 γ 振动，最低的 γ 振动模式具有 $K=2$。所有这三类振动态在偶偶核的激发谱中都被观察到了，它们具有的典型能量是1 MeV或稍少一些。

最后，我们预期在大约 $2\Delta=1.2—1.4$ MeV处有粒子激发，对应于一对核子对的破坏。

让我们现在来考虑这些激发如何依赖于形变，在鞍点形变处可以预期些什么。β 振动模式对应于在裂变方向的运动，在鞍点处具有纯虚数频率，对鞍点的激发谱没有贡献。基于液滴模型的考虑，预期 $K=2$的 γ 振动在鞍点处的能量比在平衡形变处的更高。对于质量不对称或“来复”振动可以预期些什么还不清楚，因为在

基态形变处这个激发模式的频率在狭窄的质量数范围里有激烈的变化。液滴模型计算指出，质量不对称振动的能量是在大约1.5 MeV（Nix,1967）到2.5MeV（Griffin, 1965）处。然而，对于实际的核预期这个振动模式的能量要显著地小一些，因为液滴模型会过高地估计集体运动的能量。壳效应可以极大地改变基于液滴模型所作的这些预测。Pashkevich（1969）、Larsson 等（1972）、Götz等（1972）表明了，$Z\geqslant 94$的核的内垒对于$K=2$的 γ振动的自由度会变得不稳定。我们也注意过，外垒对于质量不对称自由度可能是不稳定的。

存在另一类集体态，它在核的基态激发谱中没有被识别出来，但预期在鞍点处或许能量较低。这是弯曲模式，$K=1$而宇称为负。对于这个模式的能量，液滴模型预测值是很大的（大约3 MeV），但是这个估计对于实际的核可能又是过高的。

对于每一个振动激发都有可能具有一个与它相关的转动激发系列，其转动能量常数比基态稍小，因为鞍点组态的转动惯量要大一些。也可能存在组合的激发，即多于一个的振动模被同时激发。弯曲和“来复”振动的组合是具有特殊意义的，因为对于得到1^{+}集体态来说，可能它消耗能量最少。

我们也预期在$2\Delta_f$附近找到粒子激发，假若对能与表面积之间存在着强的依赖关系的话，这里鞍点形变处的能隙参数Δ_f也许会大于基态平衡形变处的能隙参数Δ。在前节中讨论过的证据提示$2\Delta_f$不比2Δ大许多。

在图Ⅱ-17中画出了一个可能的集体能带谱的简图。

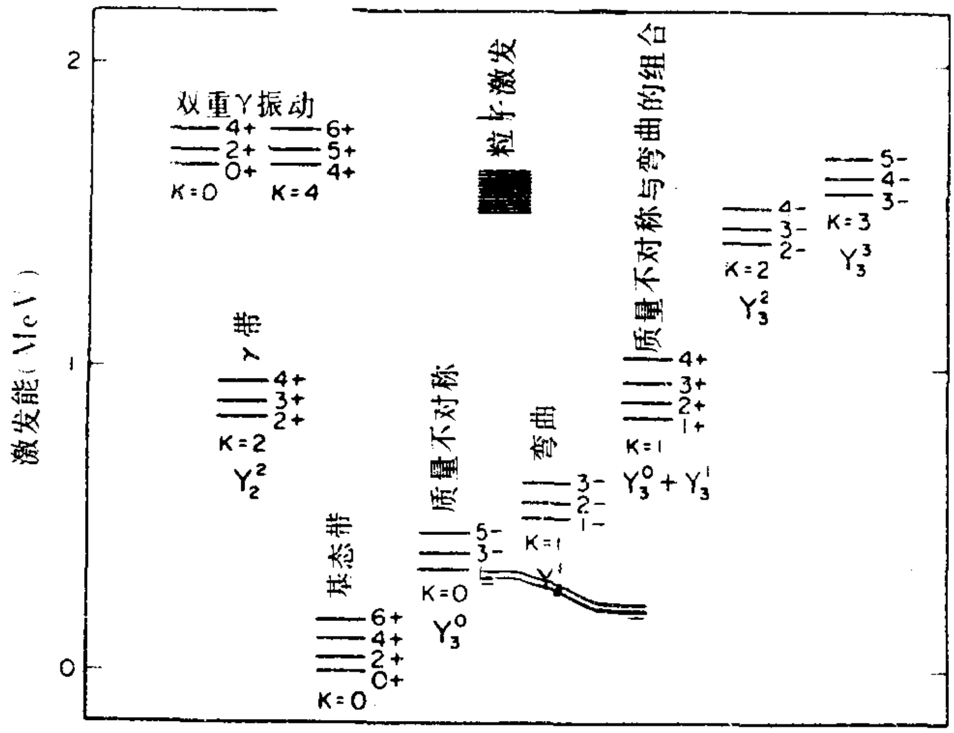


图 Ⅱ-17　具有稳定四极形变的偶偶过渡核的某些可能的集体能带结构的示意图。β振动带(Y_2)消失，因为它是在裂变方向上的振动。不同集体能带的激发能不能视为严格的。能量标度仅用以示意。[根据Huizenga(1967)。]

参　考　文　献

Back, B. B., Bondorf, J. P., Otroshenko, G. A., Pedersen, J. and Rasmussen, B. (1969). *Proc IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission, 2nd*, p. 351. IAEA, Vienna.

Bassichis, W. A., and Wilets, L. (1969). *Phys. Rev. Lett.* **22**, 799.

Bassichis, W. A., Kerman, A. K, Tsang, C. F., Tuerpe, D. R., and Wilets, L. (1972). *In* "Magic without Magic: John Archibald Wheeler." Freeman, San Francisco.

Bes, D., and Szymanski, Z. (1961). *Nucl. Phys.* **28**, 42.

Bohr, N., and Wheeler, J. A. (1939) *Phys. Rev.* **56**, 426.

Bolsterli, M., Fiset, E. O., Nix, J. R., and Norton, J. L. (1972) *Phys. Rev. C* **5**, 1050.

Britt, H. C., Gibbs, W. R., Griffin, J. J., and Stokes, R. H. (1965). *Phys. Rev.* **139**, *B* 354.

Cohen, S., and Swiatecki, W. J. (1962). *Ann. Phys. (N.Y.)* **19**, 67.

Cohen, S., and Swiatecki, W. J. (1963). *Ann. Phys. (N.Y.)* **22**, 406.

Frankel, S., and Metropolis, N. (1947). *Phys. Rev.* **72**, 914.

Götz, U., Pauli H. C., and Junken, K. (1972). *Phys. Lett.* **39B**, 436.

Green, A E S 1954). *Phys. Rev.* **95**, 1006.

Griffin, J. J (1963). *Phys. Rev.* **132**, 2204.

Griffin, J. J (1965). "Physics and Chemistry of Fission," Vol. I, p. 23. Salzburg. IAEA, Vienna.

Gustafson, C., Lamm, I. L., Nilsson, B., and Nilsson, S. G. (1967). *Proc. Int. Symp. "Why and How should We Investigate Nuclides Far off the Stability Line," Lysekil, Sweden August 21–27, 1966*, p. 613. Almquist and Wiksell, Stockholm; *Ark. Fys.* **36**, 613.
Gustafson, C., Möller, P., and Nilsson, S. G. (1971). *Phys. Letts. B* **34**, 349.
Huizenga, J. R. (1967). *Int. Nucl. Phys. Conf.* (R. L. Becker, C. D. Goodman, P. H. Stelson, and A. Zucker, eds.), p. 721. Academic Press, New York.
Hyde, E. K. (1964). "Nuclear Properties of the Heavy Elements," Vol. III, 'Fission Phenomena." Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
Ignatyuk A. V., and Smirenkin, G. N. (1969). *Phys. Lett. B* **29**, 159.
Inglis, D R. (1969). *Phys. Today* **22**, 29.
Johansson, S. A. E. (1961). *Nucl. Phys.* **22**, 529.
Kennedy R. C., Wilets, L., and Henley, E. M. (1964). *Phys. Rev. Lett.* **12**, 36.
Larsson. S. E. Ragnarsson, I., and Nilsson, S. G. (1972). *Phys. Lett.* **38B**, 269
Lawrence, J. N. P. (1965). *Phys. Rev. B* **139**, 1227.
Lin, W (1970). *Phys. Rev. C* **2**, 871.
Mölle , P., and Nilsson, S. G. (1970). *Phys. Lett. B* **31**, 283.
Möller, P., Nilsson, S. G., Sobiczewski, A., Szymanski, Z., and Wycech, S. (1969). *Phys. Lett. B* **30**, 223.
Mosel, U. (1972) *Phys. Rev. C* **6**, 971.
Mottelson, B. R., and Nilsson, S. G (1959). *Kgl. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Skr.* **1**, No. 8.
Muzychka, Yu. A., Pashkevich, V. V., and Strutinsky, V. M. (1969). *Sov. J Nucl. Phys.* **8**, 417.
Myers, W. D , and Swiatecki, W. J. (1966). *Nucl. Phys.* **81**, 1
Myers, W. D., and Swiatecki, W. J. (1967). *Proc. Int. Symp. "Why and How Should We Investigate Nuclides Far off the Stability Line," Lysekil, Sweden, August 21–27 1966*, p. 343. Almqvist and Wiksell, Stockholm; *Ark. Fys.* **36**, 343.
Nilsson, S. G. (1955). *Kgl. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd.* **29**, No. 16.
Nilsson, S. G. (1969). *Proc. Int. School Phys. 'Enrico Fermi'* **40**. Academic Press, New York.
Nilsson, S. G., Nix, J. R , Sobiczewski, A., Szymanski, Z., Wyceck, S., Gusta son, G , and Möller, P. (1968) *Nucl. Phys. A* **115**, 545.
Nilsson, S. G., Tsang, C. F., Sobiczewski, A., Szymanski, Z., Wycech S., Gustafson, C., Lamm, I. L., Möller, P., and Nilsson, B. (1969). *Nucl. Phys. A* **131** 1.
Nix, J. R. (1967). *Ann. Phys (N.Y.)* **41**, 52.
Pashkevich, V. V. (1969). *Nucl. Phys.* A **133**, 400.
Pashkevich, V. V. (1971). *Nucl. Phys. A* **169**, 275
Pauli, H. C., Ledergerber, T., and Brack, M. (1971). *Phys. Lett. B* **34**, 264
Primack, J. R. (1966). *Phys. Rev. Lett.* **17**, 539
Stepien, W., and Szymanski, Z. (1968). *Phys Lett. B* **26**, 181
Strutinsky, V. M. (1964a). *Sov. Phys. JETP* **18**, 1298.
Strutinsky, V. M. (1964b). *Sov. Phys. JETP* **18**, 1305.
Strutinsky, V. M. (1967). *Nucl. Phys. A* **95**, 420.
Strutinsky, V. M. (1968). *Nucl. Phys. A* **122**, 1.
Strutinsky, V. M , Lyashchenko, N. Ya., and Popov, N. A. (1963). *Nucl. Phys.* **46**, 639.
Swiatecki, W. J. (1955). *Phys. Rev.* **100**, 937.
Tsang, C. F., and Nilsson, S. G. (1970). *Nucl. Phys. A* **140**, 275.

第三章 自发裂变

A. 引 言

一个处在基态的核，对于前一章所讨论的裂变势垒，作量子力学的隧道穿透是可能的。后面将要说明，对于一个具有给定宽度的势垒的穿透几率，预期将与势垒高度的平方根有指数关系。事实上，对于比钍轻的元素来说，势垒非常高，穿透率极低，以致观察不到自发裂变。而对于已知最重的那些元素，则自发裂变成为非常显著的衰变方式，而且，关于比现在所知更重的元素能否存在的问题，主要的限制来自它们对自发裂变的不稳定性。

对于那些半衰期比较长的核素，通常用测量一已知重量样品的裂变衰变率来定出其自发裂变寿命。可用充气电离计数器、半导体探测器或电介质径迹探测器来鉴别出裂变碎片。因为裂变碎片的能量很大，计数器的本底非常低，可以研究寿命非常长的核素。但是，由于自发裂变率可在许多数量级范围内变化，因而必须十分注意样品的化学纯度和同位素纯度。对于寿命较短的核素，则用测量总寿命及自发裂变分支比的方法来定出自发裂变半衰期。对于那些以电子俘获而衰变的核素，这是特别困难的，因为测定电子俘获过程的绝对衰变率要比测定α、β及自发裂变难得多。

B. 基态自发裂变半衰期的系统学

Hyde(1964)给出过相当完整的自发裂变半衰期表。表Ⅲ-1是包括了较新数据的总汇。在图Ⅲ-1上画的是偶偶和偶奇核素自发裂变半衰期的对数与可裂变性参数x(x在前一章定义）的关系。鉴于液滴模型预言势垒高度将随x作平滑变化，我们期望半衰期

的对数至少与 x 参数有定性的关联。可以看到，对于这一期望，有两种类型的系统偏离。首先，给定元素的偶偶同位素的半衰期，在该元素较重同位素区域，是随 x 的减小而减小的。这一效应对于 $N>152$ 的核素（如 ^{250}Cm、^{252}Cf、^{254}Cf、^{254}Fm、^{256}Fm及 ^{258}Fm）尤为突出。这可假定为与 $N=152$ 处明显的亚壳层闭合有关。第二，偶奇核显示出具有异常长的半衰期，少数已知自发裂变半衰期的奇偶核及奇奇核也是如此（未画在图Ⅲ-1上）。

表 Ⅲ-1

自发裂变半寿命[a]

核素	半寿命	参考文献
^{230}Th	$\geq 1.5\times10^{17}$ 年	Segrè (1952)
^{232}Th	$>10^{20}$ 年	Podgurskaya 等 (1955)
	$>10^{21}$ 年	Flerov 等 (1958)
^{232}U	$(8\pm5.5)\times10^{13}$ 年	Jaffey 和 Hirsch (1951)
^{233}U	$(1.2\pm0.3)\times10^{17}$ 年	Aleksandrov 等 (1966a, b)
^{234}U	1.6×10^{16} 年	Ghiorso 等 (1952)
^{235}U	1.8×10^{17} 年	Segrè (1952)
	$(3.5\pm0.9)\times10^{17}$ 年	Aleksandrov 等 (1966a, b)
^{236}U	2×10^{16} 年	Jaffey 和 Hirsch (1949)
^{238}U	$(5.9\pm0.14)\times10^{15}$ 年	Kuroda 和 Edwards (1957)
	$(5.8\pm0.5)\times10^{15}$ 年	Gerling 等 (1959)
	$(1.3\pm0.2)\times10^{16}$ 年	Perfilov (1947)
	$(6.5\pm0.3)\times10^{15}$ 年	Kyz'minov 等 (1960)
	$(1.01\pm0.03)\times10^{16}$ 年	Fleischer 和 Price (1964)
^{237}Np	$>10^{18}$ 年	Druin 等 (1961a)
^{236}Pu	3.5×10^{9} 年	Ghiorso 等 (1952)
^{238}Pu	$(5\pm0.6)\times10^{10}$ 年	Druin 等 (1961a)
^{239}Pu	5.5×10^{15} 年	Segrè (1952)
^{240}Pu	1.2×10^{11} 年	Chamberlain 等 (1954)
	1.22×10^{11} 年	Barclay 等 (1954)
	$(1.32\pm0.03)\times10^{11}$ 年	Kinderman (1953)
	$(1.34\pm0.02)\times10^{11}$ 年	Watt 等 (1962)
	1.20×10^{11} 年	Mikheev 等 (1960)
	$(1.45\pm0.02)\times10^{11}$ 年	Malkin 等 (1963)
^{242}Pu	$(7.06\pm0.19)\times10^{10}$ 年	Mech 等 (1956), Jones 等 (1955)
	$(6.64\pm0.10)\times10^{10}$ 年	Butler 等 (1956a)
	$(6.5\pm0.7)\times10^{10}$ 年	Druin 等 (1961a)
	$(7.45\pm0.17)\times10^{10}$ 年	Malkin 等 (1963)
^{244}Pu	$(2.5\pm0.8)\times10^{10}$ 年	Fields 等 (1955)

续表

核素	半寿命	参考文献
^{241}Am	$(2.3\pm0.8)\times10^{14}$ 年	Druin 等 (1961b)
^{242}Am	$(9.5\pm3.5)\times10^{11}$ 年	Caldwell 等 (1967)
^{243}Am	$(3.3\pm0.3)\times10^{13}$ 年	Aleksandrov 等 (1966a, b)
^{240}Cm	1.9×10^{6} 年	Ghiorso 等 (1952)
^{242}Cm	7.2×10^{6} 年	Ghiorso 和 Robinson (1947), Hanna 等 (1951)
^{244}Cm	1.4×10^{7} 年	Ghiorso 等 (1952)
	$(1.346\pm0.006)\times10^{7}$ 年	Metta 等 (1965)
	$(1.25\pm0.01)\times10^{7}$ 年	Barton 和 Koontz (1970)
^{246}Cm	$(2\pm0.8)\times10^{7}$ 年	Fried (1956)
	$(1.66\pm0.10)\times10^{7}$ 年	Metta 等 (1965)
	$(1.80\pm0.01)\times10^{7}$ 年	Metta 等 (1969)
^{248}Cm	$(4.6\pm0.5)\times10^{6}$ 年	Butler 等 (1956b)
	$(4.22\pm0.12)\times10^{6}$ 年	Metta 等 (1969)
^{250}Cm	2×10^{4} 年	Huizenga 和 Diamond (1957)
^{249}Bk	$(1.65\pm0.17)\times10^{9}$ 年	Vorotnikov 等 (1970)
^{246}Cf	$(2.1\pm0.3)\times10^{3}$ 年	Hulet 等 (1953)
^{248}Cf	7×10^{3} 年	Hulet (1953)
	4.1×10^{4} 年	Skobelev 等 (1968)
^{249}Cf	1.5×10^{9} 年	Ghiorso 等 (1954a)
	$\geqslant2\times10^{9}$ 年	Vorotnikov 等 (1970)
^{250}Cf	$(1.5\pm0.5)\times10^{4}$ 年	Ghiorso 等 (1954b), Fields 等 (1954a), Magnusson 等 (1954)
	$(1.73\pm0.06)\times10^{4}$ 年	Phillips 等 (1962)
^{252}Cf	66 ± 10 年	Magnusson 等 (1954), Ghiorso 等 (1954b)
	82 ± 6 年	Eastwood 等 (1957)
	85.5 ± 0.5 年	Metta 等 (1965)
^{254}Cf	56.2 ± 0.7 天	Huizenga 和 Diamond (1957)
	61.9 ± 1.1 天	Metta 等 (1965)
	55 天	Fields 等 (1956)
	60.5 ± 0.2 天	Phillips 等 (1963)
^{253}Es	3×10^{5} 年	Fields 等 (1954b), Ghiorso 等 (1954a)
	$(7\pm3)\times10^{5}$ 年	Jones 等 (1956)
	6.3×10^{5} 年	Metta 等 (1965)
^{254}Es	$>2.5\times10^{7}$ 年	Fields 等 (1967)
^{255}Es	2440 ± 140 年	Fields 等 (1967)
^{244}Fm	$\geqslant3.3\pm0.5$ 毫秒	Nurmia 等 (1967)
^{246}Fm	15 ± 5 秒	Nurmia 等 (1967)
	~20 秒	Druin 等 (1971)
^{248}Fm	10 ± 5 小时	Nurmia 等 (1967)
	~60 小时	Druin 等 (1971)

续表

核素	半寿命	参考文献
^{250}Fm	～10 年	Druin 等 (1971)
^{252}Fm	115 年	Nucl. Data Sheets (1969)
^{254}Fm	200 天	Choppin 等 (1954)
	220±40 天	Fields 等 (1954b)
	246 天	Jones 等 (1956)
^{255}Fm	(1.2±0.6)×10^{4} 年	Brandt 等 (1963)
^{256}Fm	3 小时	Choppin 等 (1955)
	170 分	Hoff 等 (1968)
^{257}Fm	120 年	Nucl. Data Sheets (1969)
^{258}Fm	380±60 微秒	Hulet 等 (1971)
^{257}Md	≥30 小时	Sikkeland 等 (1965)
^{252}No	～7.5 秒	Sikkeland 等 (1968), Oganesian 等 (1970)
^{254}No	≥9×10^{4} 秒	Ghiorso 和 Sikkeland (1967) 文中所引Dubna工作
^{256}No	～1500 秒	Ghiorso 和 Sikkeland (1967), Kuznetsov 等 (1967)
^{258}No	1.2×10^{-3} 秒	Nurmia 等 (1969), Nurmia (1970)
^{256}Lw	>10^{5} 秒	Flerov 等 (1971)
^{257}Lw	>10^{5} 秒	Flerov 等 (1971)
^{258}Lw	≥20 秒	Flerov 等 (1971)
^{261}Rf	≥650 秒	Ghiorso 等 (1970)
^{261}105	8 秒	Flerov 等 (1971)

a．这个表是Hyde（1964）所给表的修订版，加入了新的数据。

Swiatecki(1955)曾经表明，在自发裂变半衰期与随 Z^2/A 平滑变化曲线的偏离以及基态质量与液滴模型平滑参考曲面的偏离 δm之间，存在着紧密的关联。他发现，基态稳定性比平均值小的核，其半衰期要比随Z^2/A平滑变化总趋势所给的值来得短。基态质量上每相差一个MeV，大致相当于寿命相差10^5倍。如果我们把$\log t_{1/2}$(实验)$+5\delta m$对可裂变性参数 x 作图，就可发现存在着非常紧密的关联（见图Ⅲ-2)。这样一来，给定元素中较重同位素半衰期的系统偏离，以及$N>152$核素半衰期异常短这两个现象，都可归因于基态质量的不稳定度（它与壳结构有关)。

奇偶、偶奇及奇奇核素的半衰期，经过同样的修正之后，也画在图Ⅲ-2上。可以看到，这些核素经过修正的半衰期还是比偶偶核素的来得长。可以定义一个禁阻因子HF（类似于α衰变系统学中所用的），来作为奇A与奇奇核自发裂变速率的阻碍程度。这样logHF就由实验半衰期对数的修正值与相同x值处偶偶核相应的预期值之比来给出，

$$\log HF = \log[t_{1/2}(\text{实验})/t_{1/2}(e-e)] + k[\delta m(\text{奇核}) - \delta m(e-e)] \quad (Ⅲ-1)$$

八个奇A核禁阻因子对数的平均值为4.2，而奇奇核素^{242}Am的禁阻因子对数为1.8，^{254}Es（只知道半衰期的下限）的禁阻因子对数大于9.2。

关于具有奇数中子（或质子）的核自发裂变率受阻的原因，存在着几种假设。Newton（1955）和Wheeler（1955）曾经观察到，形变过程中奇核子自旋宇称的守恒会导致这种类型核素的势垒增高。这个想法将在后面继续讨论。Griffin（1963）提出，一个更为重要的因素可能是，鞍点处的对能可能比基态组态处的对能有所增长。理论上有迹象说明，对相互作用主要是一种表面效应（Kennedy等，1964），因而或许可以预期它将以某种方式正比于表面积。但看来它未必会是一种较大的效应，因为本应预期它是对所有核都存在的一种系统效应，而某些核的HF实验值却是相当小的。这个模型本来还预言，随着x的减小禁阻因子会系统地增加（因为x减小时，鞍点组态与平衡组态的表面积之差增大了）。没有观察到这种趋势的迹象。（参看第二章D节中关于对能与形变依赖关系的进一步讨论。）第三个影响奇A核穿透率的因素与下面要讨论的穿透积分中的质量或惯性参数有关。有效质量越大，半衰期越长。已经表明，对效应会使偶偶核的质量参数（由独立粒子模型给出）减小几个数量级。一个奇粒子的存在阻碍了一条能级对于对关联作出贡献，导致有效质量参数增大。曾经给出估计，质量参数的增大约为20—30%（Urin和Zaretsky，1966；Sobiczewski，1970）。

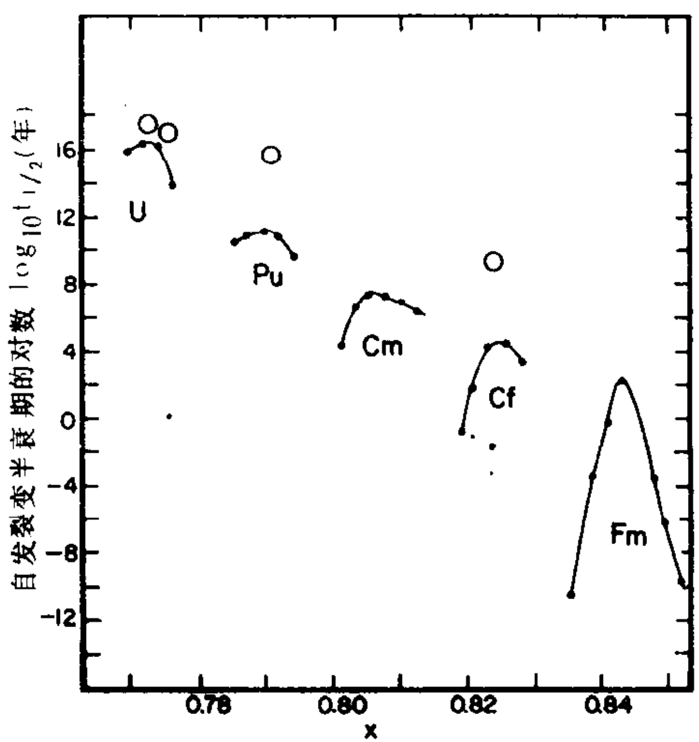


图 Ⅲ-1 偶偶(●)及偶奇(○)核素自发裂变半衰期与可裂变性参数 x 的函数关系。x 适合于Myers-Swiatecki(1967)质量公式。(在此公式中,x 并不简单地正比于 Z^2/A, 因为在表面能表达式中有一个与核子组份有关的修正项, 它正比于 $[(N-Z)/A]^2$。)

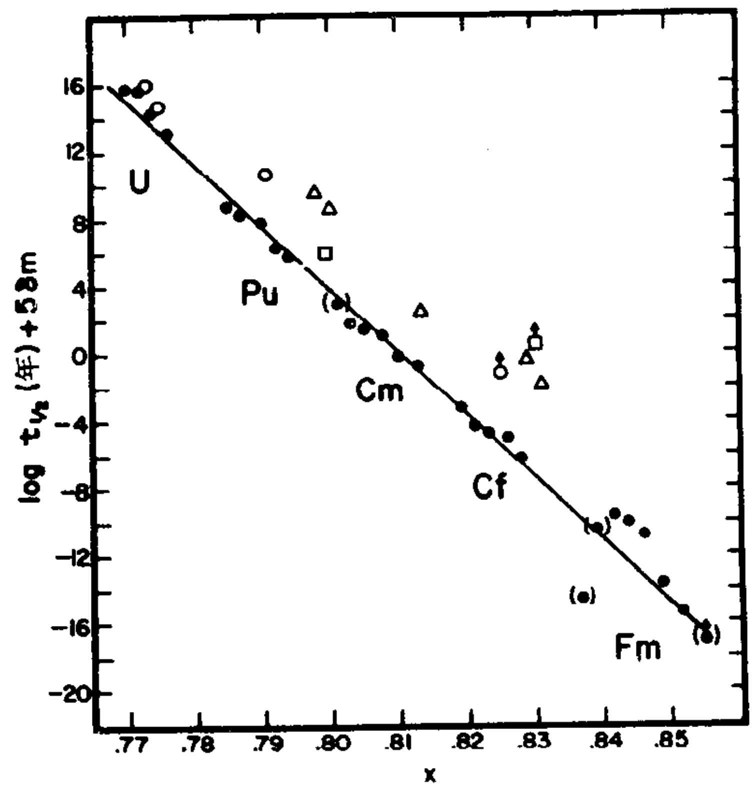


图 Ⅲ-2 按Swiatecki方法修正了的自发裂变半衰期。纵座标是 $\log t_{1/2}$(年)$+k\delta m$, 此处 $k=5$, δm的单位是MeV。 横座标是适合于 Myers-Swiatecki(1967)质量公式的可裂变性参数(参看图Ⅲ-1注)。括弧中的点表示其修正是基于从质量系统学估计出来的质量而不是实测质量。●偶偶, ○偶奇, △奇偶, □奇奇。

C. 裂变势垒的穿透

我们预计，裂变势垒的穿透是决定自发裂变几率的主要因素。在WKB近似中穿透率 p 由下式给出，

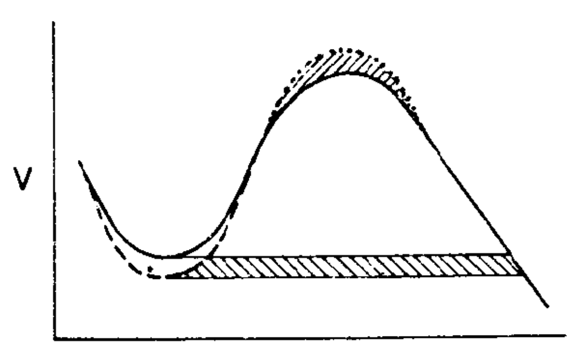
$$p=\exp\left\{-(2/\hbar)\int_{r_1}^{r_2}\left[2(V(r)-T)\sum_i m_i(dx_i/dr)^2\right]^{1/2}dr\right\} \qquad (\text{Ⅲ}-2)$$

式中 r 为形成中的碎片重心之间的距离，$(V(r)-T)$ 为距离 r 处的“负动能”， $V(r)$ 是形变势能，T 是裂变自由度上任何可能有的动能，而 x_i 则为第 i 个核子（其质量为 m_i）的座标。积分要从 r_1（稳定平衡处）开始通过裂变鞍点并从势垒另一边一直下降到 r_2 点，此处 $(V(r)-T)$ 又重新等于零。

如果我们忽略掉势垒穿透过程中在未来碎片中发生的变化，因而假设每个核子移动的距离与碎片质量中心移动的距离相同，则 $\sum_i m_i(dx_i/dr)^2=M$。原则上我们还应该考虑基态组态的零点能量，但目前先把它略掉。对处于基态的核 $T=0$，我们得到穿透率为

$$p=\exp\left\{-(2/\hbar)\int_{r_1}^{r_2}\left[2V(r)M\right]^{1/2}dr\right\} \qquad (\text{Ⅲ}-3)$$

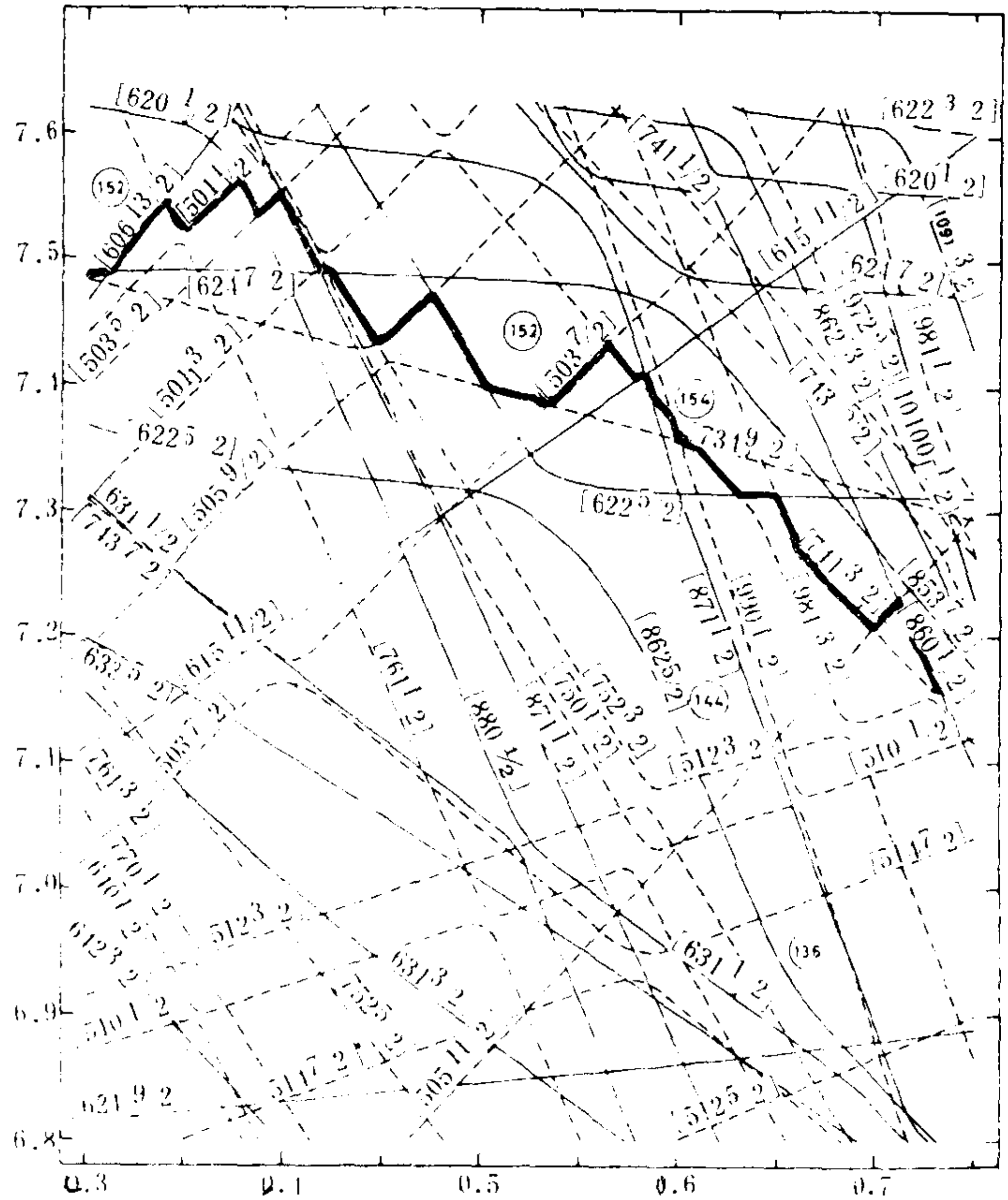
有了这个式子，现在我们能够更清楚地了解Swiatecki关于基态质量变化修正的起源和本质。如果一个核具有异常低的基态质量（见图Ⅲ-3上的虚线），则从稳定基态开始量起的势能将在所有形变处都是较大的。还可看到，垒顶附近的壳效应（图Ⅲ-3上用点线画出）对于指数上积分的影响将是比较小的，



图Ⅲ-3 基态能量壳偏离对于势垒穿透率影响较大而鞍点能量壳偏离的相应影响较小的原因。图上略去了零点能量。

因而对穿透率影响也较小。所以，从 Swiatecki 关联的成功，并不能得出结论说在鞍点附近势能曲面上不存在壳效应。

如果我们承认核的核子结构，那么总能量在随形变而变化时，就不再能预期为平滑的了；相反，当形变改变到费米表面上发生能级交叉时，总能量将呈现不连续变化。这样，当发生能级交叉时，Nilsson 图上特定核子的最低未充填能级将随形变而改变。这一效应以非常示意的方式表示在图Ⅲ-4上。



图Ⅲ-4　第152个中子的最低能级（粗线）随形变的变化。所用的参数是对于 $A=242$、$\varepsilon_4=0.01$ 情形的。[Nilsson 图引自 Nilsson 等(1969)]

当然我们要问，在核形变达到能级发生交叉时，情况究竟怎样。如果是偶偶核，给定能级上有一对核子，当形变变化遇到能级交叉时，将会有两种可能：或者留在原来的能级上，或者两个核子都转移到与之交叉的能级上使总能量降低。这种转移将保持体系的自旋及宇称，因为核子仍是成对的。通常认为，在形变从稳定平衡变到鞍点的过程中，核改变其核子组态是可能的。在偶偶核自发裂变的情况，这种绝热近似可能是成立的，而形变过程中核子组态会发生改变，使总能量降到最小程度。重要的是要注意到，如果能级交叉的利用几率不是100%，其结果不会有太大的变化。假如转移没有发生，势垒会增高，从这种组态上发生裂变是很不可能的。因此，除非一次交叉时转移几率非常小，大多数裂变将沿着势能最小的路径进行。

即使是沿着势能最小的路径，具体的路径也还将与Nilsson图上能级交叉点的数目及位置有关。Johansson(1959)曾企图用考虑单粒子效应作为液滴模型势垒的一种修正的方法，来改善自发裂变半衰期的系统学。他的具体做法是，取液滴模型预言的一般形式的势垒，求出经验的参数，以说明观察到的形变、裂变阈及自发裂变半衰期的总趋势。然后再用下列因子来修正穿透率，

$$\exp\left\{-(k/2)\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}\left[\Delta V(\varepsilon)/(V(\varepsilon))^{1/2}\right]d\varepsilon\right\} \quad (\text{Ⅲ}-4)$$

式中ΔV是单粒子势能曲线与液滴模型曲线之差。这样他就把半衰期实验值作了修正（用平滑的液滴势垒与单粒子模型势垒——从各形变处最高充填能级的包络线导出——之差来修正实验半衰期随核的涨落）。在他的计算中，积分上限取在垒顶，而不是穿出势垒的那一点，其理由不清楚。那时用的Nilsson能级是从形变较小处的能级按渐近行为外推出来的。经过修正后的偶偶核半衰期对Z^2/A作图，就不再有图Ⅲ-1上显示出的系统偏离了，尽管点子的分散度比Swiatecki修正后的关联要大得多。

我们或许会感到奇怪，为什么两种修正方案，一种只考虑基态的质量偏离，另一种则考虑鞍点前所有形变处的单粒子效应，

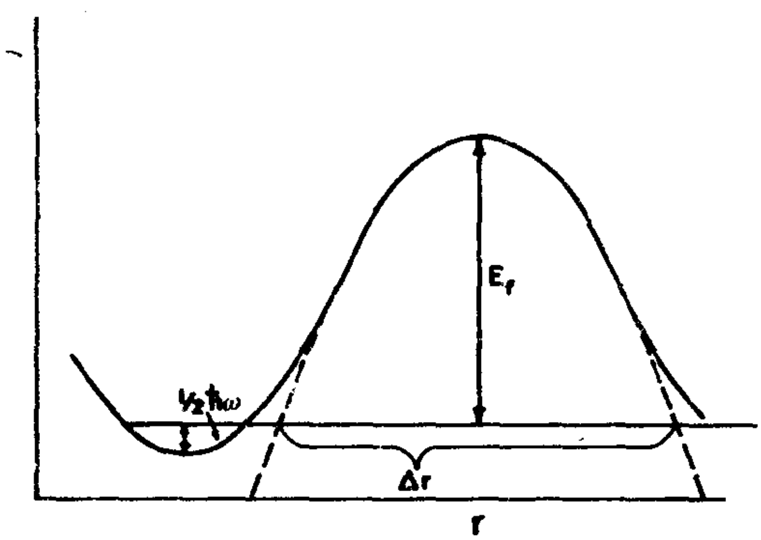
竟然都很成功。如果认识到(前已指出)，基态平衡点的偏离对于穿透率的影响，较之势能曲线上其它任何点的偏离对于穿透率的影响要大得多，那么两种修正方案至少可以部分地调和起来。方程（Ⅲ-4）指数项分母上的$(V(\varepsilon))^{1/2}$因子正是反映了这一点。

对于有一个奇中子(或奇质子)的核，情况通常是很不一样的。一个奇核子在交叉点要转移到另一能级而仍保持总自旋及宇称不变，这并不总是可能的。如果这种向最低能级的转移不能实现，则具有一个不成对核子的原子核，其裂变垒将比偶偶核的来得高而宽。这种与势垒增高相联系的"特增能量"（Specialization energy)曾被认为是奇中子(或奇质子)核自发裂变半衰期较邻近偶偶核长得多的原因(Newton，1955; Wheeler，1955)。奇核子在能级图上的详细途径，取决于K(核自旋在核对称轴上的投影)是不是一个好量子数。具有一个奇核子的核，在其最低能态的自旋宇称值，通常就等于这个奇核子的自旋宇称。此外，形变奇A核将有一个转动带，其自旋为I, $I+1$, $I+2$等等。核的总自旋在核对称轴上的投影为$K=I$,而特定转动带的所有能级的K值都是与本转动带所基于的单粒子态的K值相同的。在能级交叉时原子核沿最低能级行进的程度，要看形变过程中K是否仍是好量子数而定。假如每逢交叉时K可以随意改变，那么核子就可以转移到新能级上，只要两条能级宇称相同并且新能级的K值不超过奇核子总角动量就可以。因为如果新能级的K值低于奇粒子总角动量，则总会有一条低伏转动能级的角动量等于原来粒子的角动量，因而保持角动量守恒的转移就可以发生。反之，假如K是一个好量子数(即在交叉转移时必须守恒)，则可以发生转移的交叉数目就将减少。在形变重核低伏能级的衰变过程中，存在着明显的证据表明，K在很大程度上是守恒的。可是K并不是一个运动常数，因为科里奥利力可把K不同的态耦合起来。Wolf(1969)得出结论说，现有数据与下述假设是一致的，即具有奇核子的原子核在能级交叉时只可能发生$\Delta K=0$、1的跃迁。关于具有奇数中子

(或奇数质子、或奇数质子和中子)的核自发裂变受阻的问题，应当用现已改进了的能级图来重新考察一下。必须考虑较大形变处反射不对称形状的影响。还应探讨有效惯性质量上的奇偶效应，因为它也影响穿透率。

到此，我们只是用穿透公式来求得衰变率的相对修正。为了求得穿透率的绝对值，我们必须给定势垒的具体形状，而为了求得衰变率的绝对值，还得给定撞击势垒的次数。让我们暂时选取一种特定的简单势垒形状，即一个倒抛物线，其底宽为Δr，高为E_f，如图Ⅲ-5所示。对于这种势垒，式(Ⅲ-3)的指数项简化为

$$-(\pi\Delta r/2\hbar)(2ME_f)^{1/2} \qquad (\text{Ⅲ}-5)$$



图Ⅲ-5 用倒抛物线(----)来近似地描述裂变势垒。抛物线底宽Δr，高E_f(从零点能量$\frac{1}{2}\hbar\omega$的基态量起)。

撞击势垒的次数可从平衡组态的振动频率估出。对于相应于$\hbar\omega=1$ MeV的振动频率，我们得到，每秒撞击势垒次数$n=\omega/(2\pi)$为2.5×10^{20}。自发裂变率$\Gamma/\hbar$等于np，平均寿命为

$$\tau=\hbar/\Gamma=1/np \qquad (\text{Ⅲ}-6)$$

半衰期为

$$t_{1/2}=\ln(2)/np \qquad (\text{Ⅲ}-7)$$

现在可以问，如果假设势垒具有抛物线形状，那么由自发裂变率的实验值定出的势垒宽度是否合理。例如^{238}U，其自发裂变半衰

期约为2×10^{23}秒，势垒高度约6MeV，如把分离中碎片的约化质量取作质量参数，则可得势垒宽度约为15fm(Halpern， 1959)。考虑到描述质量运动及势垒形状时用了近似，这个宽度值是相当合理的。

还可以使用上述表达式来定出势垒高度变化对于半衰期的影响有多大(假定势垒底宽不变)。令底宽为15fm，可求得：势垒高度改变1MeV，半衰期将改变10^4倍。这相当于Swiatecki 关联中质量偏离项的系数$k=4$ ，它与实验定出的$k=5$相当接近。

上面所说势垒高度改变1MeV半衰期改变10^4倍，指的是底宽固定不变的情况。不能把它与在曲率不变条件下势垒高度改变1MeV引起半衰期的改变倍数混淆起来。后者在讨论给定核的半衰期随激发能变化时是有用的，它约等于每MeV10^8倍。这两种情况的差别见图Ⅲ-6。

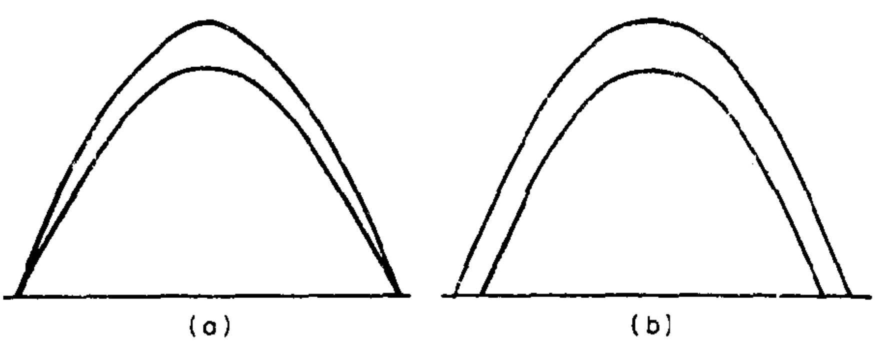


图 Ⅲ-6 (a) 两个底宽相同但高度相差1MeV的抛物线势垒，其穿透率相差10^4倍。(b) 两个曲率相同但高度相差 1 MeV 的抛物线势垒，其穿透率相差约10^8倍。

自发裂变半衰期与裂变势垒高度的平方根成指数依赖关系，这并不是只在抛物线势垒情况下才如此。如果把方程(Ⅲ-3)转换到以变形参数 ε 为表征的座标系中，则得

$$p=\exp\left\{-(2/\hbar)\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}\left[2B(V(\varepsilon)-T)\right]^{1/2}d\varepsilon\right\}=\exp(-K) \quad (Ⅲ-8)$$

式中B是与沿变形座标ε的位移相联系的惯性质量。既然ε是无量纲量，B将具有转动惯量的量纲。假定B不随形变而改变(B是常数)，我们可以对下面几种简单的极限势垒形状求出积分：

（a） 以鞍点为中心的抛物线 $\varepsilon_s=(\varepsilon_2+\varepsilon_1)/2$；

（b） 宽度为（$\varepsilon_2-\varepsilon_1$）的长方形势垒；

（c） 峰在鞍点的三角形势垒。

上述三种例子的指数项等于（Nilsson, 1969）：

（a） $K=\pi(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(BE_f/2\hbar^2)^{1/2}$； （Ⅲ-9）

（b） $K=4(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(BE_f/2\hbar^2)^{1/2}$； （Ⅲ-10）

（c） $K=(8/3)(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(BE_f/2\hbar^2)^{1/2}$。 （Ⅲ-11）

表明K与势垒宽度以及垒高的平方根的函数关系，在三种情况下是同样的。

如果势垒高度很小，则WKB近似不能用，它给出$E_f=0$时$p=1$。幸运的是，对于抛物线势垒，有一个严格的表达式（Hill和Wheeler, 1953）：

$$p=[1+\exp(2\pi E_f/\hbar\omega_f)]^{-1}, \quad (Ⅲ-12)$$

式中$\hbar\omega_f=(|C|/B)^{1/2}$，对于抛物线势垒它等于

$$\hbar\omega_f=\{8E_f\hbar^2/[B(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2]\}^{1/2}$$

在第二章A节的讨论中我们已经把$\hbar\omega_f$称做势垒曲率能量。这个式子也可用来计算给定势垒的穿透率随能量E的变化，

$$p=\{1+\exp[2\pi(E_f-E)/\hbar\omega_f]\}^{-1} \quad (Ⅲ-13)$$

它能够给出能量高于势垒时预期的量子力学反射现象以及能量低于势垒时的穿透现象。在$E=E_f$时，穿透率等于0.5。

更接近真实的裂变势垒形状，可以在势能与形变的函数关系式中引入三次方项来描述（抛物线只包括到二次方项）。Nix（1967）提出了一种办法来描述这种势垒，其二次与三次项的系数不要求引入新的参数。这种势垒的穿透率由下式非常准确地给出，

$$p=\{1+\exp(36/5\hbar\omega_f)[E_f-E-(1-[10\pi/36]E\ln(E_f/E))]\}^{-1} \quad (Ⅲ-14)$$

其中$\hbar\omega_f$是势垒顶端的曲率能量。

对于那些由于壳效应而呈现双峰势垒的核素来说，要用更复

杂的势垒表示式。可以严格解出穿透率的一种表示式是：两个抛物线峰，由第三个倒置抛物线连接起来，形成中间阱（Wong 和 Bang，1969；Cramer 和 Nix，1970）。（Cramer 和 Nix 的方法保证三根抛物线平滑地连接起来。）穿透率用标准的抛物线圆柱函数及其导数表示出来。在有关自发裂变的能量处，WKB 近似是适用的。穿透率随能量的变化呈现共振行为，将在第五章讨论。

迄今对势垒穿透的讨论只强调了势垒的高度和形状。要计算穿透率的绝对值，需要知道式（Ⅲ-3）中的质量参数 M，或者（等效地）式（Ⅲ-8）中的惯性参数 B，或者式（Ⅲ-12）中的势垒曲率能量 $\hbar\omega_f$。为此目的取形变座标系是最方便的，在这个座标系中惯性参数 B 是合用的。如果考虑无剩余相互作用的独立粒子模型，则形变的变化通常导致单粒子能级的交叉。如果在形变过程中核的组态保留原来的单粒子能级占位情况，则预期惯性参数可用无旋流的惯性参数来近似给出。对于一个球形液滴来说，无旋的惯性参数是 $B_{irr}(0)=(2/15)MAR_0^2$，取 $R_0=1.2A^{1/3}$ fm，可得

$$B_{irr}(0)=0.004632A^{5/3}\hbar^2\,\mathrm{MeV}^{-1}$$

无旋的惯性参数与变形有关，对于四极变形，这种惯性参数等于（Sobiczewski 等，1969）

$$B_{irr}(\varepsilon)=B_{irr}(0)\left\{1-\frac{1}{3}\varepsilon^2-\frac{2}{27}\varepsilon^3\right\}^{-4/3}\left[1+\frac{2}{9}\varepsilon^2\right]\Big/\left[1-\frac{2}{3}\varepsilon\right]^2。$$

但是，Griffin（1969，1971）曾经指出，如果在能级交叉时核的组态发生改变，使在任何形变下总是占在能量最低的轨道上（在偶偶核自发裂变时可以预期是如此），则惯性参数的值可能要比无旋运动所给出的值大几个数量级。假使再把对效应考虑进来，则惯性参数将比独立粒子模型（包括交叉的贡献）的值减小许多，最后导致惯性参数的值约比无旋值大一个数量级（Wilets，1964；Urin 和 Zaretsky，1966；Griffin，1971）。曾经用谐振子势单粒子态对重核作了仔细的数值计算（Sobiczewski 等，1969；

Damgaard等，1969）。得出的惯性质量参数值与形变有关，约为无旋流值的五到十倍。这些基于单中心振子势的计算在大形变处（当形成颈部并趋近断裂点时）是不真实的。预期当变形增大时惯性质量将逐渐趋近于两分离碎片的相应值。

D．自发裂变同质异能素

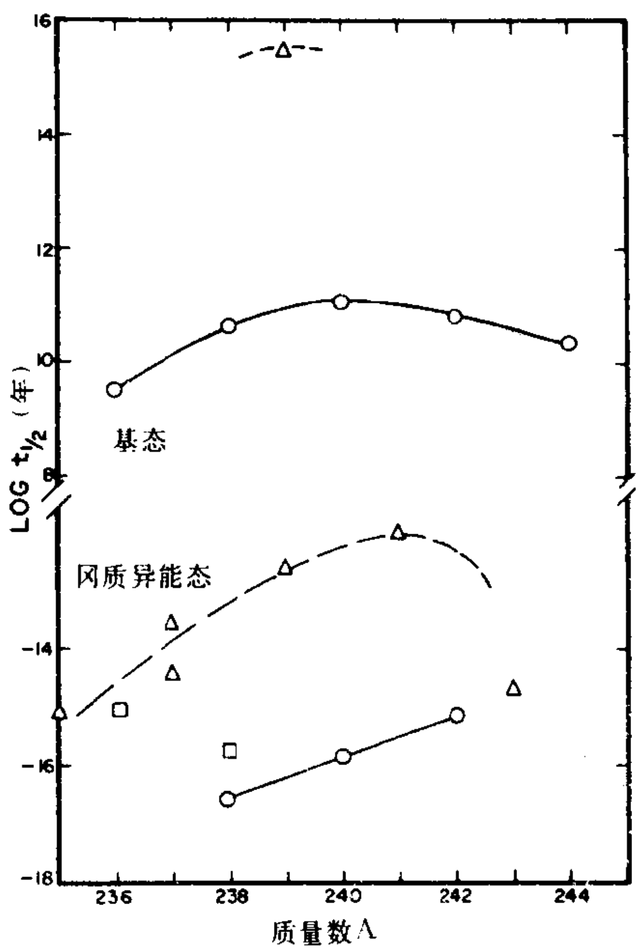
1962年，苏联的研究人员报告说，他们发现了一个核素（后来鉴定为^{242m}Am），具有异常短的自发裂变半衰期（$t_{1/2}$~0.02 秒）（Polikanov 等，1962）。这个半衰期比起从已知自发裂变半衰期系统规律性所预期的要短得多。为了解释这样短的寿命，他们假设观察到的核素可能是一个同质异能态，因而不需要穿过整个裂变垒。从这个报告开始，观察到了许多这一类的核素。在开始的很长一段时间里，观察到的所有同质异能素都是奇奇核，但后来所有奇偶种类的同质异能素都发现了。

研究这种短寿命同质异能态的实验方法有三类，首先看希望研究的半衰期长短而选择使用。第一类方法采用机械装置（如转轮或传送带），把从薄靶上反冲出来的核反应产物输送到探测器处（Polikanov等，1962）。核反应由加速器的粒子引起，入射粒子的大部分动量归到重反冲产物上。探测器可以是乳胶片、云母片或聚碳酸酯薄膜，或用气体电离室或半导体探测器，它把反冲产物缓发裂变的碎片记录下来。观察事件数目随探测器沿转轮或传送带上的距离而减少的函数关系，或改变转轮或传送带的速度，就可定出半衰期。

第二类方法用的是飞行中衰变原理（Gangrsky等，1968；Lark 等，1969）。使反应产物从靶上反冲出来，探测器沿着反应产物飞行途径放置，并把靶本身屏蔽住。常用的探测器是聚碳酸酯塑料薄膜，经过化学蚀刻，火花击穿，显示出单个碎片的径迹。此种方法可达到的寿命区域依赖于入射粒子的动量，但典型的反冲能量为0.06MeV，典型的速度为2×10^{8}厘米/秒。因此，半衰期在1—1000毫微秒区域的核素可用此法研究。

第三类方法的原理是，用电子学技术来测量引起核反应的时刻与反应产物自发裂变的衰变时刻之间的差（Vandenbosch 和 Wolf，1969）。入射粒子束必须在时间上调制成脉冲，并且必须能提供与每次束流脉冲相联系的时间讯号。用半导体探测器来给出记到裂变碎片的讯号。获得脉冲束的方法，可以对加速器引出束加以脉冲调制，也可以利用某些加速器内束的固有脉冲结构。只要脉冲宽度和间隔适当，这种方法可以用于非常宽广的寿命范围。有些实验把反冲法与电子学方法联合起来，把半导体探测器对向某一方向，专门探测阻止在靶下方的反冲捕集器上的反冲产物衰变的裂变碎片（Polikanov 和Sletten，1970）。

现有数据总汇见表Ⅲ-2。在图Ⅲ-7上把某些Pu同质异能素的



图Ⅲ-7　各种钚同位素基态和同质异能态的自发裂变半衰期。具有异常大激发能的偶偶同质异能态被称为二准粒子态。○偶偶；△偶奇；□偶偶，二准粒子态。

半衰期与一些 Pu 同位素在基态的自发裂变半衰期进行比较。可以看到，同质异能态半衰期要比同一个核素的基态半衰期短得多，相差约10^{26} 倍。对于这些同质异能素，只观察到裂变衰变方式。作过寻找 α 及 γ 衰变的少数实验，但由于本底很高，不能排除相当大的 γ 或 α 分支*。

近来，认为同质异能态具有比基态大得多的形变的观点已得到证实。Specht 等(1972)已鉴定出^{240}Pu 形状同质异能态上转动

表 Ⅲ-2

自发裂变同质异能素的半寿命、激发能以及同质异能态比(在同质异能素激发曲线峰处的值)

	$t_{1/2}$(秒)	参考文献	激发能(MeV)	参考文献	同质异能态与基态之比 $\times 10^{4}$	参考文献
^{234}U	†					
^{235}U	†					
^{236}U	$(105\pm 20)\times 10^{-9}$	*r, i*				
^{238}U	$(195\pm 30)\times 10^{-9}$	*r, l*			1.8	*t*
^{235}Pu	$(30\pm 5)\times 10^{-9}$	*j, q*	2.4	*j*		
^{236}Pu	$(34\pm 8)\times 10^{-9}$	*i*	4.0	*j, i*	0.1	*j*
^{237}Pu	$(82\pm 8)\times 10^{-9}$	*m, i, h*			1.6	*m*
	$(1120\pm 80)\times 10^{-9}$	*m, l, h*			1.4	*m*
^{238}Pu	$(6.5\pm 1)\times 10^{-9}$	*j*	3.7	*j*	0.4	*j*
	0.5×10^{-9}	*k*	2.4	*k*		
^{239}Pu	$(8\pm 1)\times 10^{-6}$	*l, n*	2.8	*j*	5 ± 1.5	*b*
^{240}Pu	$(3.8\pm 0.3)\times 10^{-9}$ ‡	*j, b, i, q*	2.6	*j*	8.6 ± 2.4	*b*
^{241}Pu	$(23\pm 1)\times 10^{-6}$ §	*p, l*	2.6	*j, p*		
^{242}Pu	28×10^{-9}	*i*			0·95	*t*
^{243}Pu	33×10^{-9}	*i, l*				
^{237}Am	5×10^{-9}	*l*	2.4	*j, l*		
^{238}Am	35×10^{-6}	*v*	2.7	*j, k*	5	*a*
^{239}Am	$(160\pm 40)\times 10^{-9}$	*i, q*	2.5	*j, i*	1.5	
^{240}Am	$(0.91\pm 0.07)\times 10^{-3}$	*e, n*	3.0	*j, e, o*	5	*a*
^{241}Am	$(1.5\pm 0.6)\times 10^{-6}$	*i*	2.2	*j, i*	3	
^{242}Am	$(14.0\pm 0.4)\times 10^{-3}$	*g, f*	2.9	*j, d, o*	4	*c*
					1.6	*t*
^{243}Am	$(6\pm 1)\times 10^{-6}$	*l, n*			2.7	*t, n*
^{244}Am	$(1.1\pm 0.2)\times 10^{-3}$	*f*				
^{245}Am	$(640\pm 60)\times 10^{-9}$	*n*				
^{246}Am	$(73\pm 10)\times 10^{-6}$	*n*				

* 已观察到 γ 衰变方式。

续表

	$t_{1/2}$(秒)	参考文献	激发能 (MeV)	参考文献	同质异能态与基态之比 ×10^4	参考文献
^{241}Cm	$(15\pm1)\times10^{-9}$	*j, l, q, s*	2.3	*j*		
^{242}Cm	180×10^{-9}	*s, j*	3.2	*j*	0.1	*j*
^{243}Cm	$(42\pm5)\times10^{-9}$	*n, l, s*	2.3	*j*	0.65	*n*
^{244}Cm	$\geqslant50\times10^{-9}$	*n, q*	3.7	*j*	0.1	*j*
^{245}Cm	$(13\pm2)\times10^{-9}$	*j, n, q*	2.7	*j*	0.5	*n*
^{242}Bk	$(9.5\pm2.0)\times10^{-9}$	*n*			0.4	*n*
	$(600\pm100)\times10^{-9}$	*n*			0.48	*n*
^{244}Bk	$(820\pm60)\times10^{-9}$	*n*			0.37	*n*
^{245}Bk	2×10^{-9}	*s*				

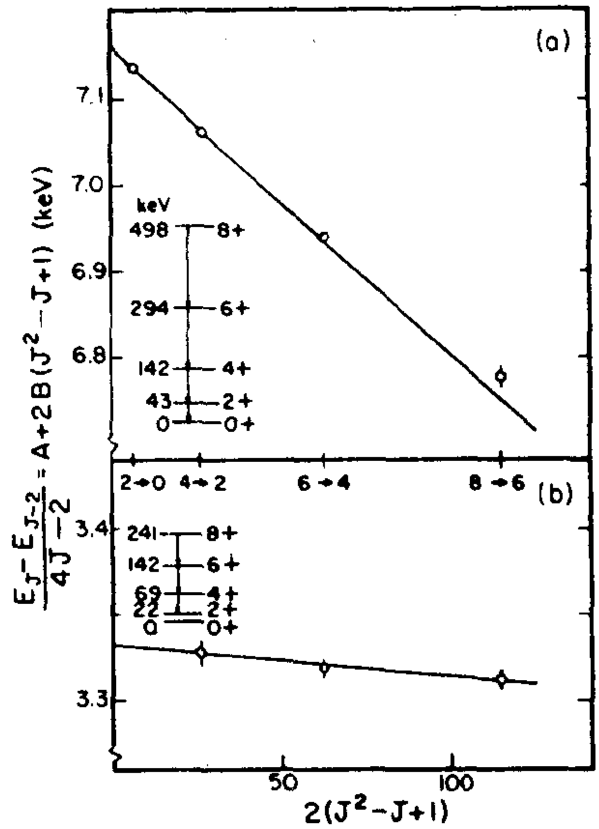
† 在一个利用脉冲中子源做的中子引起反应研究工作中曾报道有几种同质异能素(Elwyn和Ferguson, 1970)。其中有一个35毫微秒的活性被归属于^{234}U。但在一些本应预期有较大产额的反应中，却没有找到这个同质异能素(见文献*l*, *j*, *r*)。由此，并鉴于上述中子实验中所得产额大得惊人，我们相信，中子实验是错误的，因为实验很困难。用^{233}U和^{239}Pu靶做实验时所得衰变曲线相似，意味着可能是由散射中子（时间上延迟了的中子）引起的复杂效应。

†† 在脚注†中所引的工作中报道了第二个^{240}Pu同质异能态。但在文献*j*描写的实验中没有发现有这种同质异能态存在的证据。

§ 文献*i*中报道有一个^{241}Pu的35-毫微秒的同质异能素。后来的工作(文献*l*)指出，半衰期要短些(7—12毫微秒)，同质异能素可能属于^{241}Pu或^{242}Pu。

a. Borggreen等(1967)
b. Vandenbosch和Wolf(1969)
c. Flerov等(1968)
d. Flerov等(1967)
e. Bjørnholm等(1967)
f. Brenner等(1966)
g. Flerov等(1965)
h. Temperley等(1971)
i. Lark等(1969)
j. Britt等(1971)
k. Sletten和Limkilde(1973)
l. Polikanov和Sletten(1970)
m. Russo等(1971)
n. Wolf和Unik(1972)
o. Gangrsky等(1970*a*)
p. Gangrsky等(1970*b*)
q. Metag等(1969*a*, *b*)
r. Wolf等(1970)
s. Repnow等(1971)
t. Gangrsky等(1970*c*)
u. Back等(1971)
v. Jorgenson等(1972)

带的内转换谱线。他们的结果见图Ⅲ-8。同质异能态带的转动惯量为基态带的二倍以上。Heffner等(1972)在^{236}U核上也得到了类似的结果。这些关于同质异能态转动惯量的结果与Damgaard等(1969)的理论计算值符合得很好。从图Ⅲ-8上还可看到，形状同质异能态的跃迁能量符合$J(J+1)$的转动能规律的近似程度比基态转动带要好得多。这与由于离心拉长而产生偏离所预言的一致。



图Ⅲ-8 用能量表达式$E=AJ(J+1)+BJ^2(J+1)^2$来拟合跃迁能量。(a)第一阱基态带($A=7.156$keV, $B=-3.55$eV)；(b)第二阱同质异能态带($A=3.331\pm0.008$keV, $B=0.17\pm0.10$eV)。直线在纵座标轴上的截距给出转动常数A，而斜率给出非绝热参数B。[根据Specht等(1972)。]

自发裂变率这样高（以及暗示着的γ射线受禁阻）的原因是很令人感兴趣的。曾经考虑过的一种可能性是，这些同质异能素只不过是通常的高自旋亚稳态，由于自旋禁戒而使它们难以发射γ线而衰变。可是，阈测量(Bjørnholm等，1967)表明，这些同质异能态的激发能约为3MeV。除非这些态的自旋非常大，否则的话，对于维持γ射线禁阻来说，这个能量是太大了。用几种核反应测量同一个同质异能态的同质异能比（此时入射粒子带入的角动量差别很大），结果表明，这种态的角动量不可能是很大的(Flerov等，1968)。后来产生的图象是，这些同质异能态与前面所说Strutinsky预言的势能曲面上第二极小有关，因而被考虑为形状同质异能素。它们的自发裂变半衰期之所以非常短，是由于势垒较窄，高度只有基态时的一半左右。

除了同质异能素的半衰期之外，另一个可以用相当简单的方法

导出的性质是它的激发能E_i。理想的情况是，只要实验上可能，把同质异能素的形成激发曲线一直测到尽可能接近于阈能的地方，然后再用理论指导下的外推来导出真正的阈。为了完成外推，一种适用而简单的方法是采用经过修改的Jackson(1956)蒸发模型(Jägare, 1970; Vandenbosch, 1972)。(把这个模型用于从平常的基态激发曲线抽取Γ_n/Γ_f分支比，将在第七章讨论。)Jackson的模型必须作一些修改，因为要考虑到，对于最后一个发射的中子来说，存在着落到第一阱或第二阱能级上的竞争，这种竞争与中间核的激发能有关。

对于诸如(p, 2n)的核反应，发射两个中子并导致剩余激发能还足够形成同质异能素的几率正比于

$$\int_0^{E-B_1-B_2-E_i}\int_0^{E-B_1-B_2-E_i-\varepsilon_1}(\varepsilon_1/T^2)\exp(-\varepsilon_1/T)$$

$$(\varepsilon_2/T^2)\exp(-\varepsilon_2/T)\,d\varepsilon_1 d\varepsilon_2=I(\Delta_2^i,3)=$$

$$1-\exp(-\Delta_2^i)\sum_{n=0}^{3}(\Delta_2^i)^n/n!$$

这是对于初始激发能E低于(p, 3n)或(p, 2nf)阈的情形。ε_1, ε_2及B_1, B_2分别为第一个和第二个中子的动能及结合能，T是核温度，$\Delta_2^i=(E-B_1-B_2-E_i)/T$。这里假设了，中子发射与瞬发裂变之间的竞争与激发能无关，而只要中子发射或瞬发裂变在能量上是允许的，则γ发射不能与它们相竞争。上述表达式与低于(p, 3n)阈以下的(p, 2n)反应的通常表达式有差别，后者只需要一个单重积分：

$$\int_0^{E-B_1-B_2}(\varepsilon_1/T^2)\exp(-\varepsilon_1/T)\,d\varepsilon_1=I(\Delta_2,1)=$$

$$1-\exp(-\Delta_2)\sum_{n=0}^{2}(\Delta_2)^n/n!$$

式中$I(\Delta_2, 1)$为 Pearson 不完全Γ函数，并且

$$\Delta_2 = (E - B_1 - B_2)/T。$$

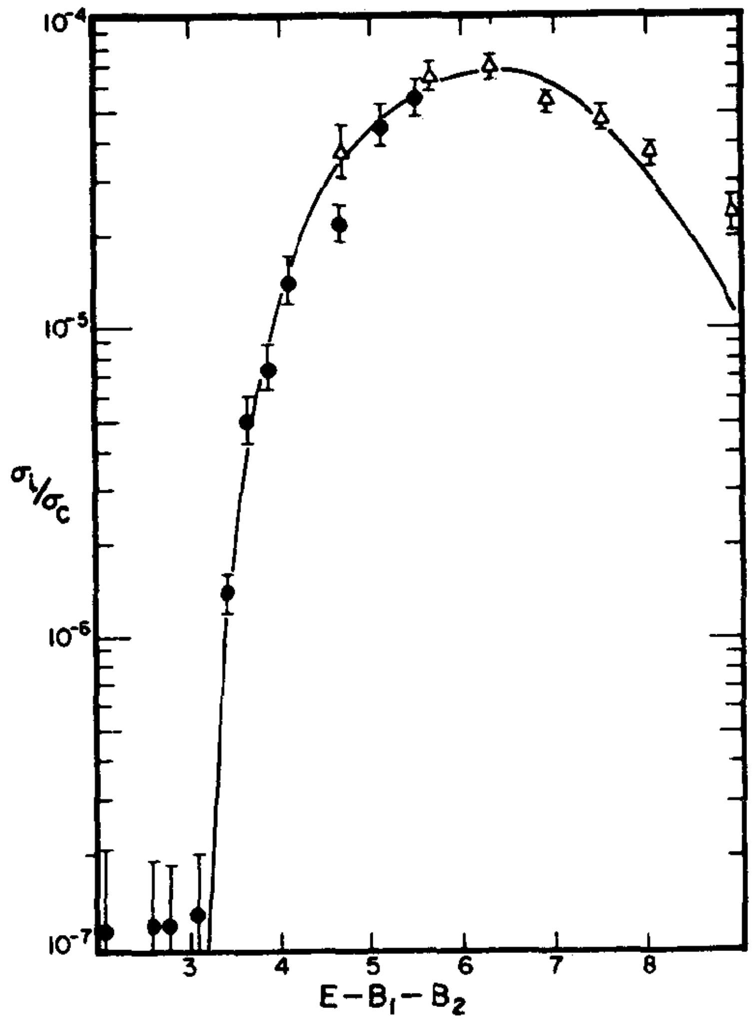
对于这种情况，只需知道发射第一个中子后中间核还保有足以发射第二个中子的能量的份额，而在计算形成同质异能素的情况，我们还得考虑到，有些核发射了第二个中子之后其剩余能量太低，不足以形成同质异能素。

计算时假定，发射中子后落到第二阱能级（导致形成同质异能素）的相对几率，和落到第一阱能级（导致形成基态）的相对几率，只是简单地与两个势阱中在给定中子能量下的相对能级密度成正比。如用恒温能级密度$\rho(E) \propto \exp(E/T)$，两阱中能级之比是常数，而与发射中子的能量无关（只要能量超过同质异能态阈值就行）。

图Ⅲ-9是对于$^{240}Pu(p, 2n)^{240m}Am$反应的拟合。重要的是在拟合时应采用真实的核温度，否则就会错误地得出偏低的同质异能态激发能。适用于修改了的 Jackson 模型（用于同质异能素产生过程）的核温度预期将比适用于基态(p, 2n)反应的来得低，因为前者包括对于两个中子发射能谱的积分，而后者只对第一个中子发射能谱积分。第一次发射时的平均激发能比第二次发射时的高。Britt 等(1971)曾经重新分析了许多激发曲线数据以抽取同质异能态激发能。尽管 Britt 所用模型要比刚才给出的简单的修改了的蒸发模型复杂得多，两者得出的同质异能态激发能数值可以符合得很好，只要在蒸发模型分析中使用合适的核温度就行。这些数值已在表Ⅲ-2上列出。

在我们尝试对表Ⅲ-2上的自发裂变半衰期作任何系统分析之前，还应指出几点。首先应注意到实验手段上的限制，使比10^{-9}秒短很多的半衰期不能被观察到。既然大部分观察到的同质异能素半衰期在10^{-7}与10^{-9}秒之间，很可能还有些同质异能素未被发现，其原因只是由于它们寿命太短。其次，表上的半衰期是总的半衰期，因而如存在显著的γ分支的话，自发裂变的分寿命可能会更长。第三个复杂之处在于，在有些情况下，同一个核素存在

一个以上的同质异能态。这显示在图Ⅲ-7上，可看到几个钚同位素呈现多重同质异能现象。



图Ⅲ-9　用蒸发模型来拟合产生^{240m}Am裂变同质异能素的激发曲线。(p,2n)数据(●)是Bjørnholm等(1967)的，(d,2n)数据(△)是Britt等(1971)的。量σ_i/σ_c代表着不同的入射粒子轰击能量下(p,2n)或(d,2n)反应产生同质异能素的截面与相应的复合核全截面之比。

让我们首先考虑Pu的偶偶同质异能素。如以^{240}Pu及寿命较短的^{238}Pu同质异能素为基础作系统外推，则看来^{236}Pu及寿命较长的^{238}Pu同质异能素的半衰期比预期的长。后两者的激发能也是异常的，如图Ⅲ-10所示，它们的激发能比大多数同质异能素的约高1MeV。有人提议这些同质异能素相当于正常形状同质异能素的二准粒子激发（这种准粒子激发可以预期在相应于对能隙2Δ的能量处发

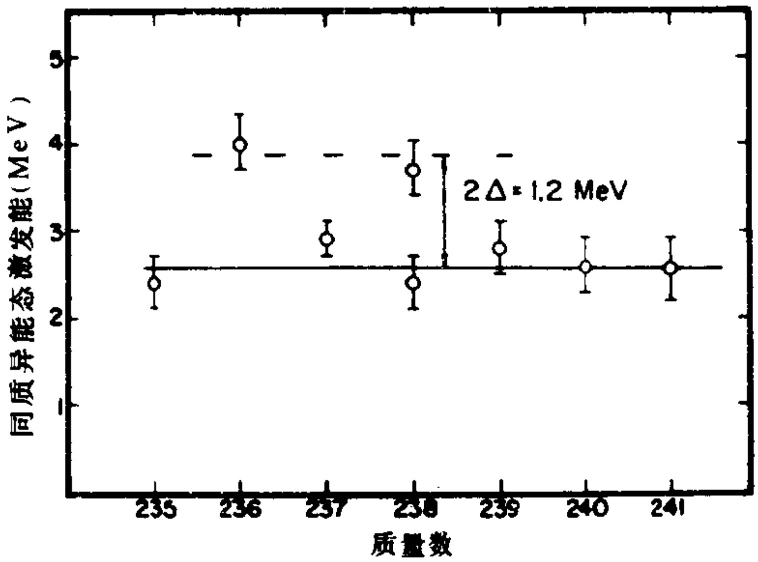


图 Ⅲ-10 钚自发裂变同质异能素的同质异能态激发能。数值取自表Ⅲ-2。

生，对于这类核，2Δ约为1MeV)。(在一些偶偶铪核及 ^{244}Cm 核上曾观察到激发能～2Δ 的二准粒子同质异能态。)这些异常的同质异能素的产额也比具有典型激发能的同质异能素低约一个数量级。它们的寿命之所以比第二极小中最低态更长，可归因于一个“特增能量”,其作用与决定奇 A 及奇奇核自发裂变寿命的情形相似(见C节)。观察到的寿命究竟是属于直接的裂变分支还是属于先 γ 衰变到第二阱最低态再裂变，还没有弄清楚。

同一个奇 A 核有两个同质异能态是容易解释的，因为可能存在两个靠近的单粒子能级，其自旋差别较大，使从高能态到低能态的 γ 衰变成为同质异能跃迁。即使这两个单粒子态的能量很接近，其自发裂变寿命也可以相差很大，因为两者的“特增能量”可能很不一样。^{237}Pu的情况就是如此，观察到它有80及1100毫微秒的两个同质异能态。用不同核反应做实验，研究相对产额随引入角动量的变化关系，结果表明，两个同质异能态的自旋是不一样的，寿命较短的自旋低(Russo等，1971)。把绝对产额与统计模型计算值进行比较，可以相信高自旋态的 $I=\frac{11}{2}$。在Nilsson能级图上预期为第二极小的形变处，一个11/2－[505]单粒子态及一

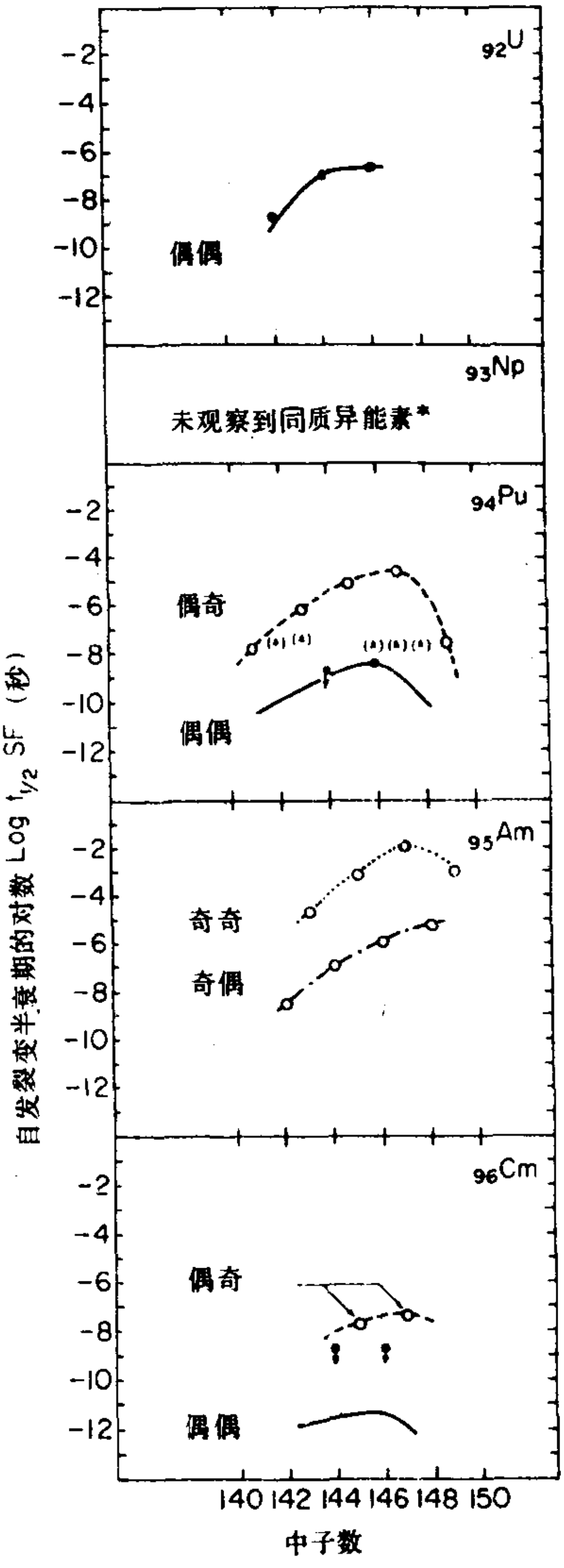
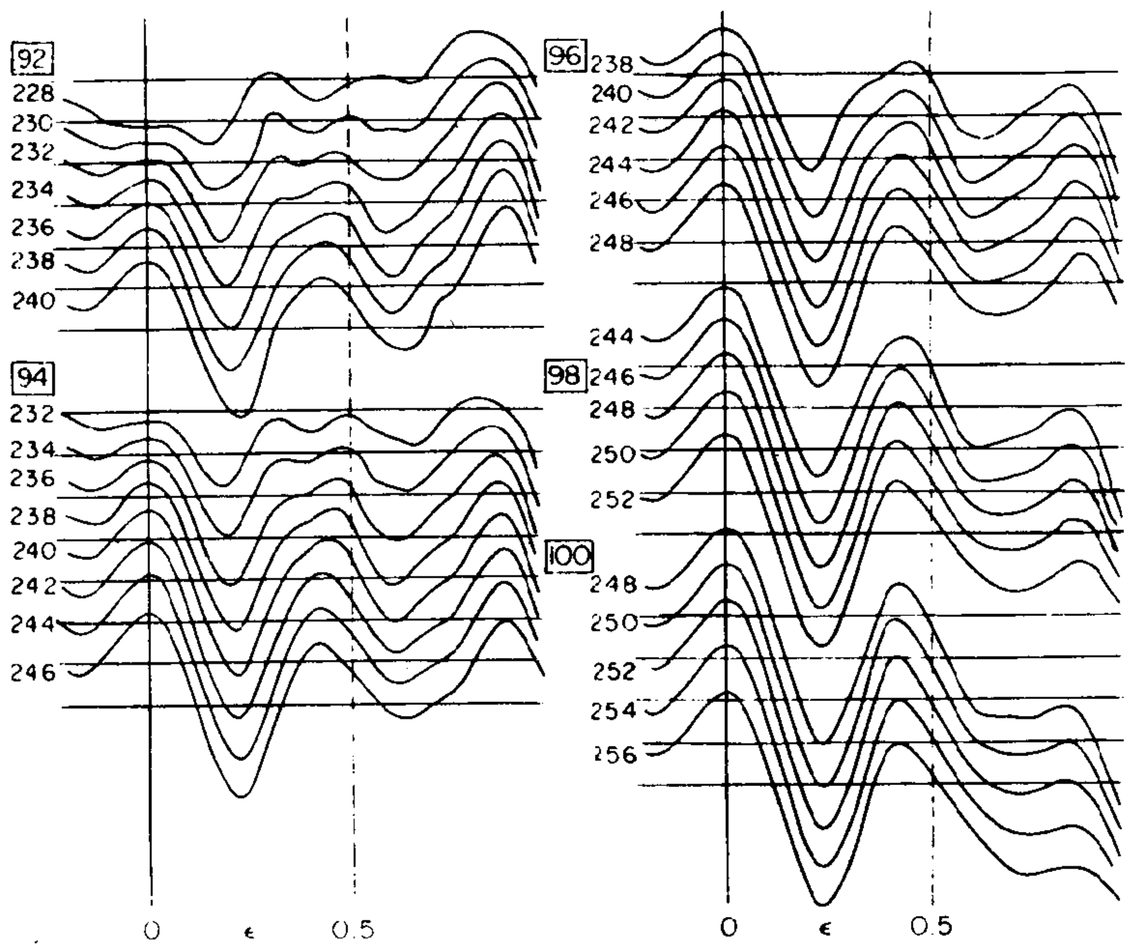


图 Ⅲ-11　同质异能素自发裂变半衰期与中子数的关系。○奇核素，●偶偶核素。有箭头的点子代表上限。不在Pu线上的▲代表第二势阱里的激发态。［引自Polikanov和Sletten(1970)。］

* 已观察到Np的形状同质异能素。

个11/2+[615]单粒子态都很靠近费米能级。这些高自旋能级在靠近费米能级处存在，使得我们猜想，它们有可能就是上面所说相邻的^{236}Pu及^{238}Pu二准粒子同质异能态的准粒子之一。

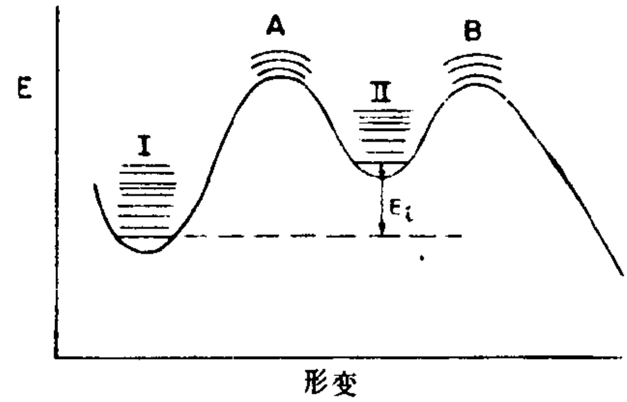
图Ⅲ-11画出了自发裂变半衰期与中子数的关系。画偶偶核的线时，没有考虑“异常”同质异能素的寿命。奇A和奇奇核素的值随中子数的变化比预期的更平滑(由于“特增能量”可能不一样，或许本来有理由预期不那么平滑)。这张图也突出了所有已知同质异能素的中子数都在141及149之间。这一点与Strutinsky(1968)的计算是一致的，他发现，由于壳效应，在$N=146$或148处在能量上有一极小。N及Z的边界也与Nilsson等(1969)的计算定性相符，计算结果见图Ⅲ-12。对于$Z=98$或更高的核素，外垒太低，



图Ⅲ-12　$Z=92-100$计算的裂变垒。只考虑反射对称形状。如果还允许反射不对称形状，则对$Z\sim94$，第二垒的计算高度预计将减低几个MeV。相邻两水平线之间的距离为2MeV。[引自Nilsson等(1969)。]

不可能存在半衰期可测的同质异能态。对于$Z\sim92$的核素，内垒显著低于外垒，以致回到基态的γ衰变寿命会非常短。

在考虑可能的穿过内垒的γ衰变分支时,必须认识到,同质异能素裂变衰变与γ衰变之比并不简单地等于外垒穿透率$\overrightarrow{p}_B$与内垒穿透率$\overleftarrow{p}_A$之比（Nix和Walker,1969）。为了有助于在这里及以后的讨论，把势能曲面上的垒和极小加上如图Ⅲ-13所示的标志。在C节中已指出，基态的自发裂变率简单地等于撞击势垒的次数乘上势垒的穿透率。对于同质异能态裂变衰变，情况是相似的，但只需考虑对外垒的穿透率$\overrightarrow{p}_B$。这里暗含着一个合理的假定，即一旦穿出势垒，肯定会裂变。对于通过内垒的穿透，情形有点不同，因为衰变是通过弱得多（而且慢得多）的电磁辐射过程而发生的。大致说来,核在到达第一极小后，在它还没有来得及γ衰变之前，有可能又回到第二极小去。因为核的能量刚巧与第二极小里的一条能级（同质异能态能级）相匹配，回向第二阱的穿透是共振的，穿透率接近于1。因而γ衰变的几率就会减小，减小的倍数等于：通常的γ衰变寿命τ_0^γ（估计为10^{-14}秒量级）与相邻两次撞击势垒之间的平均时间$1/n$（约为10^{-20}秒）之比。这个问题可以更严格地来考察:把同质异能态的波函数展开分成两个组份，一个是处于第一阱(基态)的组份，另一个是处于第二阱(同质异能态)的组份。我们把这些组份的振幅分别标示为a和b。如果同质异能态的波函数集中在第二阱（一般情况就是如此，除非在第一阱中有一条能级几乎与核在第二阱中的能量符合），则比值$|a^2|/|b^2|$就等于从第二阱回到第一阱的穿透率。因而同质异能态γ衰变的衰变常数λ_2^γ可以写作为穿透率$\overleftarrow{p}_A$乘上撞击势垒次数n再乘上受阻因子（$1/n\tau_0^\gamma$），得



图Ⅲ-13　双峰势垒上两个垒及两个势能极小的标志。

$$\lambda_2^{\gamma}=\overleftarrow{p}_{\mathrm{A}}n(1/n\tau_0^{\gamma})=\overleftarrow{p}_{\mathrm{A}}/\tau_0^{\gamma},$$

所以γ衰变的寿命$\tau_2^{\gamma}=\tau_0^{\gamma}/\overleftarrow{p}_{\mathrm{A}}$。而同质异能素$\gamma$衰变的寿命与其自发裂变寿命之比为

$$\tau_2^{\gamma}/\tau_2^{\mathrm{f}}=(\tau_0^{\gamma}/\overleftarrow{p}_{\mathrm{A}})(1/\overrightarrow{p}_{\mathrm{B}}n),$$

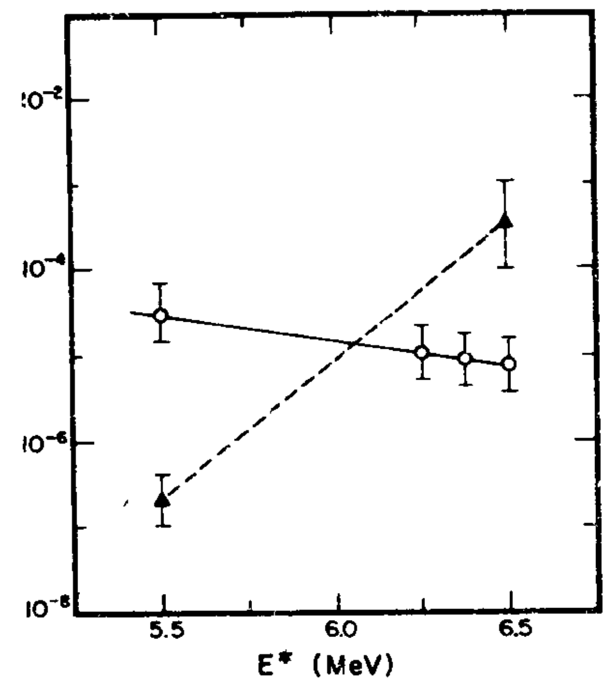
按照前面所作对τ_0^{γ}及n的估计，就等于

$$\tau_2^{\gamma}/\tau_2^{\mathrm{f}}=10^6(\overrightarrow{p}_{\mathrm{B}}/\overleftarrow{p}_{\mathrm{A}})。$$

这个结果表示，只有当内垒穿透率比外垒穿透率约大10^6倍时，γ衰变才能与裂变相竞争。这意味着，即使内垒在能量上比外垒低，占优势的衰变方式可能还是自发裂变。

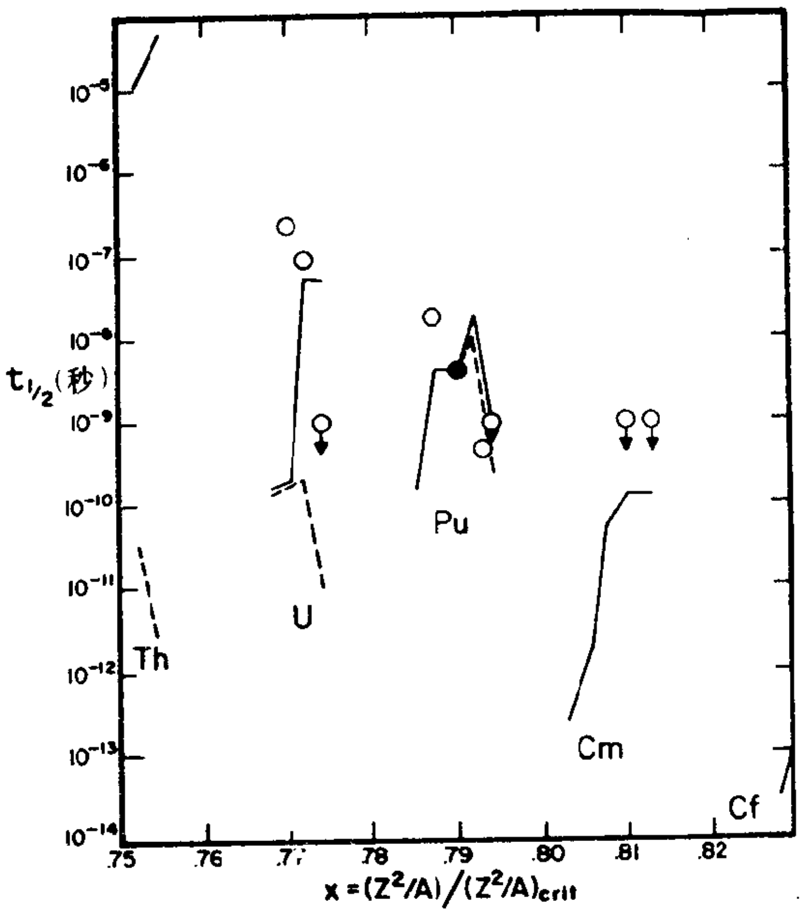
关于两个势垒的相对高度能说些什么呢？不幸的是，关于这一点几乎没有什么直接的实验证据。在^{242}Am情况，从^{241}Am(n,γ)反应上有证据说明第一垒比第二垒高(Gangrsky等，1970*d*)。这是从对于$\sigma_{\mathrm{i}}/\sigma_{\mathrm{g}}$(同质异能态截面与基态截面之比)的激发曲线与$\sigma_{\mathrm{i}}/\sigma_{\mathrm{f}}$(同质异能态截面与瞬发裂变截面之比)的激发曲线进行比较而得出的。两垒中较高的一个是高于中子结合能的，因而瞬发裂变激发曲线上约在0.5MeV处显示出有阈的行为。当能量从低于阈处变到远高于阈处时，比值$\sigma_{\mathrm{i}}/\sigma_{\mathrm{f}}$变化不大，而$\sigma_{\mathrm{i}}/\sigma_{\mathrm{g}}$比值却增高几个数量级，见图Ⅲ-14。假设内垒高于外垒，这些结果就可以理解，因为那样的话同质异能态和瞬发裂变两者的产额都由内垒的穿透所决定，因此其行为相似。^{243}Am(n, γ)^{244}Am反应也得到类似结果(Dalhsuren等，1970)。从中子引起裂变的碎片角分布有证据说明，从较轻核（$A\leqslant236$)转到较重核（$A\geqslant240$)时，各向异性随中子能量的变化曲线上的结构消失了（见图Ⅴ-24）。这与较轻元素外垒较高，而较重元素外垒较低是一致的（将在第五章进一步仔细讨论）。这种两个势垒相对高度随质量数的变化关系与图Ⅲ-12所示的理论计算总趋势是符合的。

我们已经看到，图Ⅲ-11所示自发裂变同质异能素半衰期与N及Z的变化总趋势与理论的双垒高度的趋势是定性符合的。现在我们将尝试作较为定量的比较。Pauli和Ledergerber(1971)用包含有反射不对称自由度的形状表示式计算了裂变势垒。他们把



图Ⅲ-14　$^{241}Am(n,\gamma)$反应中同质异能态截面与瞬发裂变截面之比σ_i/σ_f（○）及同质异能态截面与基态截面之比σ_i/σ_g（▲）与激发能的关系。[引自Gangrsky等（1970d）。]

$Z=90—106$偶偶核基态极小、同质异能态极小、第一垒及第二垒各自的能量制成表给出。从这些数值可以定出同质异能素自发裂变衰变时需要穿透的势垒的高度。为了计算势垒穿透率还必须知道势垒的形状及有效质量。在缺少这些资料的情况下，我们可以尝试用一个倒抛物线来简单地描述势垒形状。这种势垒的穿透率由方程（Ⅲ-12）给出。穿透率与势垒形状及有效质量的依赖关系已包含在势垒曲率能量$\hbar\omega$之中。我们假定了$\hbar\omega$对所有的核都是相同的，尽管内垒与外垒的$\hbar\omega$值不一定要相等。对于^{240m}Pu，用假设的理论外垒高度（E_b-E_i）对已知半衰期进行拟合，可以导出外垒的$\hbar\omega$数值。半衰期与穿透率的关系见方程（Ⅲ-7）。撞击势垒次数采用前面的估计值$n=2.5\times10^{20}$/秒，就可得到势垒曲率能量$\hbar\omega_B=0.72$ MeV。此后我们就可以用这个$\hbar\omega_B$值，计算出其它偶偶核的自发裂变半衰期预期值（计算时外垒高度用理论值）。这样算出的半衰期在图Ⅲ-15上用实线画出。钍铀同位素的内垒预期显

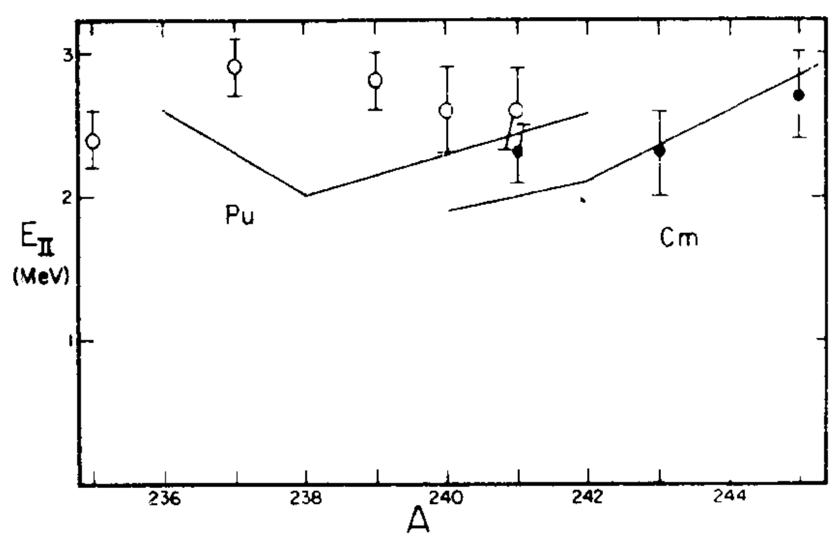


图Ⅲ-15 (——)根据Pauli和Ledergerber(1971)理论外垒高度算出的各种偶偶核自发裂变同质异能素的半衰期(假定所有核的势垒曲率能量都相同)。曲率能量$\hbar\omega_B = 0.72$MeV是从^{240m}Pu半衰期拟合得出的。(----)预期的γ衰变贡献，估算时内垒曲率能量$\hbar\omega_A = 1.0$MeV，选取此值保证^{240m}Pu主要由自发裂变而衰变。○偶偶核半衰期实验值或其上限。●归一点。

著低于外垒，因而同质异能素的γ衰变可能成为占优势的衰变方式。根据前面的估计(即如果穿透率相同，则γ衰变几率要比裂变衰变几率小，相差10^6倍)，可以得出γ衰变半衰期的预期值。还剩下内垒的势垒曲率能量需要给定。在以前的经验分析中(Bjørnholm,1970；Vandenbosch和Wolf,1969)，以及图Ⅲ-17的例子中，都得出内垒的曲率能量比外垒的大。在目前的这一分析中，我们选择$\hbar\omega_A = 1.0$MeV。(假如采用显著大于1.0MeV的数值，

则裂变就将不再成为^{240m}Pu的主要衰变方式了。)对所有核的内垒，都采用1.0MeV作为恒定的曲率能量，再用Pauli和Ledergerber的理论内垒高度，这样算出的总半衰期用虚线画在图Ⅲ-15上。图上也标出了实验的半衰期或其上限。可以看到，根据理论势垒高度预计的半衰期随x的变化关系，与观察值符合得相当好。预期只有铀钚偶偶同质异能素具有(用现有技术能够观察到的)足够长的半衰期。事实上，要不是由于奇核子引起禁阻的话，能够观察到的同质异能素的数目本来会少得多。

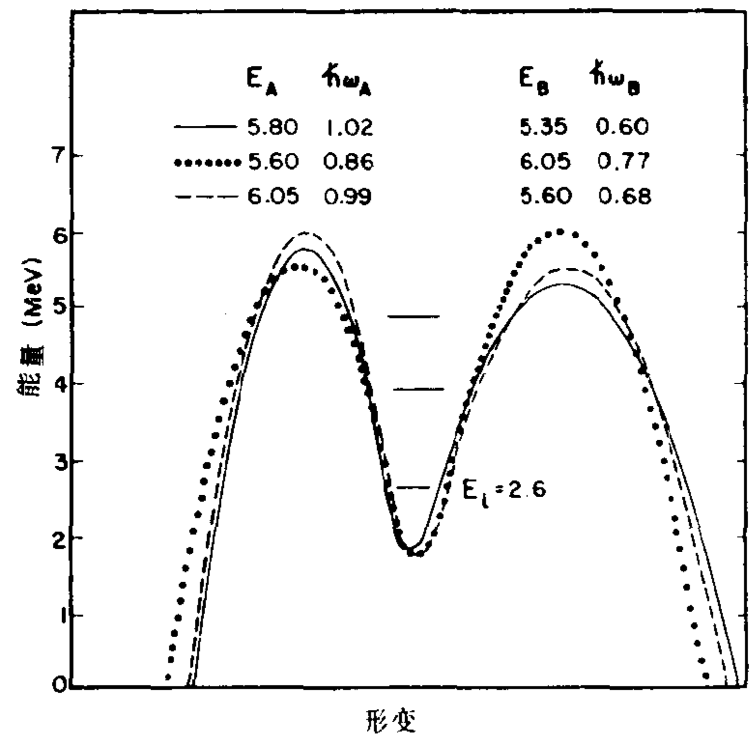
在图Ⅲ-16上把偶Z核素同质异能态激发能与Pauli和Ledergerber的理论值作了比较。图上略去了属于二准粒子态的同质异能态激发能。实验与理论值符合得相当好。



图Ⅲ-16　Britt等(1971)的同质异能态激发能实验值(○，●)与Pauli和Ledergerber(1971)的理论计算值(——)的比较。

我们不知道，是否有可能建立一个一维势垒，它与基态及同质异能态两者的自发裂变半衰期及同质异能态激发能都相一致。只有当同质异能态的自旋宇称与基态相同时，作这种比较才有明确的意义(实际上这意味着只能局限于偶偶核)。不幸的是，只有一个偶偶核，即^{240}Pu的上述实验数据是都掌握了的。已经表明，对^{240}Pu，确实可能建立上述那种一维势垒(Vandenbosch和Wolf,

1969)。事实上，只从半衰期及同质异能态激发能的数据不可能单值地定出势垒参数来，如图 Ⅲ-17所示。图上画的三种势垒与基态半衰期、同质异能态半衰期、同质异能态激发能以及4.95MeV处中间结构共振（见第五章D，2节）的位置都是可以符合的。可以看出，要单值地定出势垒，限制条件还不够。我们可以求助于（d,pf）截面数据在几种可能的势垒中作出某种程度的鉴别，因为（d,pf）截面数据对于两垒中较高一个的高度相当灵敏。不过这种分析不能使我们定出两垒中哪一个能量较高。

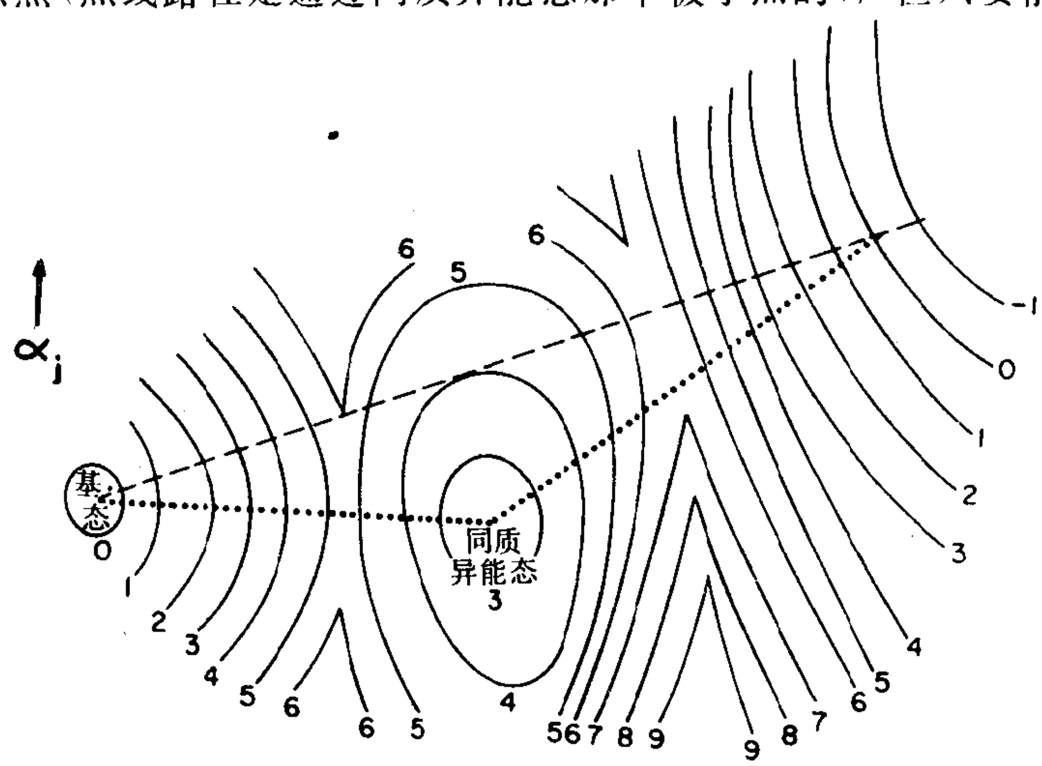


图Ⅲ-17 几种不同的一维势垒的图示，它们都能再现^{240}Pu的实验上已知的基态及同质异能态半衰期、同质异能态激发能以及中间结构共振能量。虚线和点线代表两种势垒图，它们之中一个是内垒较高，一个是外垒较高，但较高垒的高度数值相同。图中间画出的第二及第三条振动能级（相当于中间结构共振）位置，是属于用实线表示的势垒的。

用一维势垒的特性能够成功地解释^{240}Pu的各种数据，不能完全归因于可以改变的势垒参数数目多。^{242}Am就是一个适例。Nix和Walker（1969）曾经表明，对于这个核素，不可能用上述方式来解释现有的数据。困难在于要解释相对说来比较短的基态自发裂

变半衰期。如果，为了解释同质异能态自发裂变半衰期，需要在第二极小的右方有一个足够大的垒。并且为了使γ衰变不致成为优先的衰变方式起见，在第二极小左方的势垒必须与右方的大体相等。这样一来总势垒就太大了，不能允许有观察到那样高的基态自发裂变率。对于这个明显的为难局面，看来最可能的解释是，认为这个奇奇核的基态和同质异能态可能具有不同的自旋，由于其“特增能量”可能会不一样，两种态所遇到的有效势垒预期不是相同的。

上述矛盾的另一个因素或许是一维裂变势垒假设的失败。很有可能，在两维势能曲面图上同质异能态的位置，并不位于从基态出发的穿透率最大的路径上。这种可能性示意地表示在图Ⅲ-18上。尽管沿着虚线路径走的势垒高度要比沿点线路径的势垒高出一点点(点线路径是通过同质异能态那个极小点的)，但只要前者



图Ⅲ-18　对于两个任意变形参数α_i及α_j的假设的势能曲面，等位线之间的间距为1MeV。点线相当于在α_i方向运动时势能取最小值的路径，但是，虚线路径或许会给出较高的穿透率，因为势垒高度上的增加有可能被势垒宽度上的减小所补偿，这是由于穿透率对势垒宽度比之对势垒高度更为灵敏之故。

的路径长度显著短于后者，则还是虚线路径的穿透率较大。这是由于穿透率积分对势垒宽度比之对势垒高度更为灵敏的缘故。近来对于包含了反射不对称自由度在内的势能曲面的计算表明，这种效应是可能发生的。基态、第一垒及第二极小都相应于反射对称形状，但第二垒却对应于一个具有显著反射不对称的形状。难以对这一效应的大小作出定量估计，特别是，我们认识到有效质量有可能随变形座标而改变。

裂变同质异能素的产额通常是很小的，这可从表Ⅲ-2末栏的值看出来。我们可以非常定性地估计一下同质异能态比，假设它正比于两势阱内能级数目之比。在激发曲线的峰处，亦即在当核仍被圈住在第一阱或第二阱中的最高能量处，这将主要决定于相应势阱顶端能级密度之比。因为较浅的阱顶端的能级密度比基态阱的低，所以同质异能态的产额要比基态的产额小得多。如果假设能级密度表达式为

$$\rho(E^*)\propto(1/E^*)\exp[2(aE^*)^{1/2}],$$

并假定两垒高度相等$E_B=E_A$，则能级密度之比等于

$$\rho_{II}/\rho_{I}=[E_A/(E_A-E_i)]\exp\{2a^{1/2}[(E_A-E_i)^{1/2}-E_A^{1/2}]\},$$

式中E_i为同质异能态激发能。如$E_A=E_B=6\text{MeV}$，$E_i=3\text{MeV}$，$a=(A/10)=24$，则得垒顶能级密度之比为2×10^{-3}。如果两垒高度不等，预期同质异能态比要比上述估计还要小。观测到的同质异能态比值与这些考虑定性地是一致的。Jägare(1969，1970)讨论过一个仔细得多的计算同质异能态比的模型，后来Britt等(1971)又作了扩充。可是，更仔细的计算所需要的参数中，有许多通常是未知的。原则上，其中一些参数可从对数据作拟合而定出。

我们不晓得，从第二阱出发的裂变的最终碎片特性，是否与越过垒顶裂变的碎片特性有什么差异。已经掌握的证据是，两种情况下的质量分布及动能分布是很相似的(Erkkila和Leachman，1968；Ferguson等，1970)。

参 考 文 献

Aleksandrov, B. M. Krivokhatskii, L. S., Malkin, L. Z., and Petrzhak, K. A. (1966a). *Sov. At. Energy* **20**, 352.

Aleksandrov, B. M., Krivokhatskii, L. S., Malkin, L. Z., and Petrzhak, K. A. (1966b). *At. Energ.* **20**, 315.

Back, B. B., Bondorf, J. P., Otroshenko, G. A., Pedersen, J., and Rasmussen, B. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 351. IAEA, Vienna.

Back, B. B., Britt, H. C., and Erkkila, B. H. (1971). *Bull. Amer. Phys. Soc.* [II], **16**, 1149.

Barclay, F. R., Galbraith, W., Glover, K. M., Hall, G. R., and Whitehouse, W. J. (1954). *Proc. Phys. Soc. London Sect. A* **67**, 646.

Barton, D. M., and Koontz, P. G. (1970). *J. Inorg. Nucl. Chem.* **32**, 731.

Bjørnholm, S. (1970). *Proc. Robert A. Welch Found. Chem Res.* **13**, 447.

Bjørnholm, S., Borggreen, J., Westgaard, L., and Karnaukhov, V. A. (1967). *Nucl. Phys. A* **95**, 513.

Bohr, N., and Wheeler, J. A. (1939). *Phys. Rev.* **56**, 426.

Borggreen, J., Gangrsky, Yu. P., Sletten, G., and Bjørnholm, S. (1967). *Phys. Lett. B* **25**, 402.

Brandt, R., Gatti, R., Phillips, L., and Thompson, S. G. (1963). *J. Inorg. Nucl. Chem.* **25**, 1085.

Brenner, D. S., Westgaard, L., and Bjørnholm, S. (1966). *Nucl. Phys.* **89**, 267.

Britt, H. C., Burnett, S. C., Erkkila, B. H., Lynn, J. E., and Stein, W. E. (1971). *Phys. Rev. C* **4**, 1444.

Butler, J. P., Lounsbury, M., and Merritt, J. S (1956a). *Can. J. Chem.* **34**, 253.

Butler, J. P., Eastwood, T. A., Jackson, H. G., and Schuman, R. P. (1956b). *Phys. Rev.* **103**, 965.

Caldwell, J. T., Fultz, S. C., Bowman, C. D., and Hoff, R. W. (1967). *Phys. Rev.* **155**, 1309.

Chamberlain, O., Farwell, G. W., and Segrè, E. (1954). *Phys. Rev.* **94**, 156.

Choppin, G. R., Thompson, S. G., Ghiorso, A., and Harvey B. G., (1954). *Phys. Rev.* **94**, 1080.

Choppin, G. R., Harvey, B. G., Thompson, S. G., and Ghiorso, A., (1955). *Phys. Rev.* **98**, 1519.

Cramer, J. D., and Nix, J. R. (1970). *Phys. Rev. C* **2**, 1048.

Dalhsuren, B., Flerov, G. N., Gangrsky, Yu. P., Lasarev, Yu. A., Markov, B. N., and Khanh, N. C. (1970). *Nucl. Phys. A* **148**, 492.

Damgaard, J., Pauli, H. C., Strutinsky, V. M., Wong, C. Y., Brack, B., and Stenholm-Jensen, A. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 213. IAEA, Vienna.

Druin, V. A., Perelygin, V. P., and Khlebnikov, G. I. (1961a). *Sov. Phys. JETP* **13**, 913.

Druin, V. A., *et al.* (1961b). *Sov. Phys. JETP* **13**, 889.

Druin, V. A., Skobelev, N. K., and Rud, V. I. (1971). *Sov. J. Nucl. Phys.* **12**, 24.

Eastwood, T. A., *et al.* (1957). *Phys. Rev.* **107**, 1635.

Elwyn, A. J., and Ferguson, A. T. G. (1970). *Nucl. Phys. A* **148**, 337.

Erkkila, B. H., and Leachman, R. B. (1968). *Nucl. Phys. A* **108**, 689.

Ferguson, R. L., Plasil, F., Alam, G. D., and Schmitt, H. W. (1970). *Phys. Lett. B* **31**, 526.

Fields, P. R., *et al.* (1954a). *Nature (London)* **174**, 265.

Fields, P. R., *et al.* (1954b). *Phys. Rev.* **94**, 207.

Fields, P. R., Gindler, J. E., Harkness, A. L., Studier, M. H., Huizenga, J. R., and Friedman, A. M. (1955). *Phys. Rev.* **100**, 172.

Fields, P. R., *et al.* (1956). *Phys. Rev.* **102**, 180.

Fields, P. R., Diamond, H., Friedman, A. M. Milsted, J., Lerner, J. L., Barnes, R. F., Sjoblom, R. K., Metta, D. N., and Horwitz, E. P. (1967). *Nucl. Phys. A* **96**, 440.

Fleischer, R. L., and Price, P. B. (1964). *Phys. Rev. B* **133**, 63.

Flerov, G. N., *et al.* (1958). *Sov. Phys. Dokl.* **3**, 79.
Flerov, G. N., *et al.* (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission, Salzburg, 1965*, Vol. I, p. 307. IAEA, Vienna.
Flerov, G. N., Pleve, A. A., Polikanov, S. M., Tretyakova, S. P., Martologu, N., Poenaru, D., Sezon, M., Vilcov, I., and Vilcov, N. (1967). *Nucl. Phys. A* **97**, 444.
Flerov, G. N., Gangrsky, Yu. P., Markov, B. N., Pleve, A. A., Polikanov, S. M., and Jungclaussen, H. (1968). *Sov. J. Nucl. Phys.* **6**, 12.
Flerov, G. N., Oganesyan, Yu. Ts., Lobanov, Yu. V., Lasarev, Yu. A., and Tretiakova, S. P. (1971). *Nucl. Phys. A* **160**, 181.
Fried, S. (1956). *J. Inorg. Nucl. Chem.* **2**, 415.
Gangrsky, Yu. P., Markov, B. N., Polikanov, S. M., Kharisov, I. F., and Jungclaussen, H. (1968). *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Fiz.* **32**, 1644.
Gangrsky, Yu. P., Markov, B. N., and Tsipenyuk, Yu. M. (1970a). *Sov. J. Nucl. Phys.* **11**, 30.
Gangrsky, Yu. P., Markov, B. N., and Tsipenyuk, Yu. M. (1970b). *Phys. Lett. B* **32**, 182.
Gangrsky, Yu. P., Nagy, T., Vinnay, I., and Kovacs, I. (1970c). Dubna Preprint P. 3–5528.
Gangrsky, Yu. P., Gavrilov, K. A., Markov, B. N., Khan, N. K., and Polikanov, S. M. (1970d). *Sov. J. Nucl. Phys.* **10**, 38.
Gerling, E. K., *et al.* (1959). *Radiokhimiya* **1**, 223.
Ghiorso, A., and Robinson, H. P. (1947). Unpublished results.
Ghiorso, A., and Sikkeland, T. (1967). *Phys. Today* **20**, 25.
Ghiorso, A., Higgens, G. H., Larsh, A. E., Seaborg, G. T. and Thompson, S. G. (1952). *Phys. Rev.* **87**, 163.
Ghiorso, A., *et al.* (1954a). Unpublished results.
Ghiorso, A., Thompson, S. G., Choppin, G. R., and Harvey, B. G., (1954b). *Phys. Rev.* **94**, 1081.
Ghiorso, A., Nurmia, M., Eskola, K., and Eskola, P. (1970). *Phys. Lett. B* **32**, 95.
Griffin, J. J. (1963). *Phys. Rev.* **132**, 2204.
Griffin, J. J. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 3. IAEA, Vienna.
Griffin, J. J. (1971). *Nucl. Phys. A* **170**, 401.
Halpern, I. (1959). *Annu. Rev. Nucl. Sci.* **9**, 245.
Hanna, G. C., *et al.* (1951). *Phys. Rev.* **81**, 466.
Heffner, R. H., Pedersen, J., and Swanson, H. H. (1972). Private communication.
Hill, D. L., and Wheeler, J. A. (1953). *Phys. Rev.* **89**, 1102.
Hoff, R. W., Evans, J. E., Hulet, E. K., Dupzyk, R. J., and Quaheim, B. J. (1968). *Nucl. Phys. A* **115**, 225.
Huizenga, J. R., and Diamond, H. (1957). *Phys. Rev.* **107**, 1087.
Hulet, E. K. (1953). Ph.D. Thesis, Univ. of California, Berkeley (Unclassified Rep. UCRL–2283).
Hulet, E. K., Thompson, S. G., and Ghiorso, A. (1953). *Phys. Rev.* **89**, 878
Hulet, E. K., *et al.* (1971). *Phys. Rev. Lett.* **26**, 523.
Hyde, E. K. (1964). "Nuclear Properties of the Heavy Elements," Vol. III, "Fission Phenomena," pp. 75-77. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
Jackson, J. D. (1956). *Can. J. Phys.* **34**, 767.
Jaffey, A. H., and Hirsch, A. (1949). Unpublished results.
Jaffey, A. H., and Hirsch, A. (1951). Unpublished results.
Jägare, S. (1969). *Nucl. Phys. A* **137**, 241.
Jägare, S. (1970). *Phys. Lett. B* **32**, 571.
Johansson, S. A. E. (1959). *Nucl. Phys.* **12**, 449.
Jones, M., *et al.* (1955). Lab. Rep. KAPL–1378. Knolls At. Power Lab., Schenectady, New York.
Jones, M., Schuman, R. P., Butler, J. P., Cowper, G., Eastwood, T. A., and Jackson, H. G.

(1956). *Phys. Rev.* **102**, 203.

Jorgenson, A. B., Polikanov, S. M., and Sletten, G. (1972). Unpublished results.

Kennedy, R. C., Wilets, L., and Henley, E. M. (1964). *Phys. Rev. Lett.* **12**, 36.

Kinderman, E. M. (1953). Declassified Rep. HW-27660. At. Energy Comm., Hanford.

Kuroda, P. K., and Edwards, R. R. (1957). *J. Inorg. Nucl. Chem.* **3**, 345.

Kuznetsov, V. I., Lobanov, Yu. V., and Perelygin, V. P. (1967). *Sov. J. Nucl. Phys.* **4**, 332.

Kyz'minov, B. D., Kutsaeva, L. S., Nesterov, V. G., Prokhorova, L. I., and Smirenken, G. P. (1960). *Sov. Phys. JETP* **10**, 290.

Lark, N. L., Sletten, G., Pedersen, J., and Bjørnholm, S. (1969). *Nucl. Phys. A* **139**, 481.

Magnusson, L. B. *et al.* (1954). *Phys. Rev.* **96**, 1576.

Malkin, L. Z., *et al.* (1963). *At. Energy.* **15**, 158.

Mech, J., *et al.* (1956). *Phys. Rev.* **103**, 340.

Metag, V., Repnow, R., von Brentano, P., and Fox, J. P. (1969a). *Z. Phys.* **226**, 1.

Metag, V., Repnow, R., von Brentano, P., and Fox, J. P. (1969b). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 449. IAEA, Vienna.

Metta, D., Diamond, H., Barnes, R. F., Milsted, J., Gray, Jr., J., Henderson, D. J., and Stevens, C. M. (1965). *J. Inorg. Nucl. Chem.* **27**, 33.

Metta, D. N., Diamond, H., and Kelly, F. R. (1969). *J. Inorg. Nucl. Chem.* **31**, 1245.

Mikheev, V. L., Skobelev, N. K., Druin, V. A. and Flerov, G. N. (1960). *Sov. Phys. JETP* **10**, 612.

Myers, W. D., and Swiatecki, W. J. (1966). *Nucl. Phys.* **81**, 1.

Myers, W. D., and Swiatecki, W. J. (1967). *Proc. Int. Symp. "Why and How Should We Investigate Nuclides Far off the Stability Line", Lysekil, Sweden, Aug. 21–27, 1966*, p. 343. Almqvist and Wiksell, Stockholm; *Ark. Fys.* **36**, 343.

Newton, J. O. (1955). *Progr. Nucl. Phys.* **4**, 234.

Nilsson, S. G. (1969). *Proc. Int. School Phys. "Enrico Fermi"* **40**.

Nilsson, S. G., *et al.* (1969). *Nucl. Phys. A* **131**, 1.

Nix, J. R. (1967). *Ann. Phys.* **41**, 52.

Nix, J. R., and Walker, G. E. (1969). *Nucl. Phys. A* **132**, 60.

Nucl. Data Sheets B (1969). **3**, No. 2.

Nurmia, M. (1970). *Proc. Int. Conf. Nucl. Reactions Induced by Heavy Ions, Heidelberg, July 1969* (R. Bock and W. K. Hering, eds.), p. 666. North-Holland Publ., Amsterdam.

Nurmia, M., Sikkeland, T., Silva, R., and Ghiorso, A. (1967). *Phys. Lett. B* **26**, 78.

Nurmia, M., Eskola, E., Eskola, P., and Ghiorso, A. (1969). Rep. No. UCRL–18667, 63. Univ. of California Radiation Lab., Berkeley, unpublished.

Oganesian, Yu. Ts., Lobanov, Yu. V., Tretiakova, S. P., Lasarev, Yu. A., Kolesov, I. V., Gavrilov, K. A., Plotko, V. M., and Poluboyarinov, Yu. F. (1970). *At. Energ.* **28**, 393.

Pauli, H. C., and Ledergerber, T. (1971). *Nucl. Phys. A* **175**, 545.

Perfilov, N. A. (1947). *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **17**, 476.

Phillips, L., Gatti, R., Brandt, R., and Thompson, S. G. (1962). Unpublished results.

Phillips, L., Gatti, R. C., Brandt, R., and Thompson, S. G. (1963). *J. Inorg. Nucl. Chem.* **25**, 1085.

Podgurskaya, A. V., *et al.* (1955). *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **28**, 503.

Polikanov, S. M., and Sletten, G. (1970). *Nucl. Phys. A* **151**, 656.

Polikanov, S. M., Druin, V. A., Karnaukhov, V. A., Mikheev, V. L., Pleve, A. A., Skobelev, N. K., Subbotin, V. G., Ter-Akopyan, G. M., and Fomichev, V. A. (1962). *Sov. Phys. JETP* **15**, 1016.

Repnow, R., Metag, V., and von Brentano, P. (1971). *Z. Phys.* **243**, 418.

Russo, P. A., Vandenbosch, R., Mehta, M., Tesmer, J. R., and Wolf, K. L. (1971). *Phys. Rev. C* **3**, 1595.

Segrè, E. (1952). *Phys. Rev.* **86**, 21.

Sikkeland, T., Ghiorso, A., Latimer, R., and Larsh, A. E. (1965). *Phys. Rev. B* **140**, 277.

Sikkeland, T., Ghiorso, A., and Nurmia, M. (1968). *Phys. Rev.* **172**, 1232.

Skobelev, N. K., Grogdev, B. A., and Druin, V. A. (1968). *Sov. J. At. Energy* **24**, 69.

Sletten, G., and Limkilde, P. (1973). *Nucl. Phys. A* **199**, 504.

Sobiczewski, A. (1970). *Proc. Robert A. Welch Found. Conf. Chem. Res.* **13**, 472.

Sobiczewski, A., Szymanski, Z., Wycech, S., Nilsson, S. G., Nix, J. R., Tsang, C. F., Gustafson, C., Möller, P., and Nilsson B. (1969). *Nucl. Phys. A* **131**, 67.

Specht, H. J., Weber, J., Konecny, E., and Heunemann, D. (1972). *Phys. Lett. B* **41**, 43.

Strutinsky, V. (1968). *Nucl. Phys. A* **112**, 1.

Swiatecki, W. J. (1955). *Phys. Rev.* **100**, 937.

Temperley, J. K., Morrissey, J. A., and Bacharach, S. L. (1971). *Nucl. Phys. A* **175**, 433.

Urin, M. G., and Zaretsky, D. F. (1966). *Nucl. Phys.* **75**, 101.

Vandenbosch, R. (1972). *Phys. Rev. C* **5**, 1428.

Vandenbosch, R., and Wolf, K. L. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 439. IAEA, Vienna.

Viola, V. E., Jr., and Wilkins, B. D. (1966). *Nucl. Phys.* **82**, 65.

Vorotnikov, P. E., Dubrovina, S. M. Otroschenko, G. A., Chistyakov, L. V., Shigin, V. A. and Shubka, V. M. (1970). *Sov. J. Nucl. Phys.* **10**, 419.

Watt, D. E., Bannister, F. J., Laidler, J. B. and Brown, F. (1962). *Phys. Rev.* **126**, 264.

Wheeler, J. A. (1955). *In* "Niels Bohr and the Development of Physics" (W. Pauli, ed.), p. 163. Pergamon, Oxford.

Wilets, L. (1964). "Theories of Nuclear Fission." Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York.

Wolf, K. L., (1969). Ph. D. Thesis, Univ. of Washington, Seattle.

Wolf, K. L., and Unik, J. P. (1972). *Phys. Lett. B* **38**, 405.

Wolf, K. L., Vandenbosch, R., Russo, P. A., Mehta, M. K., and Rudy, C. R. (1970). *Phys. Rev. C* **1**, 2096.

Wong, C. Y., and Bang, J. (1969). *Phys. Lett. B* **29**, 143.

第四章 由中子共振研究确定裂变宽度

对于重核，在激发能相当于中子结合能时，其复合核能级的平均间距和平均能级宽度是同一个数量级或者大于它，而典型的能级宽度是1eV或者更小。因此，在电子伏能区，在中子分截面和全截面的激发函数上能够观察到共振结构。

从裂变研究的初期开始，由热中子和共振中子引起裂变所获得的知识对了解裂变就起了很重要的作用。的确，多半是这些知识使Bohr和Wheeler得出热中子引起裂变的是^{235}U而不是^{238}U这个结论。现在共振裂变又重新引起了兴趣，因为它能给出更多的知识，尤其是，各种裂变特性与裂变态自旋之间的依赖关系得到了更大的重视。因此，我们首先研究一下确定共振自旋的实验方法。

A．共振自旋的确定

这里我们将主要只研究那些已成功地应用于可裂变核的方法，而不考虑包括有裂变理论和裂变模型的带有循环论证性质的方法。关于某些裂变特性与共振自旋的关联将在下节研究。

Ⅰ．中子散射

若平均共振间距比平均共振宽度大得多，则共振通常相当分开，这时共振的解析形式就由色散公式给出，亦即Breit-Wigner单能级公式。对孤立的共振，公式可写成

$$\sigma_i = \pi \lambda^2 g \frac{\Gamma_n \Gamma_i}{(\varepsilon - \varepsilon_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \qquad (\text{Ⅳ-1})$$

其中σ_i是出射道i的截面，Γ_i是道的分宽度，Γ是能级全宽度，ε_0是共振处的中子能量，ε是中子能量，而

$$g=\frac{g_c}{g_n g_A}=\frac{(2J+1)}{(2s+1)(2I+1)}=\frac{2J+1}{2(2I+1)}\quad ,$$

其中 J 是能级自旋，I 是靶核自旋，s 是中子自旋。用透射法测量全截面绝对值($\Gamma_i=\Gamma$)及共振宽度，可以定出 Γ 和 $g\Gamma_n$。Γ 由激发函数的形状确定，此 Γ 值与共振处的绝对截面值一起，或者与共振峰下面的面积一起，可给出 $g\Gamma_n$。如果测量了散射截面($\Gamma_i=\Gamma_n$)，则可由方程(Ⅳ-1)定出 $g\Gamma_n^2/\Gamma$。现在我们可由已经确定的 $g\Gamma_n$ 和 Γ，从下式定出 g 值，

$$g=\frac{(g\Gamma_n)^2}{\Gamma\,(g\Gamma_n^2/\Gamma)}$$

这个方法主要用于 ^{239}Pu($I=1/2$)，对 s 波中子，其可能的复合核能级自旋的 g 值差别相当大(对 $J=0$，$g=1/4$；对 $J=1$，$g=3/4$)。用这种方法和下节所讨论的方法定出的共振自旋值列于表Ⅳ-2(^{235}U)和表Ⅳ-3(^{239}Pu)。

2. 能级间的干涉

这个方法所依据的事实是：自旋相同的共振之间可以产生干涉，而自旋不同的则不能产生干涉。在 ^{233}U 和 ^{235}U 情况，能级间距较小，共振之间有许多干涉。对于 ^{239}Pu，能级间距较大，干涉效应较不显著但仍然可以观察到。这个方法要求至少有一个共振(最好有几个共振)的自旋是由其他方法测定的，因为这个方法仅仅给出相对的资料，即两相邻能级的自旋究竟是相同的还是不同的。已经对一些核的截面数据作了多能级分析，对 ^{239}Pu，有许多能级的自旋值是用这个方法确定的。

3. 核的取向

用冷却 $UO_2Rb(NO_3)_2$ 单晶的方法排列铀核，有可能测量这种排列铀核的裂变碎片角分布。铀核的长轴在垂直于晶体 c 轴(赝六方晶体 $UO_2Rb(NO_3)_2$ 的对称轴)的平面上。前些时期得到了热中子裂变的结果，现在已经扩展到共振区。但遗憾的是角分布不仅与共振自旋有关，而且与裂变所通过的鞍点态的 K 值有关。角分布可以写成

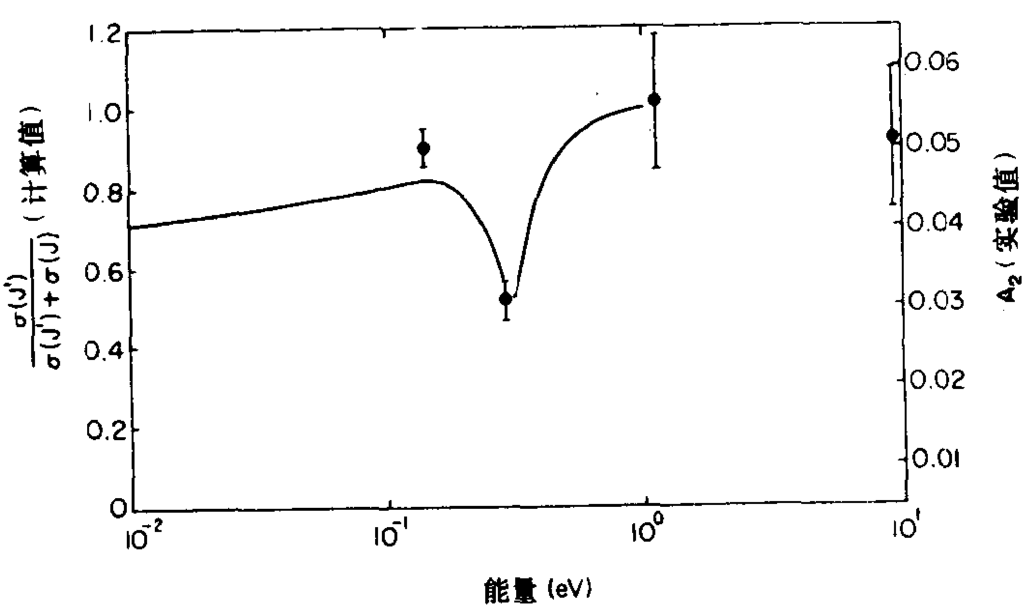
$$\omega(\theta)=1+(A/T)P_2(\cos\theta) \qquad (\text{Ⅳ}-2)$$

其中 θ 是相对于晶体 c 轴的角度，T 是热力学温度，$A_2=A/T$。表Ⅳ-1给出不同 J、K组合情况下 A 的理论值。图Ⅳ-1表示^{235}U 的 0.28 eV 共振附近各向异性测量的结果。各向异性与两种自旋态之一在裂变截面中具有的相对份额有密切的关系。如果我们采用

表 Ⅳ-1　相应于各种 J 、K 值情况下方程(Ⅳ-2)中 A 的计算值（单位: °K）[a]

K	$J=3-$	$J=4-$
0	+0.077	宇称禁戒
±1	+0.058	+0.065
±2	0	+0.031
±3	−0.096	−0.027
±4	自旋禁戒	−0.108

a　对^{235}U的四极耦合常数 Phc/k 假设等于0.0154°K[引自Dabbs等(1965)。]



图Ⅳ-1　方程（Ⅳ-2）中的 A 值在图中右边的标度给出。(——)曲线是由多能级拟合得到的，并给出自旋 J'（与自旋为 J 的0.28 eV 共振不同）的共振的截面份额（图左边的标度）[引自Dabbs等（1965）。]

从多能级拟合而计算得出的截面中归于每一自旋态的份额随能量的变化函数，并导出每一自旋态在没有另一种自旋态情况下的A_2值，那么^{235}U0.28eV共振的那个自旋态将有$A=0$，而另一个自旋态将有$A=0.055$。在多能级拟合中假定了每一自旋值只有一个道起作用，但情况可能完全不是这样。我们现在希望根据各向异性数据推导出0.28共振是$J=3$还是$J=4$。让我们首先考虑假定K值是高斯分布的情形，$F(K)\propto\exp(-K^2/2K_0^2)$，尽管在这样低的激发能处，这种假定多半是不适用的。计算的结果是，预期的各向异性值从0.065（在$K_0^2=1/2$时）变到0.021（在$K_0^2=5$时），而对于两个可能的J值，其差别小于10%。因此，用K值为统计分布的假定不能解释实验观察到的情况。鉴于裂变势垒上的激发能很低，预期仅有几个K态是可以达到的。依第二章所述，$J\pi=3-$的最低集体态可能有$K=0$，在能量稍高处或许有一个$K=1$的集体态。$J\pi=4-$的最低集体态很可能是$K=1$，而$K=2$的态在能量上高出不太多。参考表Ⅳ-1可知，对上述K值没有一个自旋态可以使A值等于零。要就是可以达到较高的K态，或者就是多能级拟合过高估计了其他共振在0.28 eV共振的峰值处的贡献。因此，最多可以说，0.28eV共振更像是4－而不是3－，因为预期$K=0$的态是$J\pi=3-$的主要贡献者。

排列核的测量工作已经扩展到较高的能区（Dabbs等，1969；Pattenden和Postma，1971）和其他靶核（Kuiken 等，1972*a*, *b*）。一般来说，是定不出自旋的，虽然对^{237}Np提出过，近40eV的一组共振$J=2$。这组共振已用第四章E节中讨论的中间结构来解释。

4. 极化中子对极化靶的透射

极化中子与极化靶核的相互作用全截面与涉及的复合核态的自旋有关。这个自旋依赖关系可以在透射效应中观察到。由于实验相当困难，迄今只对^{235}U核的一个有限能区内（只包含头几个低能共振）作了测量（Schermer等，1968）。结果表明，0.28eV共振的自旋态与1.14eV共振相反，也与热能截面主要成份的自旋态相

反。2.08 eV共振的自旋态与0.28eV共振的相同。也有证据说明，热能点截面是一些自旋态的混合。为了绝对地定出^{235}U共振的自旋，需要知道超精细相互作用的符号。这个量没有直接的测量，但如果我们对其化学环境作某些假定，并设想^{235}U具有负的核磁矩，则0.28eV共振的自旋$J=3$，1.14eV共振的自旋$J=4$(Schermer等，1968)。不幸的是，这样定出的0.28eV共振的自旋与由核排列实验(Dabbs等，1965)所得结论不一致，1.14eV共振的自旋与由γ射线多重性方法(这个方法在下节讨论)得出的也不一致，因此，所假定的极化符号可能错了。

5. γ射线的多重性

这个方法根据以下的期望，即在复合核级联退激到自旋为零的偶偶核基态时，自旋较高的复合核态的γ射线数目应该比自旋较低的态来得多。这个方法对于确定非裂变核的共振自旋是很成功的。把它用于裂变核时，主要困难在于要区分裂变γ射线和俘获γ射线。原则上可以用4π裂变探测器作反符合实验来单独研究俘获γ射线，但是还没有这样做。Asghar等(1968)报道了用^{235}U作的一个实验，他测量了两个γ探测器符合计数与其中一个探测器单独计数之比R，并把R作为γ多重性的一个量度。24个共振的R值分成两组，一组为$0.32\leqslant R\leqslant0.365$，另一组为$0.266\leqslant R\leqslant0.287$。定出的自旋值汇总于表Ⅳ-2，表上也列出了其它方法的结果。

6. 特定俘获γ射线的相对强度

两个可能的自旋态在初始自旋上的差异预期会表现在整个退激级联过程中。但是利用初始复合核态衰变至特定低能态的γ射线的强度是有些危险的，因为预计它们会按照自由度为一的Porter-Thomas分布而有涨落。可是，如果我们考察一个低伏跃迁(其母态可由许多途径在级联的前一阶段馈送抵达)的相对强度，则此种跃迁强度可能更多地依赖于俘获态的自旋而不是能级的任何更个别的特性。一个例子是^{236}U由687keV能级至45 keV$2+$能级的642keV跃迁。687keV能级的自旋是$1-$或$2-$。在这两种情况

表 Ⅳ-2

$^{235}U+n$，中子共振的自旋确定[a]

共振能量	共振裂变宽度	确定自旋的方法							
		中子散射							
(eV)	(eV)	*b*	*c*	*d*	极化中子[e]	γ射线多重性[f]	多能级分析[g]	分立γ强度[h]	中子数[i]
0.28	0.10				3				
1.135	0.115				4	3			3
2.04	0.010					4			4
2.84	0.16								
3.15	0.090					3			3
3.61	0.045					3			4
4.845	0.004					(4)			4
5.46	0.023								
5.84									
6.17	0.04								
6.39	0.009					4		4	4
7.08	0.027					3		3	3
8.79	0.08	3	3	3		3			3
9.29	0.115					3		3	4
10.20	0.046					3			3
11.65	0.004		4	4		4			4
12.39	0.028	4	3	(4)		4		4	4
15.40	0.053					3		3	3

续表

共振能量 (eV)	共振裂变宽度 (eV)	确定自旋的方法							
		中子散射			极化中子[e]	γ射线多重性[f]	多能级分析[g]	分立γ强度[h]	中子数[i]
		b	c	d					
16.08	0.018					(4)		3	3
16.69	0.097					3	3	3	4
18.07	0.116					3	3		4
18.97	0.065						4		
19.31	0.060		4	4		4	3	4	3
21.08								3	
22.94	0.052					3	3	3	3
23.42								4	
27.82	0.068					3	3	4	4
32.07	0.053					(4)	3	4	
33.53	0.023					4	3	4	4
34.39	0.038					4	4	3	
35.20	0.126					4	4	4	3
39.41	0.055					4	4	4	4

a. 共振能量和宽度引自Cao等（1968）或BNL325。
b. Poortmans等（1967）。
c. Poortmans等（1970）。
d. Simpson等（1971）。
e. Schermer等（1968）。
f. Asghar等（1968）。
g. Cramer等（1969）。
h. Weigmann等（1969）。
i. Ryabov等（1971）。

下都可期望，这个能级由3－共振衰变抵达的比由4－共振衰变抵达的来得更强。Weigmann等(1969)测量了约20个共振中这根γ射线的相对强度，并观察到了强度是分成两群的。在多数情况下，这种方法确定的自旋与Asghar等(1968)根据γ射线多重性确定的一致。

这个方法的另一个变种大概是测量转动能带级联中退激γ射线的相对强度。Huizenga和Vandenbosch(1960)已经指出，自旋为5/2或7/2的靶核产生的两种自旋态可以期望在相对强度上会相差两倍或更多。这个方法已成功地应用于稀土区，但显然还没有用于裂变靶核。

B．平均裂变宽度

如果裂变截面和全截面与中子能量的函数关系都已测量，并且共振是分得很开的，那么就可以定出每个共振的裂变宽度。已经发现，从一个共振到另一个共振裂变宽度涨落很大。关于宽度的分布将在以后讨论，而本节将着重讨论平均宽度。利用关系式：$2\pi\langle\Gamma_f\rangle/\langle D_J\rangle=\Sigma T$(其中等式右边的项给出所有有贡献反应道的透射系数之和)，可以由平均裂变宽度和每一自旋态的平均间距得出反应道的数目和“开放度”。我们定义一个量$\overline{N}=2\pi\langle\Gamma_f\rangle/\langle D_J\rangle$，作为裂变道的有效数目，但须记住，对于一个给定的$\overline{N}$值，并不能知道它究竟相应于较大数目的略微开放的道呢，还是相应于较小数目的更加开放的道。

对于有些核，已有足够的数据使我们可得到每个自旋态的平均裂变宽度。表Ⅳ-4汇总了已掌握的数据。

Farrell(1968)对^{239}Pu裂变截面作了多能级分析，并报道说，$J\pi=0+$的15个能级的平均裂变宽度等于(1.0 ± 0.4)eV，$J\pi=1+$的32个能级的平均裂变宽度为(0.066 ± 0.016)eV。后一个数值可能并不代表1+能级的，因为很明显，一些裂变宽度小的能级没有被探测到。对于$J\pi=0+$的能级，$2\pi\langle\Gamma_f\rangle/\langle D_J\rangle=1.3\pm0.5$，这可能表示有贡献的反应道数大于一，这点和多能级分析中要求

表Ⅳ-3

(²³⁹ Pu +n)中子共振的自旋[a,b]

能量 (eV)	自旋 J 的直接测定					Γ_f (meV)	间接测定		
	c	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*
7.82	1	1		1		47		1	1
10.93	1	1		1		143		1	1
11.89	1	1		1		24		1	1
14.31			(1)	(1)		67		1	1
14.69	0	1	1	1		30		1	1
15.42		(0)				650	(1)	1	0
17.66	1	1	1	1		34	1	1	1
22.28	0	1	1	1		62	1	1	1
26.29			1	1		55	1	(1)	0
32.38		(0)		(0)		110	(0)	0	0
35.43		(1)				5			
41.42						3			
41.66	1	1	1	1	1	54	1	(0)	
44.48	0	1	1	1	1	5	1	(1)	1
47.60		0	0	(1)		240	1	1	
49.71						690	0	(0)	
50.08			1	1	1	12	1		1
52.60		1	1	1	1	9	1	1	1
57.44				0		~500	0	1	1
58.84						~1100	0	1	0
59.22			0	1		133	1		
60.94						~6000	0		
65.71			1	1	1	74	1	0	
66.57						~140	0		1
74.05			1			32			
74.95		1	1	1	1	84	1	1	1
81.76						~2000	0		

a. 引自Moore(1970)，补充了最新数据。

b. 括号中表示的自旋值是较少把握的。第二至第六行表示由共振中子散射直接测定的自旋。为比较，列出了Derrien等(文献 *h*)测定的裂变宽度的数值。右边三行是根据下述假定确定的自旋值：(i)质量分布与自旋相关(文献*i*)，(ii)碎片动能分布与自旋相关(文献*j*)，(iii)中子多重性与自旋相关（文献*k*）。

c. Fraser和Schwartz(1962)。

d. Sauter和Bowman（1965）。

e Asghar（1967）。

f. Simpson等（1971）。

g. King 和Block（1969）。

h. Derrien等（1967）。

i. Cowan 等（1966）。

j. Melkonian和Mehta（1965）。

k. Ryabov等（1972）。

表Ⅳ-4

$2\pi\langle\Gamma_f\rangle/\langle D_J\rangle$值一览，$\langle D_J\rangle$为每自旋态的平均间距

靶核	$\langle\Gamma_f\rangle$ (eV)	$\langle D_J\rangle$ (eV)	$\bar{N} = 2\pi\langle\Gamma_f\rangle/\langle D_J\rangle$	参考文献
^{232}U	0.56	5.7	0.6	*b*
^{233}U	0.379	1.58	1.5[a]	*c*
^{235}U				
$J=3-$	0.067	1.26	0.33	*d*
	0.114	1.75	0.4	*j*
	0.063			*k*
	0.087	1.26	0.42	*l*
$J=4-$	0.027	1.26	0.13	*d*
	0.142	1.10	0.8	*j*
	0.038			*k*
	0.026	1.26	0.13	*l*
^{238}Pu			0.002	*e*
^{239}Pu				
$J=0+$	1.0	5.0	1.3	*f*
	0.29	8.3	0.19	*l*
$J=1+$	0.066	1.7	0.24	*f*
	0.045	3.8	0.088	*l*
^{242}Pu	0.00009	29	0.00002	*n*
^{241}Pu				
$J=2+$	0.51	4.1	0.77	*g*
$J=3+$	0.19	2.2	0.55	*g*
^{241}Am	0.00015	1.0	0.001	*h*
^{242m}Am			2.5[a]	*i*
^{244}Cm	0.00135	13	0.00062	*m*
^{245}Cm	0.6	9.2	0.41[a]	*m*
^{246}Cm	0.00048	38	0.00008	*m*
^{247}Cm	0.14	8.2	0.10[a]	*m*
^{248}Cm	0.0013	35	0.00023	*m*

a．可能是两种自旋态；N值是每自旋态的平均值。

b．Auchampaugh等（1968）。

c．Bergen和Silbert（1968）。

d．两个J态的平均裂变宽度依据Asghar等（1968）测定的自旋值，裂变宽度引自BNL 325，而$\langle D_J\rangle$取自参考资料*l*。

e．Bowman等（1967）。

f．Farrell（1968）。

g．Sauter和Bowman（1968）。

h．BNL 325。

i．Bowman等（1968）。

j．Cramer（1969）。

k．Weigmann等（1969）。

l．Ryabov等（1971）。

m．Moore和Keyworth（1971）。

n．Bergen和Fullwood（1971）。

的相干性质相一致，在多能级分析中指出有两个或多个道贡献于这个自旋态。在超过势垒近0.7MeV的这个能量，最低的过渡态预期是完全开放的，另一个双振动激发的0+态可能是部分开放的。Ryabov等（1971）报道的0+能级平均裂变宽度值低得多，等于0.29eV，相应于很小的 $2\pi\langle\Gamma_f\rangle / \langle D_J\rangle$ 数值。这明显是由于没有进行多能级分析，宽的“本底”共振没有鉴别出来。对于1+能级，$2\pi\langle\Gamma_f\rangle / \langle D_J\rangle = 0.24$，这个数值有些不确定，可能由于漏掉了宽度小的共振而显得过大。尽管平均间距已对漏掉的能级作了修正，修正时假定了 $J=1$ 的共振数目应该是 $J=0$ 共振数目的三倍。既然透射系数小于0.5，最低的 $J\pi=1+$ 过渡态的势垒在能量上应高于中子结合能。这点或许并不奇怪，因为 $J\pi=1+$ 的最低集体态已经假定是弯曲振动模式和质量不对称振动模式的组合，因此，预计并不处在过渡态核的低激发能区。

对于 ^{235}U，我们再次发现，各种分析结果之间存在一些矛盾。由多能级分析得到的平均裂变宽度比起较为常规的分析得到的大很多。同样，在多能级分析中4－自旋态的有效道数比3－自旋态的大，这也和其它分析结果相矛盾。显然，根据 $\langle D_{J=3}\rangle / \langle D_{J=4}\rangle = 1.6$ 而不是能级间距与自旋 J 的关系推出的 $\leqslant 1.3$ 这一事实看出，有一些3－能级在分析中漏掉了。^{235}U 低能中子裂变的激发能只比 ^{236}U 裂变核最低0+过渡态高出0.4MeV。3－态的 $\overline{N}$ 值与 $K=0$，$J=3-$ 反射不对称态是半开放的设想相一致，它相应于高出最低的 $K=0$，$J=0+$ 势垒以上约0.5MeV的一个能态的穿透率。这和Britt等（1968）对（d, pf）和（t, pf）裂变碎片角关联的分析相一致。对于4－能级，在 $\overline{N}$ 值上的更大差异就使这个自旋态的情况更加不清楚，虽然预期它在能量上更高，应有一个更小的 $\overline{N}$ 值。

对于 ^{241}Pu 的中子裂变，$J=2+$ 和 $J=3+$ 态的 $\overline{N}$ 分别为 0.77 和0.55。同样，激发能在最低势垒态以上约1/2MeV，预期2＋态可能是近于完全开放的，3＋态在能量上更高，开放程度较小。

其他核的资料较少，部分原因是由于没有足够多的共振定出

自旋，难以导出每一自旋态的平均宽度。在^{233}U的情况，多能级分析得到 $\langle D\rangle=0.79\,eV$（或每自旋态 1.58 eV），$\langle\Gamma_f\rangle=0.379\,eV$（Bergen和Silbert，1968）。根据这些数值，我们得到每自旋的$\overline{N}=1.5$。这和至少有一个道完全开放相一致，可能它是基态带的2+转动态。

表Ⅳ-4汇总了上述核和其它一些核的$\langle\Gamma_f\rangle$、$\langle D_J\rangle$和$\overline{N}$值。这些数值中有许多具有很大的不确定性，这与使用多能级拟合不成功（这对^{233}U和^{235}U特别重要）、研究的共振数目不充分以及不能观测极窄或极宽的共振等因素有关。Lynn（1964）强调能级-能级间干涉效应造成的困难。这些效应都能够大大干扰单能级分析中表观的共振数目和共振宽度，甚至可使能否得到唯一的多能级拟合成了问题。从历史上看，每当获得更好的数据时，$2\pi\langle\Gamma_f\rangle/\langle D_J\rangle$ 值趋于增加。

C. 宽度分布

最早表明裂变几率是由数目相对少的鞍点态决定（而不是由与各种质量、电荷和激发能分配相联系的数目极大的可能的末态决定）的事实之一是，观察到裂变宽度从一个共振到另一个共振有很大的涨落。在这方面，裂变宽度类似于中子宽度，涨落很大；而不像辐射宽度，后者从一个共振到另一个共振变化很小。对于中子发射，只有一个出射道，而发射γ射线则可以达到许多个末态。对于N个反应道的宽度分布由χ^2分布给出，

$$P_N(x)dx=[\Gamma(N/2)]^{-1}(N/2\bar{x})^{N/2}$$

$$x^{(N-2)/2}\exp(-Nx/2\bar{x})dx \qquad (\text{Ⅳ-3})$$

其中x是裂变宽度，$\Gamma(p)$是Γ函数。参与反应的道的数目可由下式计算，

$$N=2\langle\Gamma\rangle^2/(\langle\Gamma^2\rangle-\langle\Gamma\rangle^2) \qquad (\text{Ⅳ-4})$$

由于测量中的恒定误差$\delta\Gamma/\Gamma$和n个观测共振的有限取样大小，总误差由Wilets（1964）写成，

$$\left(\frac{\delta N}{N}\right)^2=\frac{1}{n(\langle\Gamma^2\rangle-\langle\Gamma\rangle^2)^2}\Big[\left(\frac{\delta\Gamma}{\Gamma}\right)^2(\langle\Gamma^4\rangle-2\langle\Gamma^2\rangle\langle\Gamma^3\rangle/\langle\Gamma\rangle+\langle\Gamma^2\rangle^3/\langle\Gamma\rangle^2)+\frac{1}{4}\Big(\langle\Gamma^4\rangle-\langle\Gamma^2\rangle^2\Big)-\langle\Gamma^2\rangle\langle\Gamma^3\rangle/\langle\Gamma\rangle+\langle\Gamma^2\rangle^3/\langle\Gamma\rangle^2\Big] \qquad (\text{Ⅳ-5})$$

重要的是要注意到，无论所有参与反应的道都完全开放或者都只是部分开放(但开放程度相等)，方程(Ⅳ-4)都成立。在更加普遍的情况下，我们把方程(Ⅳ-4)得到的N值认为是有效的道数，这一估计总是等于或大于从$2\pi\Gamma/D$得出的值。

估算参与反应的道数目的另一方法是把从方程(Ⅳ-3)导出的累积分布进行作图比较。图Ⅳ-2表示对于^{239}Pu裂变宽度累积分布所作的这种比较。

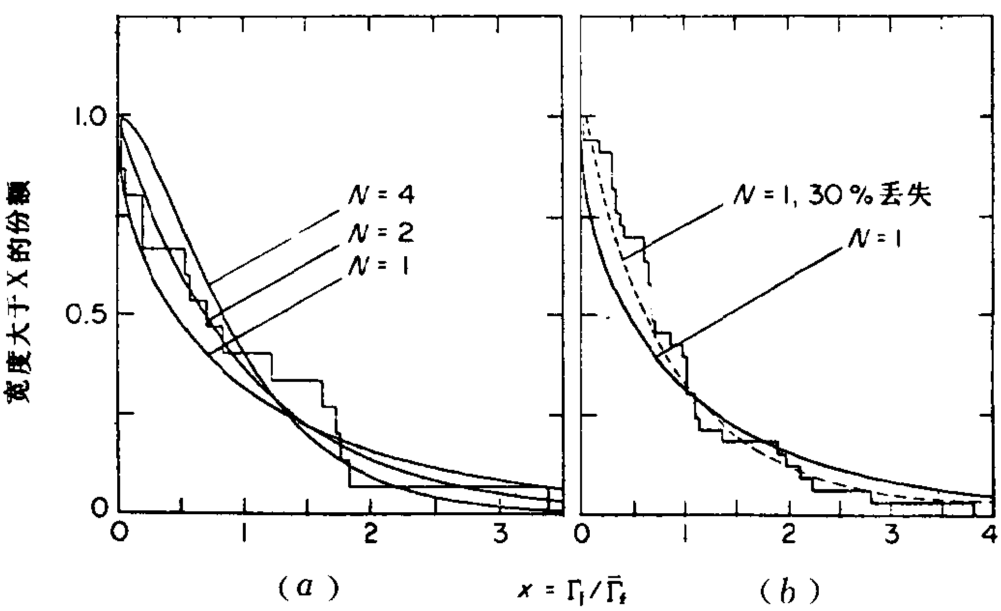


图 Ⅳ-2　两自旋态裂变宽度的积分分布。(a)对0+态($\langle\Gamma_f\rangle=1033$meV)开放道数为1、2、4的Porter-Thomas分布。(b)实线表示1+态，一个开放道($\langle\Gamma_f\rangle=66$meV)的Porter-Thomas分布。虚线表示对于丢失30%宽度很小的共振作了修正的Poter-Thomas分布。[引自Farrell (1968)。]

由图Ⅳ-2看出，对$J=0$的共振，$N=2$比$N=1$或4拟合得好，而对$J=1$的共振，情况就较不清楚，因为许多宽度小的共振可能被漏掉了。

^{233}U、^{235}U和^{241}Pu的宽度分布似乎表明有几个开放道。比如，^{233}U，$N=3.6$，但这可能是两个具有不同平均Γ值的$N=1$分布叠加而得的结果。遗憾的是，在现时我们还没有足够的知识来分别确定每一自旋态开放道的数目。

D．显著依赖于共振自旋的裂变特性

1．碎片质量的不对称性

自从Bohr(1956)和Wheeler(1963)提出裂变的对称性与共振的自旋和宇称有关以来，已经完成了一些实验来研究质量不对称性从共振到共振的变化。这种依赖关系可能会呈现出来，假如实际上的质量分配通过某种途径受到描述鞍点道的波函数对称性影响的话。这样，最低的$J=0+$鞍点道是对称波函数，可以预期其对称裂变有更大的几率，而最低的$3-$集体态是反射不对称波函数，预期会表现有更大的不对称裂变。想要预期$4-$和$1+$态(分别是^{235}U和^{239}Pu中子裂变时所预期的其他自旋态)波函数的对称性，是比较困难的，因为内禀激发可以在能量上和集体激发一样低。

已经观察到对称与不对称裂变之比随共振有变化，对^{235}U和^{239}Pu，已有足够的数据表明这个比值是两群分布（bimodal distribution）。对于^{239}Pu共振裂变，$0+$共振有较大的对称裂变几率，同时又有较大的裂变宽度(Cowan等，1966)。这一观测结果和以前的提议相一致。以前已经看到$J=0+$共振的平均裂变宽度显著大于$J=1+$的(因为这个自旋态的势垒较低)。在^{235}U情况，对称裂变增强的那一组共振比对称-不对称裂变比值较小的一组具有更大的平均裂变宽度(Cowan等，1970)。这和上述的预期相矛盾，假如把具有较大平均裂变宽度的一组共振归属于$J=3-$的话（这种归属的根据是以$3-$和$4-$过渡态的相对势垒高度为基础的）。虽

然把这些共振按质量比来分组揭示出每组的平均宽度不同，但质量不对称性与共振自旋的关联却一点也不清楚。表Ⅳ-2所列自旋值与质量不对称性之间没有多少关联。假如我们认为较大的平均裂变宽度是这组共振的自旋为3−的证据，则与基于鞍点过渡态对称性的预期相矛盾。Cowan等(1966)已经指出，较大质量对称性和较大宽度之间的关联，可能意味着，质量对称性与超过裂变势垒的过剩能量的依赖关系要比它与道自旋及道宇称的依赖关系更强。另一种可能性是(n, γf)过程可能会起作用，这将在本章F节中讨论。

2. 释放动能

Melkonian和Mehta(1965)寻找过释放动能和共振自旋之间的联系。虽然看到动能随共振略有变化，但还没有清楚地看到有任何分组的现象。对于^{235}U，在直接测定自旋的几种方法不相矛盾的共振中，有一个$J=3$的共振、两个$J=4$的共振其动能低于平均动能。有两个$J=3$的共振、两个$J=4$的共振大于平均动能。^{239}Pu的情况稍好一些，多数有较高动能的共振，$J=1$，但是，少数几个低于平均动能的共振，一半是$J=0$，一半是$J=1$。要明确地确定动能与自旋的关联，还要求进一步做工作。

3. 中子的数目

若裂变的总释放能量与自旋无关，则期望释放动能与自旋的依赖关系将被裂变发射的中子(也可能γ射线)数目的变化所补偿。已经观察到中子数随共振有变化，有某种迹象表明其值分为两组。不幸的是，各实验室所得结果相矛盾，Ryabov等(1972)得出，^{239}Pu, $J=0$的共振，其中子数低于平均值，而Weistein等(1969)发现$J=0$的共振具有较高的中子数。类似的矛盾在^{235}U核上也存在。

4. 三分裂与二分裂之比

也有一些迹象表明三分裂与二分裂之比随共振有变化。遗憾的是Michaudon等(1965)与Melkonian和Mehta(1965)的结果之间的一致性很差。比值随共振的变化不大(Kvitek等，1966)。

E．重核双势阱中的中间能级*

近来，在中子引起^{240}Pu裂变的激发函数中，观察到一个很令人惊奇的效应。即，发现在0.5至3 keV之间的能区，多数复合核共振的裂变宽度非常小（通常小得难以测量），而在每约0.6 keV的间隔，就有成组的宽度很大的共振周期性地出现。在宽度增大的地方，典型的是在约0.1 keV能量间隔内包含有四个或五个共振。在中子引起^{237}Np裂变和其他核素裂变中都观察到有类似的结构。这种结构与势能曲面上第二个极小有关。第二极小的含义将在本节仔细讨论。

第一个势阱（平衡形变β_1）中的能级将称为第一类能级，第二个势阱（鞍点形变）中的能级将称为第二类能级。能级的分类表示在图Ⅳ-3上。若激发能超过两阱间的势垒（势垒A）能量，两组能级，即第一类和第二类能级将完全彻底混合。另一方面，若激发能小

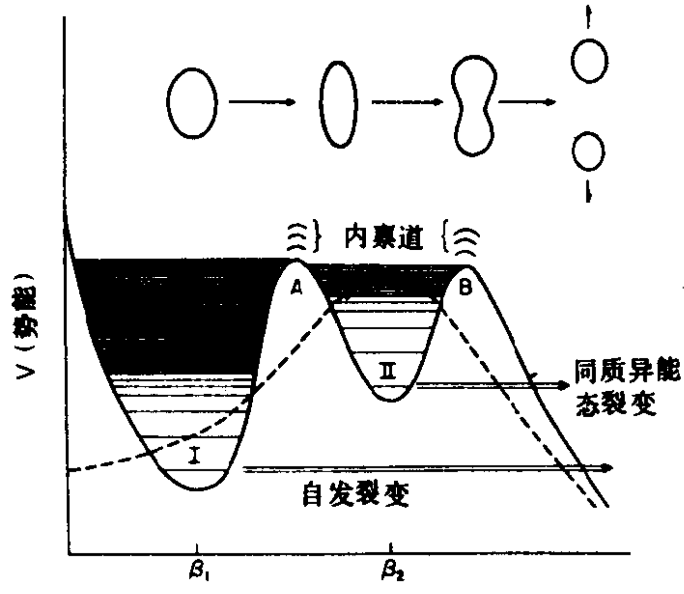


图 Ⅳ-3　单峰（----）和双峰（——）裂变势垒的示意图。在形变β_1和β_2处第一和第二势阱内的内禀激发分别称为第一类态和第二类态。也给出了两势垒上的内禀道。在图的上部示意地画出了核形状随着形变的变迁。基态和同质异能态的自发裂变分别从最低的第一类态和第二类态发生。

* 这里我们采用了 BjØrnholm和Strutinsky（1969）的符号表示法。

于势垒 A，两组能级将完全分开，即使有混合也很小。在中间的情况，通过势垒会有弱的耦合，能量与第二类能级(其间距相当宽)接近的第一类能级将与它混合，形成实际的复合核能级。

对于垒下能区单能中子引起的裂变，我们观察到裂变截面上的结构，如图Ⅳ-4所示 ^{237}Np+n 反应的情况。在能量分辨率较差的情况下，裂变激发函数上表现出来的结构情景是峰与峰之间的平均距离约50 eV。这个间距对第一势阱的复合核能级(第一类能级)间距来说是太大了，因而把它鉴别为第二势阱(第二类能级)中的能级间距。这些第二势阱中的能级可以认为是从初始复合核向断裂点增加形变过程中起中间态作用的能级。因此，这种结构称为中间结构。在能量分辨率较高的情况下，中间结构可以分解为一些靠得很近的共振，其间距与第一势阱中复合核能级的特征间距相同。如果第二极小中的能级宽度比起其间距来说是小的，

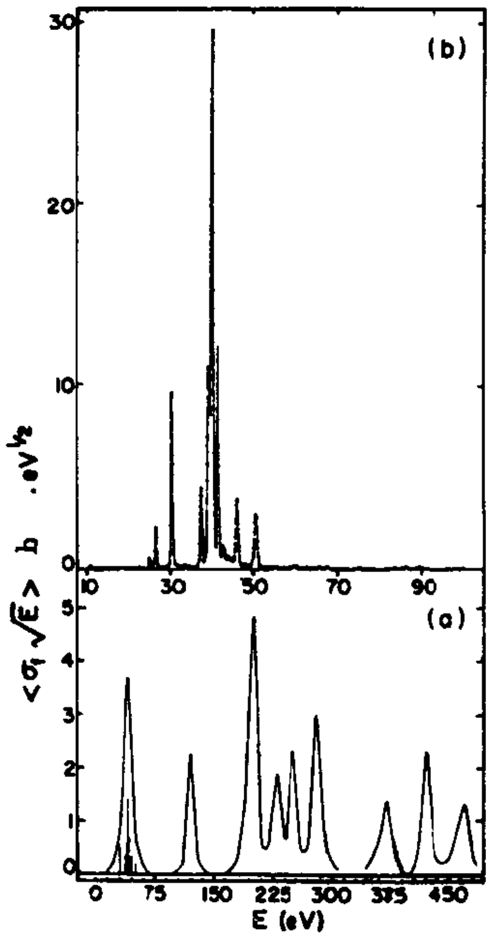


图 Ⅳ-4 (a) ^{237}Np裂变截面乘上 $\sqrt{E_n}$，每10eV求平均，(b)较小能区在高分辨下的情景。[根据Paya等(1968 a)。]

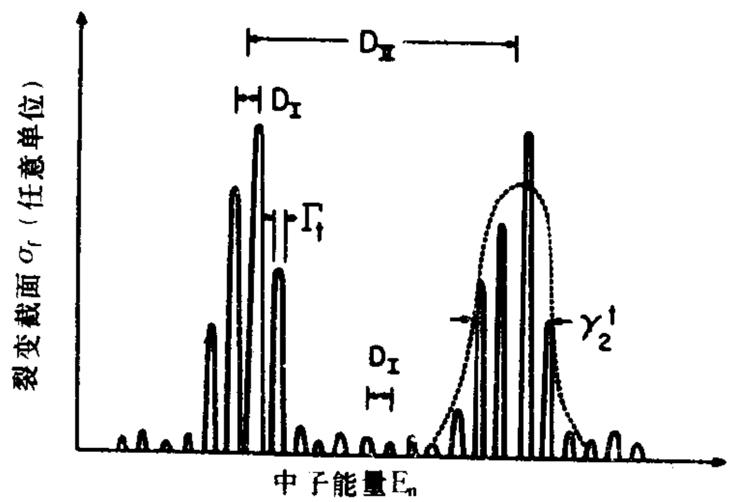
则我们期望，只有当复合核共振能量偶然地几乎等于中间能级之一的能量时，复合核能级的裂变宽度才会增大。裂变宽度增大的复合核能级的数目与中间态的宽度有关。

图Ⅳ-5示意地表示观察到的垒下能量的中子引起裂变的裂变截面。量 γ_2^t 表示第二势阱中的能级总宽度，由下式给出，

$$\gamma_2^t = \overleftarrow{\gamma}_2 + \gamma_2^d \qquad (Ⅳ-6)$$

其中 $\overleftarrow{\gamma}_2$ 表示内部非辐射跃迁宽度，这种跃迁是从第二势阱至第一

势阱的形状变化，而 γ_2^d 是所有能量上允许的分支衰变的衰变宽度之和，$\gamma_2^d = \gamma_2^n + \gamma_2^\gamma + \gamma_2^f$，中子俘获形成复合核的总宽度用 Γ_t 表示。裂变宽度由图Ⅳ-5中每一共振的面积给出。量 $D_{\rm I}$ 和 $D_{\rm II}$ 分别是势阱Ⅰ和Ⅱ中能级的平均间距。如图Ⅳ-5所示，该图表示的情况是 γ_2^t 显著大于 Γ_t，但小于第二势阱中能级间的平均间距 $D_{\rm II}$。



图Ⅳ-5　垒下中子引起 ^{240}Pu裂变共振截面的重要物理量示意图。物理量 $D_{\rm I}$ 和 $D_{\rm II}$ 分别是第一类态和第二类态的能级间距，Γ_t 是中子俘获形成复合核的总宽度，γ_2^t 是第二类态的总宽度。

在下面的推导中，我们将假设激发能足够高，使核在两种形变处从热力学上看都是热的，以保证统计模型能够适用。脚标1和2分别表示第一和第二势阱中的物理量。Γ 和 γ 表示的量分别指复合核整体和势阱之一。若入射束的能散度比两势阱中的能级间距都大，则下面的衰变过程

$$\xleftarrow{\gamma_1^d} n_1 \underset{\overleftarrow{\gamma}_2}{\overset{\overrightarrow{\gamma}_1}{\rightleftarrows}} n_2 \xrightarrow{\gamma_2^d}$$

将由下列微分方程描述，

$$-\hbar\frac{dn_1}{d\tau} = (\gamma_1^d + \overrightarrow{\gamma}_1)n_1 - \overleftarrow{\gamma}_2 n_2 = \gamma_1^t n_1 - \overleftarrow{\gamma}_2 n_2 \qquad (\text{Ⅳ-7})$$

$$-\hbar\frac{dn_2}{d\tau}=-\overrightarrow{\gamma}_1 n_1+(\gamma_2^{\mathrm{d}}+\overleftarrow{\gamma}_2)n_2 \\ =-\overrightarrow{\gamma}_1 n_1+\gamma_2^{\mathrm{t}} n_2 \tag{Ⅳ-8}$$

其中n_1和n_2分别是第一势阱和第二势阱在τ时刻的数目。第一势阱的能级总宽度由下式给出，

$$\gamma_1^{\mathrm{t}}=\overrightarrow{\gamma}_1+\gamma_1^{\mathrm{d}}$$

其中$\overrightarrow{\gamma}_1$是第一势阱至第二势阱的内部非辐射跃迁宽度，而$\gamma_1^{\mathrm{d}}=\gamma_1^{\mathrm{n}}+\gamma_1^{\gamma}$是能量上开放的所有道的衰变宽度之和。排除了在第一和第二势阱之间的直接辐射跃迁及中子发射。我们假定第一势阱比第二势阱深。

上述微分方程可以如下求解。首先，由方程(Ⅳ-7)解出n_2(在下面的讨论中令$\hbar$等于1)，

$$n_2=\frac{1}{\overleftarrow{\gamma}_2}\left(\gamma_1^{\mathrm{t}} n_1+\frac{dn_1}{d\tau}\right) \tag{Ⅳ-9}$$

求方程(Ⅳ-9)的微分

$$\frac{dn_2}{d\tau}=\frac{\gamma_1^{\mathrm{t}}}{\overleftarrow{\gamma}_2}\frac{dn_1}{d\tau}+\frac{1}{\overleftarrow{\gamma}_2}\frac{d^2n_1}{d\tau^2} \tag{Ⅳ-10}$$

把(Ⅳ-9)和(Ⅳ-10)代入(Ⅳ-8)，整理后得

$$\frac{d^2n_1}{d\tau^2}+(\gamma_1^{\mathrm{t}}+\gamma_2^{\mathrm{t}})\frac{dn_1}{d\tau} \\ +(\gamma_1^{\mathrm{t}}\gamma_2^{\mathrm{t}}-\overrightarrow{\gamma}_1\overleftarrow{\gamma}_2)n_1=0 \tag{Ⅳ-11}$$

二阶微分方程的两个解线性无关，其通解就是这两个解的线性叠加(带有两个常数)，即

$$n_1=c_1\exp\left\{\tau\left[-\gamma_1^{\mathrm{t}}-\gamma_2^{\mathrm{t}}-\left((\gamma_1^{\mathrm{t}}-\gamma_2^{\mathrm{t}})^2\right.\right.\right. \\ \left.\left.\left.+4\overrightarrow{\gamma}_1\overleftarrow{\gamma}_2\right)^{1/2}\right]/2\right\}+c_2\exp\left\{\tau\left[-\gamma_1^{\mathrm{t}}-\gamma_2^{\mathrm{t}}\right.\right. \\ \left.\left.+\left((\gamma_1^{\mathrm{t}}-\gamma_2^{\mathrm{t}})^2+4\overrightarrow{\gamma}_1\overleftarrow{\gamma}_2\right)^{1/2}\right]/2\right\} \tag{Ⅳ-12}$$

为简化起见，令

$$\Delta=[(\gamma_1^t-\gamma_2^t)^2+4\overrightarrow{\gamma}_1\overleftarrow{\gamma}_2]^{1/2}=\lambda_>-\lambda_<$$

$$=[R^2+4\overrightarrow{\gamma}_1(\gamma_1^d-\gamma_2^d)]^{1/2}$$

其中 $R=\gamma_1^t-\gamma_2^t-2\overrightarrow{\gamma}_1$

$=(\gamma_1^d-\gamma_2^d)-(\overrightarrow{\gamma}_1+\overleftarrow{\gamma}_2)$，以及

$\lambda_>=(\gamma_1^t+\gamma_2^t+\Delta)/2$

$\lambda_<=(\gamma_1^t+\gamma_2^t-\Delta)/2$

因此，方程(Ⅳ-12)可以写成

$$n_1=c_1\exp(-\lambda_>\tau)+c_2\exp(-\lambda_<\tau) \qquad (\text{Ⅳ-13})$$

量n_2由解一阶微分方程(Ⅳ-9)求得

$$n_2=c_1\left(\frac{\gamma_1^t}{\overleftarrow{\gamma}_2}-\frac{\lambda_>}{\overleftarrow{\gamma}_2}\right)\exp(-\lambda_>\tau)+$$

$$c_2\left(\frac{\gamma_1^t}{\overleftarrow{\gamma}_2}-\frac{\lambda_<}{\overleftarrow{\gamma}_2}\right)\exp(-\lambda_<\tau) \qquad (\text{Ⅳ-14})$$

常数c_1和c_2由边界条件确定，即，当 $\tau=0$，

$n_1=1$及$n_2=0$，结果得

$c_1=(\gamma_1^t-\lambda_<)/(\lambda_>-\lambda_<)$

以及

$c_2=-(\gamma_1^t-\lambda_>)/(\lambda_>-\lambda_<)$

把c_1和c_2值代入方程(Ⅳ-13)和(Ⅳ-14)中，得出n_1和n_2的方程为

$$n_1=[(\gamma_1^t-\gamma_2^t+\Delta)/2\Delta]\exp(-\lambda_>\tau)+$$

$$[(\gamma_2^t-\gamma_1^t+\Delta)/2\Delta]\exp(-\lambda_<\tau) \qquad (\text{Ⅳ-15})$$

$$n_2=(\overrightarrow{\gamma}_1/\Delta)[\exp(-\lambda_<\tau)\exp(-\lambda_>\tau)] \qquad (\text{Ⅳ-16})$$

由上述方程可以计算复合核任一分支衰变率以及第一或第二势阱中特定激发的几率。下式给出裂变率，

$$\frac{dn_f}{d\tau}=\overrightarrow{\gamma}_2 n_2 \qquad (\text{IV-17})$$

其中$\overrightarrow{\gamma}_2$等于$\gamma_2^f$。将方程(IV-16)的$n_2$代入，并对方程(IV-17)从$\tau=0$至$\infty$积分，得

$$\begin{aligned} n_f(\tau=\infty) &= \overrightarrow{\gamma}_2\overrightarrow{\gamma}_1/(\gamma_1^t\gamma_2^t-\overrightarrow{\gamma}_1\overleftarrow{\gamma}_2) \\ &= \langle\Gamma_f\rangle/\langle\Gamma_t\rangle \end{aligned} \qquad (\text{IV-18})$$

其中$n_f(\tau=\infty)$ 是复合核的平均裂变宽度与平均总宽度的比值。平均宽度$\langle\Gamma_t\rangle$，通过剩余核在τ时刻的$n_1(\tau)+n_2(\tau)$给出，(其中$\tau=1/\langle\Gamma_t\rangle$)，其值比$\tau=0$时小$e$倍，其中

$$\begin{aligned} n_1(\tau)+n_2(\tau) &= [(\gamma_1^t-\gamma_2^t+\Delta- \\ &2\overrightarrow{\gamma}_1)/2\Delta]\exp(-\lambda_>\tau)+[(\gamma_2^t-\gamma_1^t+ \\ &\Delta+2\overrightarrow{\gamma}_1)/2\Delta]\exp(-\lambda_<\tau) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_1(\tau)+n_2(\tau) &= (1/2\Delta)[(R+\Delta)\exp(-\lambda_>\tau)+ \\ &(\Delta-R)\exp(-\lambda_<\tau)] \end{aligned} \qquad (\text{IV-19})$$

与第二势阱弱耦合

设第一势垒比第二势垒和中子结合能都高，$\overrightarrow{\gamma}_1\ll\gamma_1^d$及$\overrightarrow{\gamma}_1\ll\gamma_2^t$，在这种情况下势阱Ⅰ和Ⅱ中的能级之间有弱耦合，则

$$R\simeq\gamma_1^d-\gamma_2^t \qquad (\text{IV-20})$$

量Δ可以写成

$$\Delta=\{[(\gamma_1^d-\gamma_2^d-\overleftarrow{\gamma}_2)+\overrightarrow{\gamma}_1]^2+4\overrightarrow{\gamma}_1\overleftarrow{\gamma}_2\}^{1/2}$$

并项，得

$$\begin{aligned} \Delta=[&(\gamma_1^d-\gamma_2^d-\overleftarrow{\gamma}_2)^2+\overrightarrow{\gamma}_1^2+ \\ &2\overrightarrow{\gamma}_1(\gamma_1^d-\gamma_2^d+\overleftarrow{\gamma}_2)]^{1/2} \end{aligned}$$

略去$\overrightarrow{\gamma}_1^2$，利用二项式展开，导出近似关系式，即

$$\begin{aligned} \Delta &\simeq (\gamma_1^d-\gamma_2^d-\overleftarrow{\gamma}_2)+\frac{1}{2}\frac{2\overrightarrow{\gamma}_1(\gamma_1^d-\gamma_2^d+\overleftarrow{\gamma}_2)}{|\gamma_1^d-\gamma_2^d-\overleftarrow{\gamma}_2|}+\cdots\cdots \\ &\simeq |R|+[\overrightarrow{\gamma}_1(\gamma_1^d-\gamma_2^d+\overleftarrow{\gamma}_2)/|R|] \end{aligned} \qquad (\text{IV-21})$$

总宽度由下式给出，

$$\langle \Gamma_t \rangle = \gamma_1^d + [\overrightarrow{\gamma}_1(\gamma_1^d - \gamma_2^d + \overleftarrow{\gamma}_2)/(\gamma_1^d - \gamma_2^t)]/2 \qquad (\text{IV-22})$$

利用方程(IV-18)，我们得到裂变宽度$\langle \Gamma_f \rangle$为

$$\langle \Gamma_f \rangle = \overrightarrow{\gamma}_1 \overrightarrow{\gamma}_2 \langle \Gamma_t \rangle / (\gamma_1^t \gamma_2^t - \overrightarrow{\gamma}_1 \overleftarrow{\gamma}_2) \qquad (\text{IV-23})$$

因为已知是弱耦合，$\gamma_1^d \gg \overrightarrow{\gamma}_1$，我们可以忽略方程(IV-22)的第二项，另外，我们把方程(IV-23)的分母简化为$\gamma_1^d \gamma_2^t$，则

$$\langle \Gamma_f \rangle = \overrightarrow{\gamma}_1 \overrightarrow{\gamma}_2 / \gamma_2^t \qquad (\text{IV-24})$$

第一和第二势阱有强耦合

设第一势垒比第二势垒和中子结合能都小，非辐射宽度$\overleftarrow{\gamma}_2$比衰变宽度γ_1^d和γ_2^d都大，则两势阱间有强耦合。展开方程(IV-12)给出的Δ表达式，我们得

$$\Delta = \pm R\{1 + [2\overrightarrow{\gamma}_1(\gamma_1^d - \gamma_2^d)/R^2] + \cdots\} \qquad (\text{IV-25})$$

其中$2\overrightarrow{\gamma}_1 = (\gamma_1^d - \gamma_2^d) + (\overrightarrow{\gamma}_1 - \overleftarrow{\gamma}_2) - R$，

作进一步简化，得

$$\Delta = -R - \{(\gamma_1^d - \gamma_2^d)[(\overrightarrow{\gamma}_1 - \overleftarrow{\gamma}_2) + (\gamma_1^d - \gamma_2^d)]/R\} + (\gamma_1^d - \gamma_2^d)$$

利用$R = (\gamma_1^d - \gamma_2^d) - (\overrightarrow{\gamma}_1 + \overleftarrow{\gamma}_2)$以及关于非辐射宽度和衰变宽度的前述近似，我们得

$$\Delta = (\overrightarrow{\gamma}_1 + \overleftarrow{\gamma}_2) + [(\overrightarrow{\gamma}_1 - \overleftarrow{\gamma}_2)(\gamma_1^d - \gamma_2^d)/(\overrightarrow{\gamma}_1 + \overleftarrow{\gamma}_2)] \qquad (\text{IV-26})$$

$\lambda_>$和$\lambda_<$的值现在变成

$$\lambda_> = \overrightarrow{\gamma}_1 + \overleftarrow{\gamma}_2,$$

$$\lambda_< = (\overrightarrow{\gamma}_1 \gamma_2^d + \overleftarrow{\gamma}_2 \gamma_2^d)/(\overrightarrow{\gamma}_1 + \overleftarrow{\gamma}_2)$$

而总宽度$\langle \Gamma_t \rangle$简化为

$$\langle \Gamma_t \rangle = \lambda_< \qquad (\text{IV-27})$$

将方程(IV-18)中的$\langle \Gamma_t \rangle$用$\lambda_<$代入，导出

$$\langle \Gamma_f \rangle = \lambda_< \overrightarrow{\gamma}_1 \overrightarrow{\gamma}_2 / (\gamma_1^t \gamma_2^t - \overrightarrow{\gamma}_1 \overleftarrow{\gamma}_2) \qquad (\text{IV-28})$$

因此，

$$\langle \Gamma_f \rangle = \overrightarrow{\gamma}_1 \overrightarrow{\gamma}_2 / (\overrightarrow{\gamma}_1 + \overleftarrow{\gamma}_2) \qquad (\text{IV-29})$$

裂变宽度以及势垒 A 与 B 上开放道数的估算

设第二势阱中每一态的宽度 $\gamma_2^{\dagger}$显著大于第一势阱中态与态之间的平均间距 D_1，则第二势阱中的每个第二类态将与第一势阱中的许多个第一类态相重叠，如图Ⅳ-5所示。在这种情况下，有可能根据Bohr-Wheeler统计模型估算平均的非辐射宽度，即

$$\langle \overrightarrow{\gamma}_1 \rangle = \frac{D_{\mathrm{I}}}{2\pi} N_A \tag{Ⅳ-30}$$

$$\langle \overleftarrow{\gamma}_2 \rangle = \frac{D_{\mathrm{II}}}{2\pi} N_A \tag{Ⅳ-31}$$

$$\langle \overrightarrow{\gamma}_2 \rangle = \frac{D_{\mathrm{II}}}{2\pi} N_B \tag{Ⅳ-32}$$

其中 N_A和 N_B分别是势垒 A和 B上的有效开放道数(见图Ⅳ-3)。

已经看到若干偶数质量靶核用垒下单能中子轰击产生的裂变存在结构。在这种情况下，裂变几率较低，总宽度 Γ_t 几乎完全由辐射宽度 Γ_γ和中子宽度 Γ_n 决定。譬如，在共振中子引起 ^{240}Pu 裂变的情况下，如图Ⅳ-6所示，把裂变共振组和辐射共振组的总数相比较，使我们断定第二势阱约在第一势阱以上1.9MeV(见图Ⅳ-3)。这个结果是在假定两形变处能级密度具有相同的能量依赖关系条件下得出的。复合核能级间距由势阱Ⅰ中的总激发能 $U_{\mathrm{I}}^* = U - \Delta_{\mathrm{I}}$ 决定，而第二极小中的能级间距由势阱Ⅱ中的有效激发能 $U_{\mathrm{II}}^* = U - E_{\mathrm{isomer}} - \Delta_{\mathrm{II}}$来决定。能级间距的比值由下式给出，

$$\frac{\langle D_{\mathrm{I}} \rangle}{\langle D_{\mathrm{II}} \rangle} = \frac{\rho_{\mathrm{II}}}{\rho_{\mathrm{I}}} = \left(\frac{U_{\mathrm{I}}^*}{U_{\mathrm{II}}^*} \right)^{3/2}$$

$$\exp\{2a^{1/2}[(U_{\mathrm{II}}^*)^{1/2} - (U_{\mathrm{I}}^*)^{1/2}]\} \tag{Ⅳ-33}$$

代入 $\langle D_{\mathrm{I}} \rangle$, $\langle D_{\mathrm{II}} \rangle$, U_1^*及 a 的数值15eV、650eV、5.41eV及25 MeV^{-1}，得到 $E_{\mathrm{isomer}} = 1.9\,\mathrm{MeV}$(假定 $\Delta_{\mathrm{I}} = \Delta_{\mathrm{II}} = 0$)。

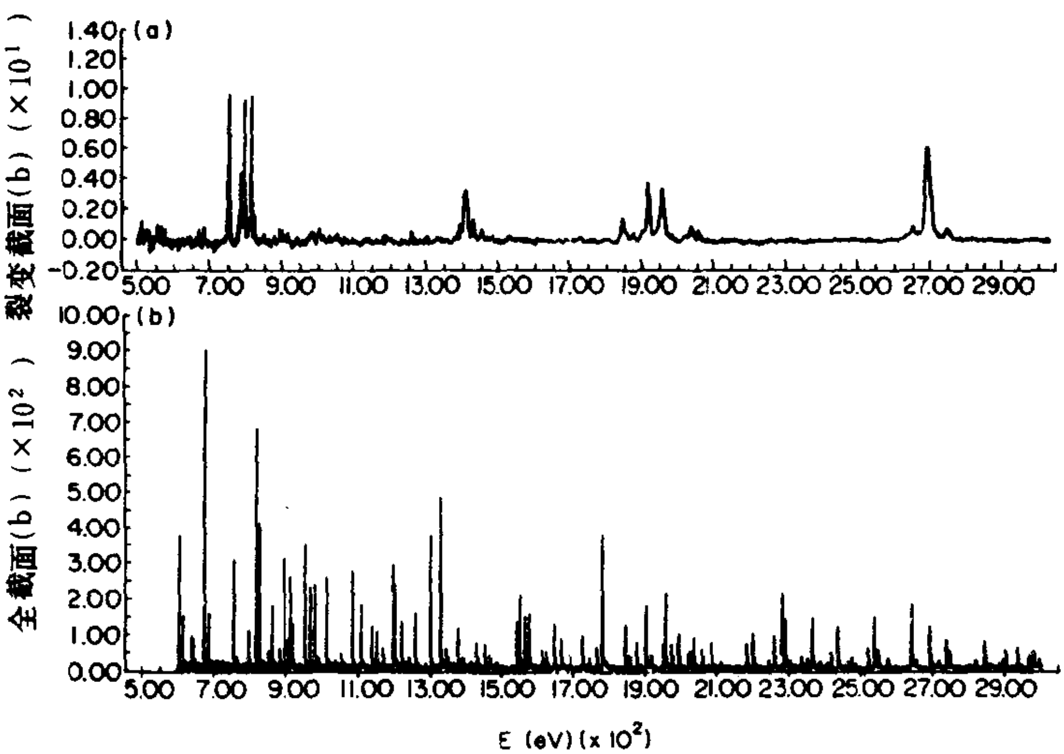


图 Ⅳ-6　(a) ^{240}Pu中子裂变截面和(b)全截面相比较，显示裂变共振成群出现。[根据Strutinsky和Pauli(1969)。]

在共振中子引起^{240}Pu裂变的情况下，能级间距D_{II}远大于D_{I}，因此

$$\langle \overrightarrow{\gamma}_1 \rangle \ll \langle \overleftarrow{\gamma}_2 \rangle \qquad (\text{Ⅳ}-34)$$

宽度 γ_2^t 由$\overleftarrow{\gamma}_2$与$\overrightarrow{\gamma}_2$之和给出。

$$\langle \gamma_2^t \rangle = \langle \overrightarrow{\gamma}_2 \rangle + \langle \overleftarrow{\gamma}_2 \rangle = \frac{D_{\mathrm{II}}}{2\pi}(N_A + N_B) \qquad (\text{Ⅳ}-35)$$

对于弱耦合情况，平均裂变宽度由下式给出，

$$\langle \Gamma_f \rangle = \frac{\langle \overrightarrow{\gamma}_1 \rangle \langle \overrightarrow{\gamma}_2 \rangle}{\langle \gamma_2^t \rangle} = \frac{D_I N_A N_B}{2\pi(N_A + N_B)} \qquad (\text{Ⅳ}-36)$$

在本情况下 $N_B > N_A$，方程(Ⅳ-36)变为

$$\langle \Gamma_f \rangle = \frac{D_I N_A}{2\pi} \qquad (\text{Ⅳ}-37)$$

对于强耦合情况，平均裂变宽度由方程(Ⅳ-29)给出。对于第一势

阱远深于第二势阱的情况，我们由方程（Ⅳ-34）看出$\langle \overleftarrow{\gamma}_1 \rangle \gg \langle \overrightarrow{\gamma}_1 \rangle$，这样，方程（Ⅳ-29）的分母简化为$\overleftarrow{\gamma}_2$，而平均裂变宽度为

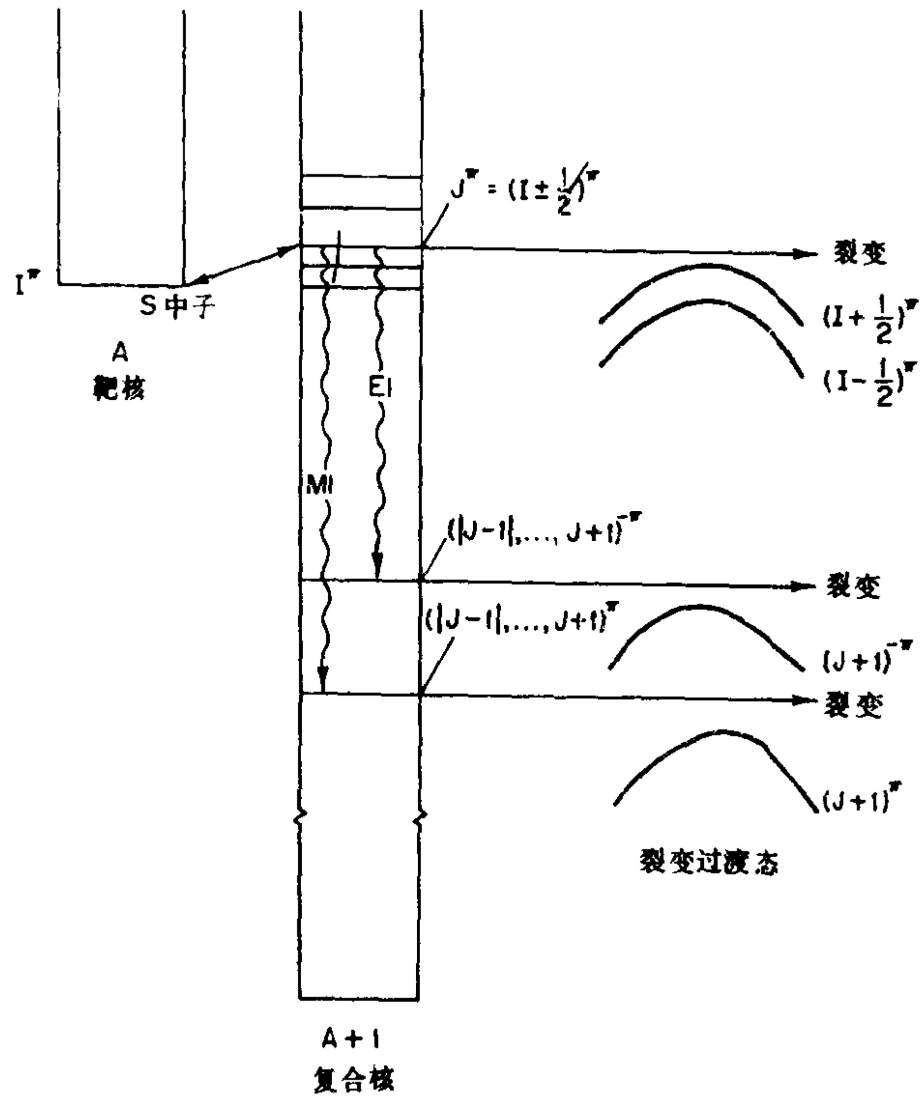
$$\langle \Gamma_f \rangle = \frac{D_1 N_B}{2\pi} \quad (\text{Ⅳ}-38)$$

在共振中子引起^{240}Pu裂变的情况下，量$D_{\text{Ⅰ}}$、$D_{\text{Ⅱ}}$、$\langle \gamma_2^{\downarrow} \rangle$和$\langle \Gamma_f \rangle$的实验值分别为15、650、50、和0.002eV。若假设是弱耦合，把上述值代入方程（Ⅳ-35）和（Ⅳ-37），得$N_A = 0.001$及$N_B = 0.48$。另一方面，若假设是强耦合，把上述数值代入方程（Ⅳ-35）和（Ⅳ-38），则得$N_B = 0.001$及$N_A = 0.48$。由实验测得的宽度和能级间距数据不能决定上述两个数值哪个属于A，哪个属于B。若A是较高的势垒（$N_A = 0.001$及$N_B = 0.48$），则复合态和中间态之间仅是弱耦合。在这种情况下，裂变截面中所有观察到的共振态几乎都是纯的复合态，而中间态在其他反应道中不表现出来，因为它的裂变宽度大。另一方面，若势垒B较高（$N_A = 0.48$及$N_B = 0.001$），则每一中间态和复合态都有相对强的混合，结果是每一中间态都分布在观测到的每一群共振态中。

F.（n，γf）过程

当一个复合核由俘获一个低能中子而形成时，接着，这个复合核会以下述方式衰变：或者再放出中子（弹性散射），或发射γ射线，或者，如果能量上允许，发生裂变。Stavinsky和Shaker（1965）以及Lynn（1965）已经指出，在发射一个低能γ射线以后接着发生裂变是可能的。如果发射γ射线以后剩余核仍有足够的能量（相对于相当的裂变势垒而言），则裂变有可能成功地与第二次γ射线发射相竞争。一般来说，或许可以预期，这种类型的裂变贡献是很小的。但是，发射初级γ射线后的中间复合核可能和初始复合核的自旋、宇称不同，这将允许它可以通过对初始复合核不开放的道而裂变。图Ⅳ-7上画出了有关的势垒和可能的自旋改变的示意图。

理论上估算了几个热中子裂变核的（n，γf）过程对裂变宽度



图Ⅳ-7 （n, γf）反应的示意图。图中右边的倒置抛物线表示形变能中鞍点处的过渡态，它是复合核在裂变过程中必须通过的。只是示意地指出了各种不同自旋、宇称的最低过渡态(较高的态没有画出来)。在典型情况下，复合核基态将在中子分离能以下约6MeV，而裂变的最低过渡态将在中子分离能以下最多1.5MeV处。[根据Lynn(1965)。]

的贡献大小。它与初级γ射线的能量分布、电辐射和磁辐射的相对量、二极和四极辐射的相对量以及由初态可达到的自旋宇称态的势垒高度等都有关。由于最可几γ射线能量通常大于初始激发能与过渡态能量之差，我们预期部分贡献来自垒下的穿透。Stavinsky和Shaker (1965)估计，此贡献约为辐射宽度的一半，而Lynn (1965)在经过更仔细的分析之后断言，贡献要小得多。在实验上

要确定这个过程对总裂变宽度的贡献是有些困难的。这个过程应该在裂变宽度的分布上表现出来，一方面预期其裂变宽度有最小值，另一方面，裂变宽度的涨落也不同。对于(n，f)反应，一般仅有少数出射道是开放的，预期其裂变宽度的涨落较大。而假如裂变是继γ发射而发生，则宽度涨落会极大地被阻尼，因为由初态发射γ可直接到达的次级复合核态数目很多。已经报道，在^{239}Pu慢中子俘获中有(n，γf)反应的证据。测量了10个共振的裂变宽度，发现涨落比假设是(n,f)反应所预期的小。^{239}Pu复合核是观测(n，γf)反应很合适的候选者，因为已观测到它在中子结合能以下有很大的光致裂变截面。另外，初始复合核要裂变，必须利用$K=1/2+$裂变鞍点态，而这个态在这个能量上是基本上不开放的。如果我们假定观察到的最小裂变宽度相当于不涨落的(n，γf)过程的平均值，则(n，f)过程的平均宽度估计为0.00475－0.0012＝0.00355eV。因此，在这种情况下，总裂变宽度约有25％可归于(n，γf)过程。

有人提议，中子引起^{235}U裂变的宽度分布可能是两种分布的叠加，一种分布是相应于(n，f)反应的少道数分布，在裂变截面中占主要部分；另一种分布是与(n，γf)过程有联系的多道数（～12)分布，它占总裂变率的一小部分(Lukyanov和Shaker，1970)。

在奇质量数靶核情况下，两种可能自旋值的复合核态对(n，γf)过程贡献的相对几率一般来说是不同的。这可能有若干后果。(n，γf)过程的特点是存在着激发能较低的核的裂变贡献(此种激发能比(n，f)反应的激发能低)。这可能会使在观察裂变特性随共振的变化上出现一些令人感兴趣的效应。这些效应包括：质量不对称性的变化、释放动能的变化以及三分裂α粒子发射率的变化等。例如，假若一种自旋的俘获态在发射γ射线之前有较大的裂变几率，则与这些态相关的裂变就比另一自旋态的裂变有更大的对称性，因为在高激发能下，对称裂变的几率增加。已有证据说明，对于^{239}Pu和^{235}U两者，对称性增加的趋向是与预期对(n，γf)反应的相对贡献最小的自旋态相联系的。然而，还不清楚，依据

这个效应能否定量地解释质量不对称性变化的大小。

参 考 文 献

Asghar, M. (1967). *Nucl. Phys. A* **98**, 33

Asghar, M., Michaudon, A., and Paya, D. (1968). *Phys. Lett. B* **26**, 664.

Auchampaugh, G. F., Bowman, C. D., and Evans, J. E. (1968). *Nucl. Phys. A* **112**, 329.

Bergen, D. W., and Fullwood, R. R. (1971). *Nucl. Phys. A* **163**, 577.

Bergen, D. W., and Silbert, M. G. (1968). *Phys. Rev.* **166**, 1178.

Bjørnholm, S., and Strutinsky, V. M. (1969). *Nucl. Phys. A* **136**, 1.

Bohr, A. (1956). *Proc. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, Geneva 1955*, **2**, p. 151. United Nations, New York.

Bowman, C. D., Auchampaugh, G. F., Stubbins, W. F., Young, T. E., Simpson, F. B., and Moore, M. S. (1967). *Phys. Rev. Lett.* **18**, 15.

Bowman, C. D., Auchampaugh, G. F., Fultz, S. C., and Hoff, R. W. (1968). *Phys. Rev.* **166**, 1219.

BNL 325, 2nd ed., Supplement No. 2 (1965) Vol. III.

Britt, H. C., Rickey, F. A., Jr., and Hall, W. S. (1968). *Phys. Rev.* **175**, 1525.

Cao, M. G., Migneco, E., Theobald, J. P., Wartena, J. A. and Winter, J. (1968). *J. Nucl. Energy* **22**, 211.

Cao, M. G., Migneco, E., and Theobold, J. P. (1968). *Phys. Lett. B* **27**, 409.

Cowan, G. A., Bayhurst, B. P., Prestwood, R. J., Gilmore, J. S., and Knobeloch, G. W. (1966). *Phys. Rev.* **144**, 197.

Cowan, G. A., Bayhurst, B. P., Prestwood, R. J., Gilmore, J. S., and Knobeloch, G. W. (1970). *Phys. Rev. C* **2**, 615.

Cramer, J. D. (1969). *Nucl. Phys. A* **126**, 471.

Dabbs, J. W. T., Walter, F. J., and Parker, G. W. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission, Salzburg, 1965*, **1**, p. 39. IAEA, Vienna.

Dabbs, J. W. T., Eggerman, C., Cauvin, B., Michaudon, A. and Sanche, M. (1969). *Proc. Symp. Phys. Chem. of Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 321. IAEA, Vienna.

Derrien, H., Blons, J., Eggerman, C., Michaudon, A., Paya, D. and Ripon, P. (1967). *In* "Nuclear Data for Reactors," Vol. II, p. 195. IAEA, Vienna.

Farrell, J. A. (1968). *Phys. Rev.* **165**, 1371.

Fraser, J. S., and Schwartz, R. B. (1962). *Nucl. Phys.* **30**, 269.

Huizenga, J. R., and Vandenbosch, R. (1960). *Phys. Rev.* **120**, 1305.

James, G. D., and Rae, E. R. (1968). *Nucl. Phys. A* **118**, 313.

King, T. J., and Block, R. C. (1969). *Nucl. Phys. A* **138**, 556.

Kuiken, R., Pattenden, N. J., and Postma, H. (1972a) *Nucl. Phys. A* **190**, 401.

Kuiken, R., Pattenden, N. J., and Postma, H. (1972b) *Nucl. Phys. A* **196**, 389.

Kvitek, J., Popov, Yu. P., and Ryabov, Y. V. (1966). *Sov. J. Nucl. Phys.* **2**, 484.

Lukyanov, A. A., and Shaker, M. O. (1970). *Sov. J. Nucl. Phys.* **10**, 456.

Lynn, J. E. (1964). *Phys. Rev. Lett.* **13**, 412.

Lynn, J. E. (1965). *Phys. Lett.* **18**, 31.

Melkonian, E., and Mehta, G. K. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission, Salzburg, 1965*, **2**, p. 355. IAEA, Vienna.

Michaudon, A. (1967). Determination of the spins of resonances of fissile nuclei. *In* "Nuclear Data for Reactors," Vol. II, p. 161. IAEA, Vienna.

Michaudon, A., Lottin, A., Paya, D., and Trochon, E. J. (1965). *Nucl. Phys.* **69**, 573.

Migneco, E., and Theobald, J. P. (1968). *Nucl. Phys. A* **112**, 603.

Moore, M. S. (1970). *In* "Neutron Resonance Spectroscopy" (J. A. Harvey, ed.), p. 348. Academic Press, New York.

Moore, M. S., and Keyworth, G. A. (1971). *Phys. Rev. C* **3**, 1656.

Pattenden, N. J., and Postma, H. (1971). *Nucl. Phys. A* **167**, 225.

Paya, D., *et al.* (1968a). *Proc. Colloq. Medium Mass and Heavy Nuclei, Bordeaux, 1967. J. Phys. (Paris)* **29**, Suppl. No. 1, p. 159.

Paya, D., *et al.* (1968b). *Proc. Int. Conf. Nucl. Struct., Dubna, 1968*, p. 185. IAEA, Vienna

Poortmans, F., *et al.* (1967). *Proc. Int. Conf. Nucl. Data for React. Paris, 1967*, Vol II p. 211. IAEA, Vienna.

Poortmans, F., Ceulemans, H., Migneco, E., and Theobald, J. (1970). *Proc. Int. Conf Nucl. Data for Reactions, 2nd, Helsinki, 1970.* To be published.

Ryabov, Y. V., So. Don Sik, Chikov, N., and Janeva, N. (1971). *Sov. J. Nucl. Phys.* **13**, 25

Ryabov, Y. V., So. Don Sik, Chikov, N., and Janeva, N. (1972). *Sov. J. Nucl. Phys.* **14**, 51

Sauter, G. D., and Bowman, C. D. (1965). *Phys. Rev. Lett.* **15**, 761.

Sauter, G. D., and Bowman, C. D. (1968). *Phys. Rev.* **174**, 1413.

Schermer, R. I., Passell, L., Brunhart, G., Reynolds, C. A., Sailor, L. V., and Shore, F. J. (1968). *Phys. Rev.* **167**, 1121.

Shapiro, F. L. (1968). *Proc. Int. Conf. Nucl. Struct. Dubna, 1968*, p. 283. IAEA, Vienna

Simpson, F. B., Miller, L. G., Moore, M. S., Hockenbury, R. W., and King, T. J. (1971). *Nucl. Phys. A* **164**, 34.

Stavinsky, V., and Shaker, M. O. (1965). *Nucl. Phys.* **62**, 667.

Strutinsky, V. M., and Pauli, H. C. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. of Fission, 2nd Vienna, 1969*, p. 155. IAEA, Vienna.

Weigmann, H. (1968). *Z. Phys.* **214**, 7.

Weigmann, H., Winter, J., and Heske, M. (1969). *Nucl. Phys. A* **134**, 535.

Weinstein, S., Reed, R., and Block, R. C. (1969). *Proc. Symp. Phys. Chem. of Fission, 2nd Vienna, 1969*, p. 477. IAEA, Vienna.

Wheeler, J. A. (1963). *In* "Fast Neutron Physics" (J. B. Marion and J. L. Fowler, eds.), pp. 2051–2184. Wiley (Interscience), New York.

Wilets, L. (1964). "Theories of Nuclear Fission." Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York.

第五章　通过研究若干反应来测定过渡核的低伏能级特性

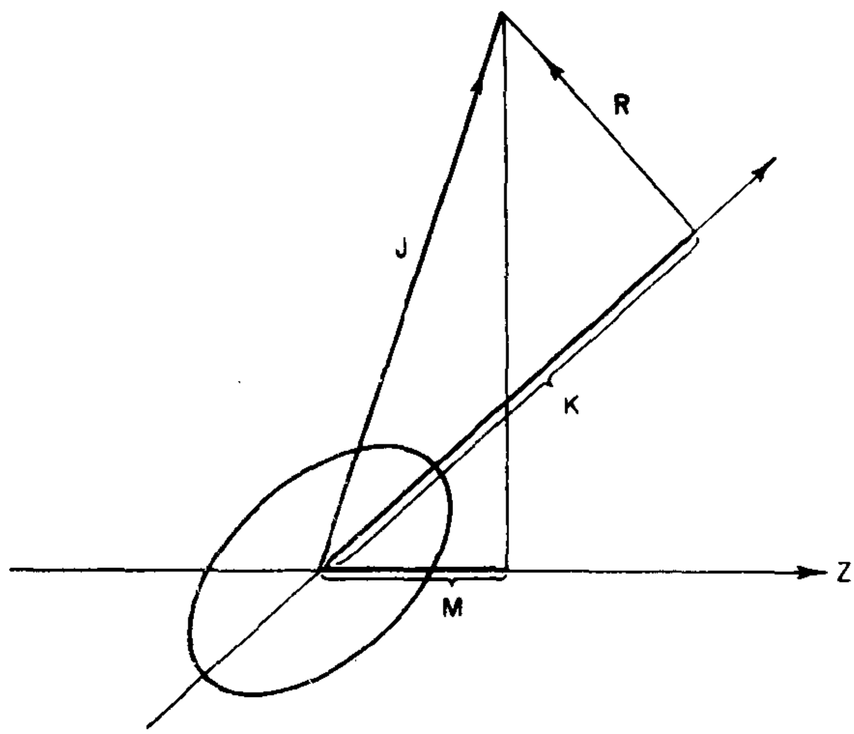
A. 引　言

1956年A. Bohr提出低能裂变可以通过过渡核的很少数能级来了解。虽然复合核在激发能为6MeV附近的能级间距是1eV数量级或者更小些，可是，从初始激发核变到高度形变的过渡态核(或鞍点)的时候，大部分激发能转成了形变能。因此，过渡态核在热力学上是“冷”的，预期它的激发态谱将会类似于在基态附近的正常核。

当复合核激发能接近裂变势垒时，现有的证据强烈支持Bohr的概念，即裂变只通过一个道或少数几个道发生。这些过渡能级特性的知识，是从研究裂变碎片角分布而获得的。在这一章里将对激发能在裂变势垒附近的几种不同反应的裂变碎片角分布进行广泛讨论。尽管裂变势垒是双峰的(参看第二章)，但为简单起见，在本章的一些段落中，我们假定第二垒比第一垒有较高的势能。具体地说，我们假定了Ⅰ类复合态完全混合到Ⅱ类态，而且裂变宽度由贯穿第二垒的程度决定。

如果我们假定裂变碎片沿原子核对称轴分开，并假定原子核从过渡态到分离碎片组态的过程中K(J在原子核对称轴上的投影)是一个好量子数，那末，从量子数为J、K和M的过渡态来的裂变碎片的方向依赖性是唯一确定了的。量子数J和M(J在空间固定轴上的投影，通常空间固定轴取束流方向)在整个裂变过程中是守恒的。所以，J和M在裂变路程上的各种伸长形状处都是不变的，而对于参数K则并没有这种限制。在从初始复合核（其形状与基态形状相同）变到鞍点或过渡态时，有理由假定原子核遭受

许多次振动，形状发生多次变化，且以许多方式重新分配它的能量和角动量。这样一来，过渡核的K值与复合核的初始K值无关。但是，在上述推测下假定，一旦原子核到达过渡态形变，在这以后的裂变过程中K是一个好量子数。J、M和K之间的关系示意地画在图V-1中。对于那些第一垒或内垒较高的锕系核，我们假



图V-1　一个形变核的角动量耦合示意图。矢量$\boldsymbol{J}$确定总角动量。量M是总角动量在空间固定轴(Z轴)上的分量，我们定义这个方向为束流方向。量K是总角动量沿原子核对称轴的分量。集体转动角动量$\boldsymbol{R}$垂直于原子核的对称轴；因此，K完全是内禀运动的特性。这章的θ角表示在原子核对称轴与空间固定轴(Z轴)之间的夹角。

定在到达第二垒或外垒之前，发生K混合。在内垒形变处，重核很容易作轴不对称形变，而这种形变会使K混合。因之，基于理论的预言和有限的实验证据，我们假定低能裂变K分布在第二垒处被冻结。另一方面，在高激发能处，预期液滴鞍点的那种K分布是合用的。从具有量子数J、M和K的过渡态在θ角方向发射裂变碎片的几率为(Wheeler, 1963)

$$P^J_{M,K}(\theta)=\frac{2J+1}{4\pi R^2}\left|d^J_{M,K}(\theta)\right|^2 2\pi R^2\sin\theta d\theta \quad (\text{V-1})$$

式中 $P^J_{M,K}(\theta)$代表在θ角发射裂变碎片进到角增量$d\theta$所确定的圆锥层的几率。归一化是使几率从$\theta=0$到π的积分为1。裂变碎片穿过半径为R的球上圆环的面积，等于带宽 $Rd\theta$ 乘圆环的周长$2\pi R\sin\theta$，即$2\pi R^2\sin\theta\, d\theta$。为了给出按方程(V-1)定义的几率，这圆环面积必须除以总的球面积$4\pi R^2$。

上述几率分布依赖于$d^J_{M,K}(\theta)$函数，由于它与极角（绕对称轴转动的角）和转动惯量无关，在这种意义上几率分布是普适的。因此，它只依赖于空间固定轴与体固定轴(对称轴)之间的夹角。$d^J_{M,K}(\theta)$函数* 由下面的关系式确定(Lamphere，1962)，

$$d^J_{M,K}(\theta)=\{(J+M)!\,(J-M)!\,(J+K)!\,(J-K)!\}^{1/2}$$

$$\times\sum_X\frac{(-1)^X[\sin(\theta/2)]^{K-M+2X}[\cos(\theta/2)]^{2J-K+M-2X}}{(J-K-X)!\,(J+M-X)!\,(X+K-M)!\,X!}\qquad(\text{V-2})$$

式中对$X=0$、1、2、3……求和，且包含求和号分母中圆括号不为负数的各项。在d函数中有若干对称关系，例如，$d^J_{M,K}(\theta)=(-1)^{M-K}d^J_{K,M}(\theta)$。对于各种$J$、$M$和$K$值的转动波函数$d^J_{M,K}(\theta)$已有表发表(Behkami，1971)。

角分布$W^J_{M,K}(\theta)$是用$\sin\theta$除以按方程(V-1)定义的在θ角方向发射裂变碎片的几率来获得的，即

$$W^J_{M,K}(\theta)=[(2J+1)/2]\,|d^J_{M,K}(\theta)|^2\qquad(\text{V-3})$$

类似方程(V-1)、方程(V-3)的归一是使$\int_0^\pi W^J_{M,K}(\theta)\sin\theta\, d\theta=1$。角分布函数$W^J_{M,K}(\theta)$直接与特定道($J$、$\pi$、$K$、$M$)在$\theta$角的微分裂变截面有关，其关系为

$$\frac{d\sigma_f}{d\Omega}(J,\pi,K,M,\theta)=\frac{W^J_{M,K}(\theta)}{2\pi}\sigma_f(J,\pi,K,M)\qquad(\text{V-4})$$

---

* Preston(1962，附录A)给出在各种规定之间联系的讨论。我们采用 Rose (1957) 的规定。

式中微分裂变截面要表示成与总裂变截面相同的单位再除以立体弧度。由于每次裂变事件发生180°分飞的两个碎片，所以式中用2π因子代替通常的4π因子。

B. 光致裂变

1. 偶核靶

Bohr(1956)在他关于裂变各向异性的原文中指出，偶偶靶核光致裂变有一些特别简单的特性。偶偶靶核的自旋和宇称为0+，光子的电偶极吸收给出一个自旋、宇称为1－和$M=\pm1$（空间固定轴沿光子束方向）的复合态。在激发能只是稍高于最低裂变势垒B_f的情况下，超过最低势垒的有效能量（$E-B_f$）不足以打破核子对，过渡核的能级是由于集体激发。对某些有稳定四极形变的偶偶过渡核，一些可能的集体能带结构示意图见图Ⅱ-17。高度形变过渡核的基态带的$K=0$，其$J\pi=0+,2+,4+,6+\cdots\cdots$。几种类型的低激发能集体能带也在图上标明。在低能谱中不存在粒子激发，只有当激发能超过过渡核的对能($2\Delta_f$)时粒子激发才变得可能。

正如已经提到的，偶偶靶核的偶极γ射线吸收导致自旋和宇称为1－的复合核。中间偶偶过渡核的最低伏1－能级预期$K=0$。这个过渡态的角分布为

$$W^{J=1}_{M=\pm1,K=0}(\theta)=\frac{1}{2}(2J+1)\{P(J=1,M=+1)|d^1_{1,0}(\theta)|^2+P(J=1,M=-1)|d^1_{-1,0}(\theta)|^2\}$$

$$=\frac{3}{2}\left\{\frac{1}{2}|d^1_{1,0}(\theta)|^2+\frac{1}{2}|d^1_{-1,0}(\theta)|^2\right\} \quad (\text{V-5})$$

形成($J=1$, $M=+1$)与($J=1$, $M=-1$)两种复合态的几率$P(J=1,M=+1)$与$P(J=1,M=-1)$是相同的，且等于$\frac{1}{2}$。按方程(V-2)定义的$d^J_{M,K}(\theta)$函数求值，给出

$$W^{J=1}_{M=\pm1,K=0}(\theta)=\frac{3}{4}\sin^2\theta \qquad (\text{V}-6)$$

方程(V-6)是归一的，即 $\int_0^\pi \frac{3}{4}\sin^2\theta\cdot\sin\theta d\theta=1$。

类似推导来自$K=1$过渡态的角分布为

$$W^{J=1}_{M=\pm1,K=\pm1}(\theta)=\frac{3}{2}\left\{\frac{|d^1_{1,1}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^1_{-1,1}(\theta)|^2}{4}+\right.$$

$$\left.+\frac{|d^1_{1,-1}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^1_{-1,-1}(\theta)|^2}{4}\right\} \qquad (\text{V}-7)$$

因为两个M态的几率相等，而对每个M值两个投影$K(\pm1)$是等权的，所以在方程(V-7)中出现$\frac{1}{4}$因子。方程(V-7)的各项并非全不相同，因$|d^1_{1,1}(\theta)|^2=|d^1_{-1,-1}(\theta)|^2$和$|d^1_{-1,1}(\theta)|^2=|d^1_{1,-1}(\theta)|^2$，于是总项数缩减成两项。以$d^J_{M,K}(\theta)$函数代入方程(V-7)，得出

$$W^{J=1}_{M=\pm1,K=\pm1}(\theta)=\frac{3}{4}-\frac{3}{8}\sin^2\theta \qquad (\text{V}-8)$$

同样，$\int_0^\pi(\frac{3}{4}-\frac{3}{8}\sin^2\theta)\sin\theta d\theta=1$。

对量子数为$J=1$，$M=\pm1$和$K=0$的过渡核能级，按方程(V-6)给出的角分布作图，见图V-2。这个过渡能级给出在0°处的产额为零，峰在90°。来自$J=1$，$M=\pm1$和$K=1$过渡能级的角分布[参看方程(V-8)]也画在图V-2中。这个分布峰在0°，然后逐渐减小，到90°处强度已降成0°值的一半。

偶偶靶核的偶极裂变可以通过$K=0$[方程(V-6)]或$K=1$[方程(V-8)]的过渡能级或通过这两种K能级的某种组合的过渡能级而发生。如果我们假定通过$K=0$开放能级发生裂变的份额为x，通过$K=1$开放能级的份额为y，那末，对混合能级的角

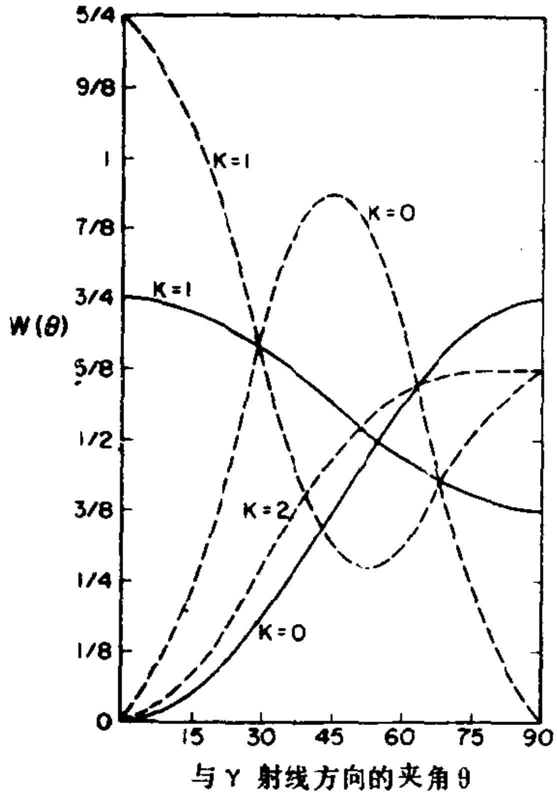


图 V-2　在偶偶靶核上偶极与四极吸收的光致裂变角分布。[参看方程(V-6)、(V-8)、(V-12)、(V-13)和(V-14)]。偶偶核偶极吸收(——)和四极吸收(----)。

分布为

$$W(\theta)_{di(e-e)}=\Big[x\frac{3}{4}(\sin^2\theta)+$$

$$+2y\Big\{\frac{3}{4}-\frac{3}{8}(\sin^2\theta)\Big\}\Big]/(1+y) \qquad (V-9)$$

方程(V-9)等号右边第二项前面出现因子 2，是由于考虑所有非零K值能级K的二度简并(即正、负K值相同)，这一项必须算入两次的缘故。$1/(1+y)$是归一化因子。

化简方程(V-9)导致

$$W(\theta)_{di(e-e)}=\Big[\frac{3}{2}y+\frac{3}{4}(x-y)\sin^2\theta\Big]/(1+y)$$

$$=a_d+b_d\sin^2\theta \qquad (V-10)$$

式中$a_d=\frac{3}{2}y/(1+y)$和$b_d=\frac{3}{4}(x-y)/(1+y)$。既然$x=1-y$，则$b_d=\frac{3}{4}(1-2y)/(1+y)$，而$b_d/a_d=(1-2y)/2y$。因此，$W(\theta)/W(0°)$等于

$$[W(\theta)/W(0°)]_{\mathrm{di}(e-e)}=\frac{a_d+b_d\sin^2\theta}{a_d}$$

$$=1+\frac{b_d}{a_d}\sin^2\theta=1+\left(\frac{1-2y}{2y}\right)\sin^2\theta \qquad (\text{V}-11)$$

由方程(V-10)和(V-11)可以看到，从光致裂变角分布求系数a_d和b_d，能够直接导出$K=0$和$K=1$对偶偶靶核偶极裂变的贡献。在势垒以上几个MeV的区域(那里统计理论是成立的)，预期$K=0$和$K=1$的能级数目大致相等(即$y=x=\frac{1}{2}$)。在这种条件下，b/a值为零，因而中等激发能的偶极裂变预计是各向同性的[方程(V-11)]。实验上我们观察到当能量增加时b/a确实趋近于零。方程(Ⅵ-5)给出统计理论预示的K分布。在讨论实验结果之前，我们想先给出偶偶核四极裂变的理论角分布。

一个光子被偶偶核吸收，而且是四极吸收，生成一个自旋、宇称为2+，$M=\pm1$的复合核。$K=0,1,2$的过渡态的角分布分别为

$$W^{J=2}_{M=\pm1,K=0}(\theta)=\frac{5}{2}\left\{\frac{|d^2_{1,0}|^2}{2}+\frac{|d^2_{-1,0}|^2}{2}\right\}$$

$$=\frac{15}{16}\sin^2 2\theta \qquad (\text{V}-12)$$

$$W^{J=2}_{M=\pm1,K=\pm1}(\theta)=\frac{5}{2}\left\{\frac{|d^2_{1,1}|^2}{4}+\frac{|d^2_{1,-1}|^2}{4}+\frac{|d^2_{-1,1}|^2}{4}+\right.$$

$$\left.+\frac{|d^2_{-1,-1}|^2}{4}\right\}=\frac{5}{8}(2-\sin^2\theta-\sin^2 2\theta) \qquad (\text{V}-13)$$

$$W^{J=2}_{M=\pm1,K=\pm2}(\theta)=\frac{5}{2}\left\{\frac{|d^2_{1,2}|^2}{4}+\frac{|d^2_{1,-2}|^2}{4}+\frac{|d^2_{-1,2}|^2}{4}+\right.$$

$$\left.+\frac{|d^2_{-1,-2}|^2}{4}\right\}=\frac{5}{8}\left(\sin^2\theta+\frac{1}{4}\sin^2 2\theta\right) \qquad (\text{V}-14)$$

方程（V-12）、（V-13）和（V-14）给出的结果是归一化的，即

$$\int_0^{\pi}\frac{15}{16}\sin^2 2\theta\cdot\sin\theta d\theta=\int_0^{\pi}\frac{5}{8}(2-\sin^2\theta-\sin^2 2\theta)\sin\theta d\theta$$

$$=\int_0^{\pi}\frac{5}{8}\left[\sin^2\theta+\frac{1}{4}\sin^2 2\theta\right]\sin\theta d\theta=1$$

图V-2中的虚线表示出偶偶靶核四极裂变的角分布图。用方程（V-12）计算出$K=0$的曲线，其峰在45°。以方程（V-13）计算出$K=1$的曲线，极大值在0°，极小值大约在52°。$K=2$的曲线在0°处强度为零，然后随角度单调增加直到90°。

如果我们再次假定偶偶靶核发生四极裂变通过$K=0$，$K=1$和$K=2$能级的份额分别为u，v，w，则角分布将为

$$W(\theta)_{\mathrm{quad(e-e)}}=u\frac{15}{16}\sin^2 2\theta+v\frac{5}{4}(2-\sin^2\theta-\sin^2 2\theta)+$$

$$+w\frac{5}{4}\left[\sin^2\theta+\frac{1}{4}\sin^2 2\theta\right]=\frac{5}{2}v+\left[\frac{5}{4}w-\frac{5}{4}v\right]\sin^2\theta+$$

$$+\left[\frac{15}{16}u-\frac{5}{4}v+\frac{5}{16}w\right]\sin^2 2\theta \qquad (\text{V-15})$$

如果相对份额$u=v=w=\frac{1}{3}$，则方程（V-15）给出一个各向同性的角分布。一般说来，偶偶靶核四极裂变的角分布用下式描述，

$$W(\theta)_{\mathrm{quad(e-e)}}=a_q+b_q\sin^2\theta+c_q\sin^2 2\theta \qquad (\text{V-16})$$

式中

$$a_q=\frac{5}{2}v/(u+2v+2w),$$

$$b_q=\frac{5}{4}(w-v)/(u+2v+2w),$$

$$c_q=\left[\frac{15}{16}u-\frac{5}{4}v+\frac{5}{16}u\right]/(u+2v+2w)$$

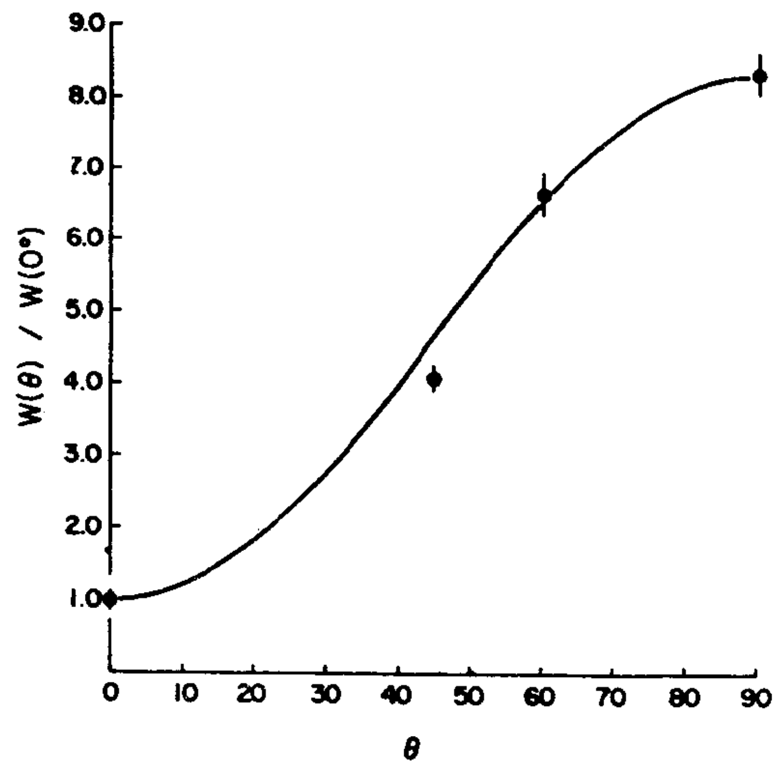
考察方程（V-10）和（V-16）揭示出，与偶极吸收和四极吸收

相关的光致裂变角分布是不同的。因而，有可能区分这两种类型的光子吸收对裂变的贡献。如果 d 是偶极裂变份额，q 是四极裂变份额，那末把方程（V-10）和（V-16）合并起来，我们得到

$$W(\theta)=d(a_d+b_d\sin^2\theta)+q(a_q+b_q\sin^2\theta+c_q\sin^2 2\theta)$$
$$=(da_d+qa_q)+(db_d+qb_q)\sin^2\theta+qc_q\sin^2 2\theta$$
$$=a+b\sin^2\theta+c\sin^2 2\theta \qquad (V-17)$$

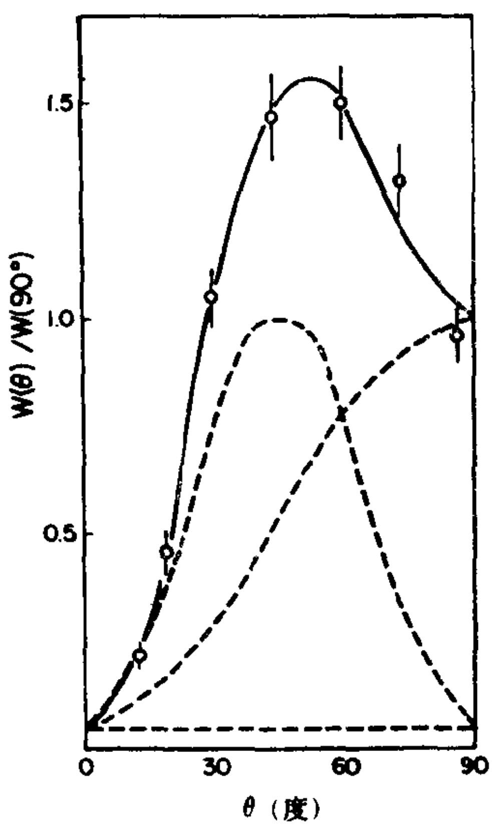
式中 a 和 b 是混合系数（来自偶极裂变与四极裂变两者），c 则完全来自四极裂变。

现有的大部分光致裂变实验数据是用韧致辐射光子谱获得的。当一个单能电子束（例如通过电子直线加速器加速到某一固定能量）轰击转换箔时就产生这种 γ 射线谱。光子谱的最大能量 E_{max} 等于电子能量。图V-3是以最大能量为7.0MeV的韧致辐射照射



图V-3　以最大能量7.0MeV的韧致辐射照射^{232}Th靶核的裂变碎片角分布。[经加拿大国家研究委员会许可，复制数据取自 Baerg, A. P., Bartholomew, R. M., Brown, F., Katz, L. and Kowalski, S. B., *the Canadian Journal of Physics*, 37, 1418—1437 (1959).]实线是用方程（V-11）计算的，这里 $(b_d/a_d)=7.4$ 和 $y=0.06$。

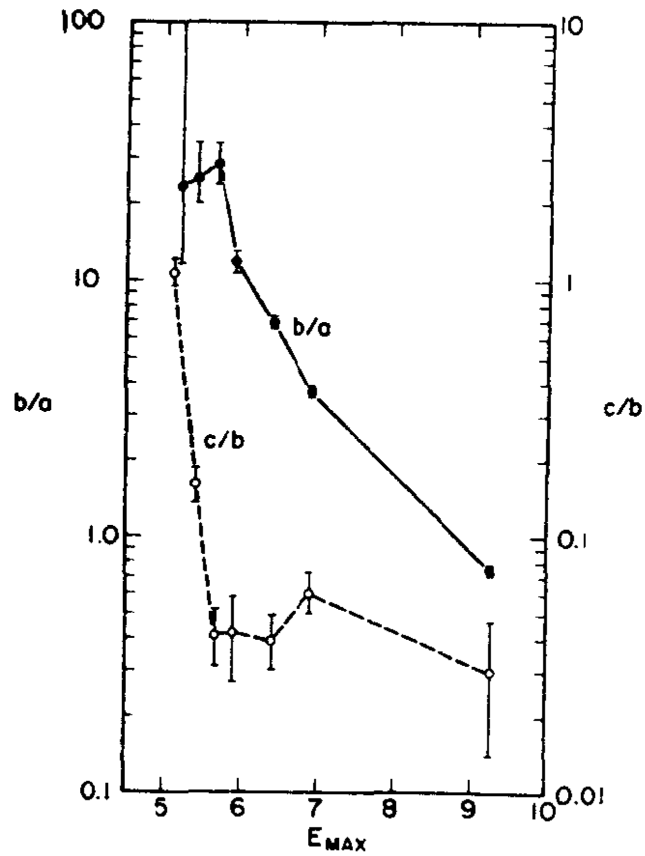
^{232}Th靶核的裂变碎片角分布。图上的点是$W(\theta)/W(0°)$的实验比值，实线是依$1+7.4\sin^2\theta$函数画出的。在图V-3的数据上，不存在任何四极裂变的证据。用最大能量为5.2MeV的韧致辐射照射^{238}U得到的裂变碎片角分布表示在图V-4上。该分布不能用只包含常数项和$\sin^2\theta$项的理论表达式来拟合，显然$\sin^2 2\theta$项有相当大的贡献。



图V-4　以最大能量5.2MeV的韧致辐射照射^{238}U靶核的裂变碎片角分布。○表示实验光致裂变截面相对于90°截面的角度依赖关系。峰在45°的虚线是偶偶核通过$K=0$态四极裂变的理论曲线。峰在90°的虚线是偶偶核通过$K=0$态偶极裂变的理论曲线(参看图V-3)。——表示两条虚线的合成。[Soldatov等(1965)的数据。]

对于各种最大能量E_{max}韧致辐射引起的^{238}U裂变，b/a与能量的依赖关系表示在图V-5上。在低能区，$(J=1-,\ K=0)$过渡态完全超过$(J=1-, K=1)$过渡态而占优势，这由b/a值较大，因而y值小所证明［参看方程(V-11)］。这是偶偶核光致裂变的普遍特性。$(J=1-,\ K=0)$过渡态被认为是质量不对称八极

带里的最低态(参看图Ⅱ-7)。正如在图Ⅴ-5中所能看出的，在低能区c/b比值迅速上升，^{238}U四极裂变变得重要了。



图Ⅴ-5　^{238}U光致裂变的b/a和c/b随最大轫致辐射能量E_{max}的变化关系。[Rabotnov等的数据(1965)。]

如果γ射线能量只足以激发($J=1-$，$K=0$)和($J=2+$，$K=0$)的最低裂变能级，那末方程(Ⅴ-17)里的a等于零。在这种情况下，c/b决定四极裂变截面与偶极裂变截面之比。

$$c/b=\frac{5}{4}\{\sigma_{\gamma,f}(J=2+,K=0)/\sigma_{\gamma,f}(J=1-,K=0)\} \quad (Ⅴ-18)$$

另一方面，如果只发生偶极裂变，则$c=0$，通过($J=1-$，$K=0$)和($J=1-$，$K=1$)两个态的偶极裂变截面比与b/a的关系为

$$b/a=\{\sigma_{\gamma,f}(J=1-,K=0)/\sigma_{\gamma,f}(J=1-,K=1)\}-\frac{1}{2} \quad (Ⅴ-19)$$

把方程(Ⅴ-11)与方程(Ⅴ-19)相比较，我们必须注意到方程(Ⅴ-11)里的y等于

$$\sigma_{\gamma,f}(J=1-,\ K=1)/\{2\sigma_{\gamma,f}(J=1-,\ K=0)+ \\ +\sigma_{\gamma,f}(J=1-,\ K=1)\}$$

已用单能(或基本单能)的γ射线束获得了一些裂变碎片角分布的知识。这些γ射线是通过$^{19}F(p,\alpha\gamma)$反应、各种(n,γ)反应和正电子湮灭来产生的。如果单能γ射线有很窄的能量宽度，复合核的单个能级可能在共振上，也可能不在共振上，因而在解释这类截面数据时，务必小心。通过$^{19}F(p,\alpha)$反应激发^{16}O的6.14MeV能级，它的寿命比反冲核的阻止时间长。因此，多卜勒增宽后的6.14MeV γ射线有很窄的宽度，大约10eV，这与偶偶核1－能级之间的距离相当。通过(n,γ)反应产生的γ射线也可有很窄的能量分散。

大量的光致裂变研究是利用轫致辐射完成的。对于用这类束的实验，在解释裂变截面时，必须知道一些附加因素，即光子吸收截面与光子谱二者的能量依赖性。光致裂变截面与光子截面的关系为

$$\sigma_{\gamma,f}(E)=[\Gamma_f/(\Gamma_f+\Gamma_n+\Gamma_\gamma)]_E\sigma_\gamma(E) \qquad (Ⅴ-20)$$

式中Γ_i代表每个所标明的退激过程的宽度或几率，$\sigma_\gamma(E)$是总的光核吸收截面。在方程(Ⅴ-20)中略去了通过发射带电粒子的退激，因为它们受到库仑力的很大禁阻。在双峰势垒情况下，复合核的平均裂变宽度与平均总宽度之比由方程(Ⅳ-18)给出。

总光核吸收截面中的巨偶极共振可以用洛伦兹线来近似地表示(Axel, 1962)。对7MeV附近的有限能区（远低于共振峰），Axel(1962)提出下面的截面能量依赖关系，即

$$\sigma_{\gamma d}(E)=5.2(E/7\text{MeV})^3(0.01A)^{8/3}\text{mb} \qquad (Ⅴ-21)$$

式中E要以MeV为单位。在推导这一方程的过程中假定了：(1)巨共振的总积分截面由求和定则给出；(2)巨共振的峰出现在能量等于$80A^{-1/3}$处；(3)巨共振半峰全宽度(FWHM)为5 MeV。对于

$A=240$，方程（V -21）给出 $E_\gamma=7\mathrm{MeV}$ 处预期的总截面为52mb，这个值与实验测定值 $\sigma_\gamma(E_\gamma=7\mathrm{MeV})=60\pm20\mathrm{mb}$ （Huizenga等，1962）符合得很好。在一个包含 n 条能级的能量间隔 ΔE中，可以将偶极辐射平均截面与 γ 射线强固函数 $\overline{\Gamma}_0/D$按下式联系起来，

$$\sigma_{\gamma\mathrm{d}}(E)=\pi^2\lambda^2[(2I_\mathrm{e}+1)/(2I_\mathrm{g}+1)](\overline{\Gamma}_0/D) \quad (\text{V}-22)$$

式中I_e和I_g是激发态和基态的自旋，$\overline{\Gamma}_0$是弹性γ射线的平均宽度，$D=\dfrac{\Delta E}{n}$。对$E_\gamma=7\mathrm{MeV}$，我们有$\pi^2\lambda^2=7.84\times10^4\mathrm{mb}$。因此，对于零自旋靶核，有可能从测量得到的7.0MeV光子截面明确地导出γ射线强固函数来。导出的$\overline{\Gamma}_0/D$值为$(2.5\pm0.8)\times10^{-4}$，与从中子俘获实验得到的估计值很好一致。

从方程（V -20）和（V -21）估出，非常重的元素的偶极光致裂变截面与E的关系为

$$\sigma_{\gamma,\mathrm{f}}(E)=52(E/7\mathrm{MeV})^3(\Gamma_\mathrm{f}/\Gamma_\mathrm{T})_\mathrm{E}\mathrm{mb} \quad (\text{V}-23)$$

式中$\Gamma_\mathrm{T}=\Gamma_\mathrm{f}+\Gamma_\mathrm{n}+\Gamma_\gamma$，这些量与偶极吸收形成的复合核衰变有关。在中子阈以下的能区，$\Gamma_\mathrm{n}=0$，于是衰变竞争只在裂变与发射γ辐射之间进行。

平均裂变宽度$\langle\Gamma_{\lambda\mathrm{f}}(J,\pi,K,E)\rangle$由下式确定，

$$\langle\Gamma_{\lambda\mathrm{f}}(J,\pi,K,E)\rangle=\frac{\langle D_{\lambda J\pi}\rangle}{2\pi}T_{\lambda\mathrm{f}}(J,\pi,K,E) \quad (\text{V}-24)$$

式中$\langle D_{\lambda J\pi}\rangle$是给定总角动量和宇称的能级之间的平均距离，$T_{\lambda\mathrm{f}}(J,\pi,K,E)$是经过特定道裂变的透射系数。方程（V -24）确定的平均裂变宽度是对K的一个特定投影而言的。除$K=0$只有一个投影外，其余K值都有两个投影（$\pm K$）。我们定义投影数为$h(K)$。穿过一个倒置抛物线形状的单裂变势垒* 的穿透率为（Hill和Wheeler，1953）

* 对于双峰势垒，势垒穿透需要更复杂的表示式，如方程（V -76）。

$$T_{\mathrm{f}}(J,\pi,K,E)=(1+\exp\{2\pi[B_{\mathrm{f}}(J,\pi,K)-E]/\hbar\omega(J,\pi,K)\})^{-1} \tag{V-25}$$

式中$B_{\mathrm{f}}(J, \pi, K)$是$(J, \pi, K)$态的裂变势垒，$E$是复合核的激发能，$\hbar\omega(J, \pi, K)$是确定势垒曲率的特征能量。$\hbar\omega$的大小与裂变势垒厚度的变化方向相反。$\hbar\omega$小相应于势垒厚，而$\hbar\omega$大则相应于势垒薄。当势垒厚时，穿透率很小，直到靠近势垒顶端附近才接近于 1。

如果总激发能E小于中子结合能B_{n}，把方程(V-23)和(V-24)结合起来,导致下面的偶极光致裂变截面与能量的依赖关系，

$$\sigma_{\gamma,\mathrm{f}}(J,\pi,E)=\frac{\mathrm{const}E^3\sum_K T_{\lambda\mathrm{f}}(J,\pi,K,E)h(K)}{T_{\lambda\gamma}(J,\pi,E)+\sum_K T_{\lambda\mathrm{f}}(J,\pi,K,E)h(K)} \tag{V-26}$$

式中$\sigma_{\gamma\mathrm{f}}(J, \pi, E)$以mb为单位,$E$以MeV为单位，式中的常数按照方程(V-23)等于0.15。但是，如果洛仑兹线位置和宽度改变,这个常数会有相当大的变更。方程(V-26)的$T_{\lambda\gamma}(J, \pi, E)$量由下式给出，

$$T_{\lambda\gamma}(J,\pi,E)=\frac{2\pi\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(E)\rangle}{\langle D(J,\pi,E)\rangle} \tag{V-27}$$

量$\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(E)\rangle$是对具有总角动量$J$、宇称$\pi$和激发能$E$的复合态$\lambda$的$\gamma$射线衰变的平均分宽度，$\langle D(J, \pi, E)\rangle$是总角动量$J$、宇称$\pi$和激发能$E$的能级平均间距。

发射偶极γ射线的平均辐射宽度与能量的依赖关系可以由下面的式子计算，

$$\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(E)\rangle=C_1\int_0^E\frac{\{\rho(J-1,E-\varepsilon)+\rho(J,E-\varepsilon)+\rho(J+1,E-\varepsilon)\}\varepsilon^3d\varepsilon}{\rho(J,E)} \tag{V-28}$$

式中E是初始激发能，ε是γ射线能量。与自旋、能量有关的能级密度为

$$\rho(J,E)=C_2(2J+1)(E-\Delta)^{-2}\exp\left[2a^{1/2}(E-\Delta)^{1/2}-\left(J+\frac{1}{2}\right)^2/2\sigma^2\right] \quad (\text{V-29})$$

方程(V-28)分子、分母上的能级密度与角动量有关的部分近乎抵消，给出一个与角动量无关的辐射宽度，即

$$\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(E)\rangle=C_1\int_0^E\left\{\frac{(E-\Delta-\varepsilon)^{-2}\exp[2a^{1/2}(E-\Delta-\varepsilon)^{1/2}]}{(E-\Delta)^{-2}\exp[2a^{1/2}(E-\Delta)^{1/2}]}\right\}\varepsilon^3 d\varepsilon \quad (\text{V-30})$$

如果忽略掉分子上指数前的能量因子,方程(V-30)右边可以积分(Moldauer等，1964)成

$$\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(E)\rangle=C_3X(E,a)=C_3\{x^4-10x^3+45x^2-105x+105\} \quad (\text{V-31})$$

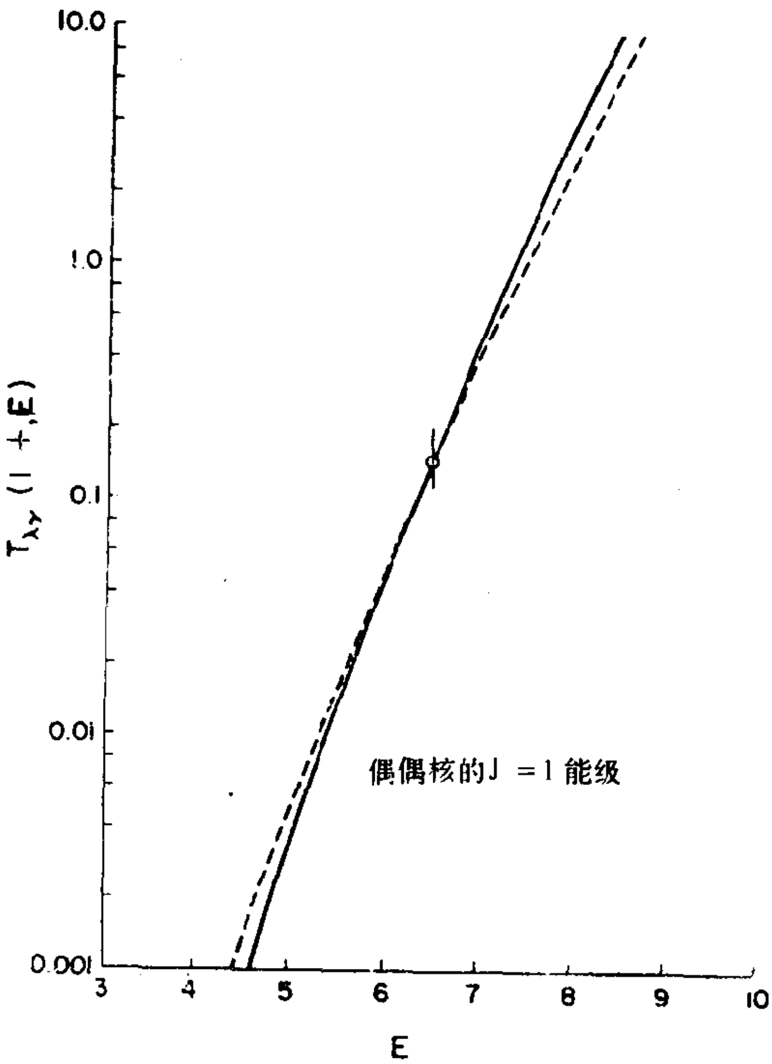
式中 $x=2a^{1/2}(E-\Delta)^{1/2}$。在方程(V-28)到(V-31)中,$C_1$,$C_2$,$C_3$,$\Delta$和 a 都是常数。常数 a 是能级密度参数，由 $a=\pi^2g_0/6$ 确定，这里g_0是每个MeV内单粒子态的平均数目,Δ是考虑到对能和壳效应的能量修正，它确定了虚构的基态相对于真实基态的能量。

利用方程(V-28)至(V-31)的结果，$T_{\lambda\gamma}(J,\pi,E)$的自旋、能量依赖性可以写成下面的有用形式，

$$T_{\lambda\gamma}(J,\pi,E)=\frac{2\pi\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(E')\rangle}{\langle D(J',\pi,E')\rangle}\cdot\frac{X(E,a)}{X(E',a)}\cdot\frac{\rho(J,E)}{\rho(J',E')} \quad (\text{V-32})$$

式中$\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(E')\rangle/\langle D(J',\pi,E')\rangle$是自旋为$J'$的能级在激发能$E'$处的平均辐射宽度除以平均能级间距。例如，^{239}Pu共振中子俘获给出$\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(6.47)\rangle=0.040\,\text{eV}$，$\langle D(1,+,6.47)\rangle=1.7\pm0.5\,\text{eV}$。所得结果$T_{\lambda\gamma}(1,+,6.47)=0.147^{+0.062}_{-0.033}$以圆圈画在图V-6上。图V-6上的实线是用方程（V-32)以$a=30\text{MeV}^{-1}$

和 $\Delta=1.1\mathrm{MeV}$ 计算的。$T_{\lambda\gamma}(J,\ \pi,\ E)$的能量依赖性对$X(E,\ A)$不很灵敏，在推导$X(E,\ A)$时，忽略掉能级密度指数前的能量因子，而由此引起的误差可忽略不计。$T_{\lambda\gamma}(J,\ \pi,\ E)$值可从能级密度的自旋依赖性来计算，例如，$T_{\lambda\gamma}(2,\ \pi,\ E)$和$T_{\lambda\gamma}(0,\ \pi,\ E)$（对$\sigma=6$），分别等于$1.58T_{\lambda\gamma}(1,\ \pi,\ E)$和$0.69T_{\lambda\gamma}(1,\ \pi,\ E)$。



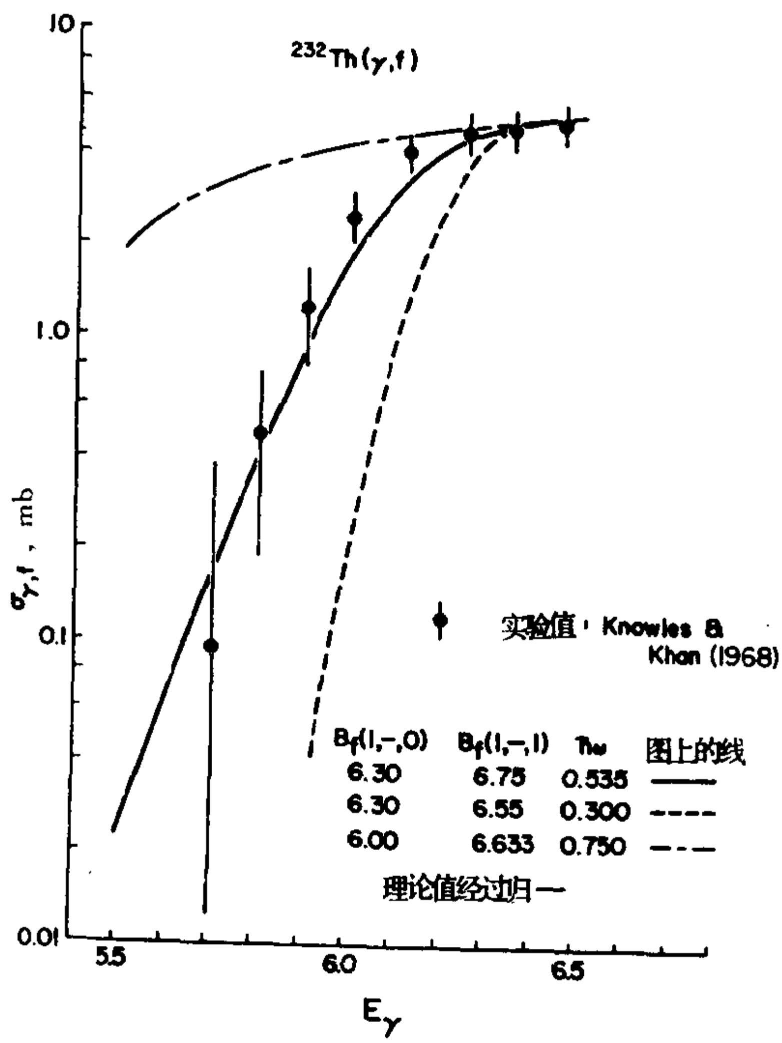
图V-6　一个偶偶重核的$T_{\lambda\gamma}(1,+,E)$与激发能E的关系。用^{239}Pu共振俘获的实验值$2\pi\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(6.47)\rangle$除以$\langle D(1,+,\ 6.47)\rangle$作归一。$\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(6.47)\rangle$的实验值为0.040eV、而$\langle D(1,+,6.47)\rangle=1.70\pm0.5\mathrm{eV}$ [Farrell (1968)]。(——)用方程(V-32)以$a=30\ \mathrm{MeV}^{-1}$和$\Delta=1.1\mathrm{MeV}$计算的，(- - -)是$a=24\mathrm{MeV}^{-1}$和$\Delta=1.1\mathrm{MeV}$或$a=30\mathrm{MeV}^{-1}$和$\Delta=0$的结果。那是假定了$T_{\lambda\gamma}(1,+,E)=T_{\lambda\gamma}(1,-,E)$。

在光子能量小于中子结合能处，^{232}Th对$K=0$和$K=1$过渡态的偶极光致裂变截面由方程（V-26）预计为

$$\sigma_{\gamma,f}(1,-,E)=$$

$$\frac{\text{const}\,E^3\{T_{\lambda f}(1,-,0,E)+2T_{\lambda f}(1,-,1,E)\}}{T_{\lambda\gamma}(1,-,E)+T_{\lambda f}(1,-,0,E)+2T_{\lambda f}(1,-,1,E)} \quad (\text{V-33})$$

用方程（V-33）计算的理论光致裂变截面与Knowles和Khan（1968）测量的^{232}Th光致裂变截面在图V-7中进行比较。不同的线是以不同裂变势垒$B_f(J,\pi,K)$值和不同曲率能量$\hbar\omega(J,\pi,K)$值算出的。$T_{\lambda\gamma}(1,-,E)$值取自图V-6的实线。理论光致裂变截



图V-7 ^{232}Th理论和实验光致裂变截面与光子能量（在中子结合能以下）关系的比较。[实验数据取自Knowles和Khan(1968)；也参看Khan和Knowles (1972)。]

面在$E_\gamma=6.5$MeV处归一为5.4mb。

激发能在裂变势垒附近的重元素有关总光核四极吸收截面的知识很稀少。因为在这个能区γ射线波长要比原子核直径大一个量级，预期偶极吸收截面$\sigma_{\gamma d}(E)$比四极吸收截面$\sigma_{\gamma q}(E)$大得多。根据Blatt和Weisskopf(1952)书中的方程(7.28)，获得电辐射吸收比$\sigma_{\gamma q}(E)/\sigma_{\gamma d}(E)$的估计值为$(4/125)(R/\lambda)^2$。但是，对于低能光子，这方程可能高估了电偶极吸收(见同书)。电四极吸收截面近似地等于(见同书)

$$\sigma_{\gamma q}(E)=1.2E^3(R/6\times10^{-13})^4\cdot10^{-3}\text{mb}$$

式中E以MeV为单位，R以厘米为单位。如果把这个方程与由方程(V-21)给出的电偶极吸收截面结合起来，我们可以计算出低能γ射线的$\sigma_{\gamma q}(E)/\sigma_{\gamma d}(E)$等于0.02。

虽然要发觉这种少量的四极吸收混合，一般是困难的，但Griffin(1959)指出：在特定条件下，研究裂变碎片角分布对于确定四极吸收是一种灵敏的方法。如果($J=2+$，$K=0$)能级的裂变阈比($J=1-$，$K=0$)能级的低，则对垒下裂变，四极裂变比偶极裂变的势垒穿透率高，这将大大增加$\sigma_{\gamma,f}(J=2+, K=0)/\sigma_{\gamma,f}(J=1-, K=0)$比值。^{238}U光致裂变时，这个比值随能量的减小而增加，见图V-5。比值c/b通过方程(V-18)与$\sigma_{\gamma,f}(J=2+, K=0)/\sigma_{\gamma,f}(J=1-, K=0)$直接相联系(注意假定只有这两种态被激发)，如图V-5所示，在最低两个能点它急剧增加。在中子阈以下能区，四极光致裂变截面及偶极光致裂变截面与光子吸收截面之间的关系为

$$\frac{\sigma_{\gamma,f}(J=2+,K=0)}{\sigma_{\gamma,f}(J=1-,K=0)}=$$

$$\frac{\left\{\dfrac{T_{\lambda f}(2,+,0,E)}{T_{\lambda\gamma}(2,+,E)+T_{\lambda f}(2,+,0,E)}\right\}\sigma_{\gamma q}(E)}{\left\{\dfrac{T_{\lambda f}(1,-,0,E)}{T_{\lambda\gamma}(1,-,E)+T_{\lambda f}(1,-,0,E)}\right\}\sigma_{\gamma d}(E)} \quad (\text{V-34})$$

光子吸收截面比$\sigma_{\gamma q}(E)/\sigma_{\gamma d}(E)$利用方程(V-18)和(V-34)可

按下列方式表示成

$$\frac{\sigma_{\gamma q}(E)}{\sigma_{\gamma d}(E)}=\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{c}{b}\right)\frac{\dfrac{T_{\lambda f}(1,-,0,E)}{T_{\lambda\gamma}(1,-,E)+T_{\lambda f}(1,-,0,E)}}{\dfrac{T_{\lambda f}(2,+,0,E)}{T_{\lambda\gamma}(2,+,E)+T_{\lambda f}(2,+,0,E)}} \qquad (\text{V}-35)$$

想从c/b实验值来求该吸收截面比，需要知道方程(V-35)右边的透射系数。偶偶核γ射线透射系数$T_{\lambda\gamma}(1,\ -,\ E)$和$T_{\lambda\gamma}(2,+,E)$的值可从图V-6上获得。但是，为了求出裂变透射系数，就需要知道裂变势垒参数的值。我们应当记住，仅当只有$K=0$过渡能级对裂变有贡献时，方程(V-35)才成立。在$T_{\lambda f}(1,\ -,\ 0,\ E)$与$T_{\lambda f}(2,\ +,\ 0,\ E)$基本上为1的$\gamma$能量下(以及当$K>0$态的贡献可忽略时)，方程(V-35)简化成 $\sigma_{\gamma q}(E)/\sigma_{\gamma d}(E)=c/b$。^{232}Th的$c/b$值甚至在最低光子能区仍很小。这与^{232}Th外垒比内垒高有关。把从方程(Ⅳ-18)得到的($J=1-$，$K=0$)态和($J=2+$，$K=0$)态裂变宽度与总宽度的比值代入方程(V-35)中，可以得到四极光子吸收截面与偶极光子吸收截面之比的估计值。

在$K>0$过渡态[即($J=1-$，$K=1$)，($J=2+$，$K=2$)和($J=2+$，$K=1$)态]有贡献的激发能区域，参数b由偶极裂变与四极裂变两者的贡献构成[参考方程(V-17)]。根据方程(V-10)、(V-16)和(V-17)，推导出c/b的一般关系为

$$\frac{c}{b}=\frac{q\left[\frac{15}{16}u-\frac{5}{4}v+\frac{5}{16}w\right]}{u+2v+2w}$$

$$\left\{\frac{d\left[\frac{3}{4}(x-y)\right]}{1+y}+\frac{q\left[\frac{5}{4}(w-v)\right]}{u+2v+2w}\right\} \qquad (\text{V}-36)$$

式中所有各种符号原来已有定义。当$v=w=y=0$且只有$K=0$态贡献时，方程(Ⅴ-36)简化成方程(Ⅴ-18)。但是，如果所有K态全部或部分开放，解释c/b就更困难。与方程(Ⅴ-36)类似，b/a的一般表示式为

$$\frac{b}{a}=\left\{d\left[\frac{3}{4}\ \frac{(x-y)}{(1+y)}\right]+q\left[\frac{5}{4}\ \frac{(w-v)}{(u+2v+2w)}\right]\right\}\Big/\left\{d\frac{3y}{2(1+y)}+q\frac{5v}{2(u+2v+2w)}\right\}$$

(Ⅴ-37)

在低能过渡态谱中，看来有理由假定($J=2+$，$K=1$)态的贡献可忽略，即$v=0$。这使方程(Ⅴ-36)和方程(Ⅴ-37)有所简化。从方程(Ⅴ-37)的这种更简化的形式可以看到，b/a随y的减小而增加(参看图Ⅴ-5)。方程(Ⅴ-36)的解释更为复杂。当y较大而b/a小时，实验的c/b不是以简单方式关联于四极吸收与偶极吸收比。但是，当b/a较大(而y小)时，则在v和w为零时接近由方程(Ⅴ-18)所表示的c/b的极限值。^{232}Th、^{238}U、^{240}Pu光致裂变（由轫致辐射引起）的b/a和c/b的一些实验比值列在表Ⅴ-1中。

对轫致辐射连续γ射线谱的光致裂变的分析比上面假定为单能γ射线的分析更复杂。对于厚阻止箔，在电子能量E_{max}附近的轫致辐射谱可以用下面的函数(Rabotnov等，1965)来较好地近似描述，

$$F(E_{max},E_\gamma)dE_\gamma=K(E_{max}-E_\gamma)^2dE_\gamma \qquad (Ⅴ\text{-}37a)$$

因为在大多数实验中用的E_{max}值接近裂变势垒，只有γ射线谱中最高能量的那一部份在产生裂变上才有效。应用近似式方程(Ⅴ-26)，轫致辐射偶极光致裂变的有效截面为

表 Ⅴ-1

从光致裂变角分布测量按方程(Ⅴ-17)

确定的 a、b、c 参数[a]

E_{max} (MeV)	b/a	c/b
	^{232}Th	
5.4	$111^{+\infty}_{-57}$	$0.03^{+0.027}_{-0.025}$
5.65	99^{+101}_{-34}	0
5.9	99^{+101}_{-34}	$0.085^{+0.016}_{-0.015}$
6.4	44^{+14}_{-8}	$0.022^{+0.015}_{-0.014}$
6.9	30^{+10}_{-6}	$0.021^{+0.023}_{-0.021}$
	^{238}U	
5.2	23^{+121}_{-11}	$1.06^{+0.14}_{-0.12}$
5.4	25^{+9}_{-5}	$0.16^{+0.03}_{-0.02}$
5.65	28^{+6}_{-4}	$0.041^{+0.011}_{-0.010}$
5.9	12^{+1}_{-1}	$0.042^{+0.016}_{-0.015}$
6.4	$6.9^{+0.3}_{-0.3}$	$0.039^{+0.010}_{-0.010}$
6.9	$3.7^{+0.1}_{-0.1}$	$0.060^{+0.011}_{-0.011}$
9.25	$0.75^{+0.02}_{-0.02}$	$0.030^{+0.017}_{-0.016}$
	^{240}Pu	
5.4	$4.85^{+2.16}_{-1.28}$	$1.29^{+0.21}_{-0.17}$
5.65	$2.32^{+0.53}_{-0.41}$	$0.90^{+0.22}_{-0.15}$
5.9	$0.78^{+0.05}_{-0.04}$	$0.69^{+0.08}_{-0.07}$
6.4	$0.52^{+0.02}_{-0.03}$	$0.31^{+0.05}_{-0.04}$
6.9	$0.45^{+0.04}_{-0.04}$	$0.22^{+0.09}_{-0.09}$
7.9	$0.38^{+0.03}_{-0.03}$	$0.27^{+0.09}_{-0.08}$

a. 用在一厚阻止箔上阻止最大能量 E_{max} 的电子产生的轫致辐射作的测量〔Rabotnov 等(1965)的数据〕。

$$\sigma_{\gamma,f}(J,\pi,E_{max})=$$

$$\int_0^{E_{max}} \frac{\mathrm{const}E^3 k(E_{max}-E)^2 \sum_K T_{\lambda f}(J,\pi,K,E)h(K)}{T_{\lambda\gamma}(J,\pi,E)+\sum_K T_{\lambda f}(J,\pi,K,E)h(K)}dE \Big/$$

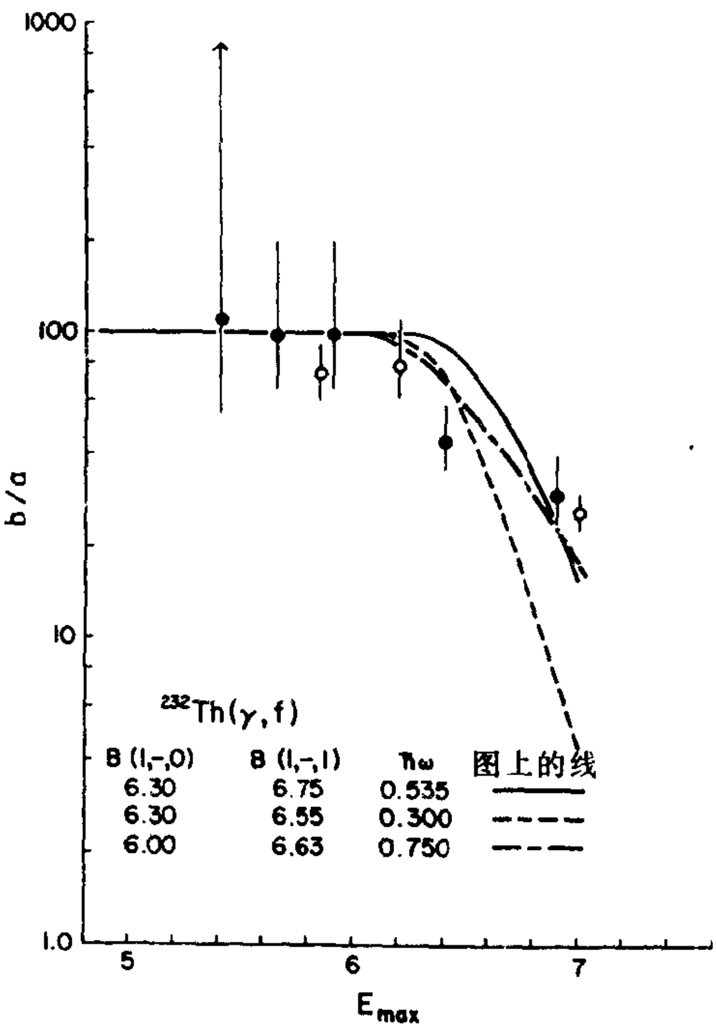
$$\int_0^{E_{max}} k(E_{max}-E)^2 dE \qquad (\text{Ⅴ}-38)$$

对轫致辐射谱，方程(V-19)可改写成

$$\frac{b}{a}+\frac{1}{2}=$$

$$\frac{\int_0^{E_{max}}\left\{\frac{E^3(E_{max}-E)^2T_{\lambda f}(1,-,0,E)}{T_{\lambda\gamma}(1,-,E)+T_{\lambda f}(1,-,0,E)+2T_{\lambda f}(1,-,1,E)}\right\}dE}{\int_0^{E_{max}}\left\{\frac{2E^3(E_{max}-E)^2T_{\lambda f}(1,-,1,E)}{T_{\lambda\gamma}(1,-,E)+T_{\lambda f}(1,-,0,E)+2T_{\lambda f}(1,-,1,E)}\right\}dE} \quad (V-39)$$

式中γ射线和裂变的透射系数分别由方程(V-32)和(V-25)确定。对于不同的势垒参数值，^{232}Th光致裂变的b/a理论值表示在图V-8



图V-8 轫致辐射引起^{232}Th光致裂变的b/a的理论值与实验值的比较。理论值由方程(V-39)导出。[实验值(●)为 Rabotnov 等(1965)的，(○)为 Rabotnov 等(1968)的。]

上。$T_{\lambda\gamma}(1, -, E)$值取自图V-6。积分按0.1 MeV 能量间隔求和来完成。在图V-8上将b/a理论值与表V-1中的^{232}Th光致裂变数据作比较。

当 $E_{max} \leqslant B_f(1, -, 0)$时，对轫致辐射，方程(V-39)简化成一个简单的极限形式，

$$\frac{b}{a}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\exp\left\{2\pi[B_f(1,-,1)-B_f(1,-,0)]/\hbar\omega\right\} \quad (V-40)$$

式中假定了$\hbar\omega(1,-,1)=\hbar\omega(1,-,0)$。因此，由于在最小$E_{max}$处$b/a$的实验值为100，^{232}Th的$[B_f(1,-,1)-B_f(1,-,0)]/\hbar\omega$之值等于0.84。图V-7和图V-8上的各组势垒参数遵从这个关系。近来，Rabotnov 等(1969)已经断言：对于一厚阻止箔，在E_{max}附近的轫致辐射谱是近于线性的，即 $F(E_{max}, E_\gamma)dE_\gamma \fallingdotseq k(E_{max}-E_\gamma)dE_\gamma$，而不是象方程(V-37$a$)那样给出平方关系。这稍微改变了用方程(V-39)获得的结果，当然，这不改变方程(V-40)。

表V-1中^{240}Pu的c/b值是惊人地大。例如，在$E_{max}=6.4$ MeV处，^{232}Th，^{238}U和^{240}Pu的c/b值分别为0.02、0.04和0.31。这些结果促使我们假定^{240}Pu四极吸收与偶极吸收之比要比其它两个核的大得多。但是，换一种方式，用不同高度的双峰势垒和恒定的四极与偶极吸收比也能够解释这些结果。

对偶偶核，有证据表明 $B_f(1,-,0)$比 $B_f(1,-,1)$小。这个条件导致低能光子的裂变碎片在垂直于光子方向有强峰，并使b/a值较大。b/a的最大实验值已在^{232}Th光致裂变中测量到（参看表V-1）。预期重核内垒的 $B_f(2,+,0)$值比 $B_f(1,-,0)$值要小。然而，这两个垒态在第二垒(或外垒)实际上是简并的。在^{232}Th的情况下，外垒较高，这个核的四极裂变相对产额非常小，这与预期的四极与偶极吸收截面之比很小是一致的。

从^{232}Th到^{240}Pu，b/a逐渐减小而c/b逐渐增加的这两种趋势，可以用最近理论计算的势能曲面来定性地理解。这些计算揭

示出一个双峰裂变势垒。内垒对于质量不对称形变是稳定的，对该位垒，预期 $B_f(2,+,0)$ 比 $B_f(1,-,0)$ 小很多。但是，具有最低能量的第二垒（或外垒）却是有八极形变的（Möller 和 Nilsson, 1970；Pauli 等，1971；Pashkevich, 1971），它能导致包含0+、1-、2+、3-、4+，……能级的 $K=0$ 的基态带（Johansson, 1961）。在这种情况下，$B_f(1,-,0)$ 实际上与 $B_f(2,+,0)$ 简并。理论计算也表明，从 ^{232}Th 到 ^{240}Pu 第二势垒的能量相对于第一势垒有减少的趋势。这些理论结果的含义示意地表示在图V-9上。对于较轻的原子核 ^{232}Th，外垒较高，由它决定过渡态，1-与2+态的有效势垒高度比较相近，因而 c/b 主要由四极吸收与偶极吸收的比值（这个比值很小）决定。在很低能量处，1-态的内垒比2+态的高，因而内垒反射使 c/b 值增高。对于通过 $K=0$ 态的裂变，b/a 是较大的，而当能量高到足以使 $K=1$ 的态作贡献时，b/a 值就下降了。这要在能量大大超过 $K=0$ 态的势垒时才发生，那时裂变截面已达到坪台区。

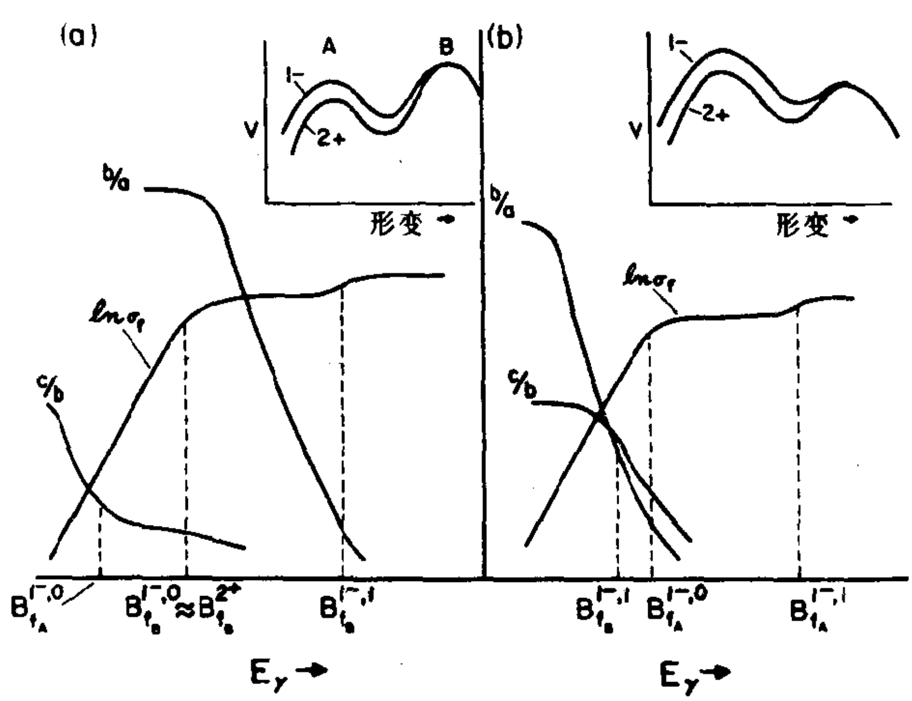


图 V-9 角分布系数比和总裂变截面与 γ 射线能量 E_γ 依赖关系的示意图。(a)内垒 B_{fA} 比外垒低的情况；(b)内垒能量比外垒高的情况。

如果外垒比内垒低（在象^{240}Pu这种较重的原子核中），即使表征角分布的K值由外垒决定，偶极裂变与四极裂变的相对比仍依赖于内垒穿透。（在中子裂变上有些证据说明，从内垒过渡到外垒期间，K并不守恒。）尽管第二垒处1－和2＋过渡态的道都是开放的，由于$J=1-$原子核比$J=2+$原子核有较高的第一势垒，在低于第一势垒高度的能区内，偶极裂变（相对于四极裂变）将受更大的禁阻。因此，在较小能量区域偶极吸收的优势可能由于通过第一垒的穿透的减小而大大抵消。如果外垒比内垒低，那末开始出现以$J=1-$，$K=1$态为特征的那种角分布的能量也会改变。例如，如果$J=1-$，$K=0$态内垒比$J=1-$，$K=1$态的外垒高，那末在裂变截面达到它坪台值之前，b/a将减小。Rabotnov 等（1970）已着重指出：在实验上观察到，^{240}Pu的b/a值在垒下能区（从截面上看是垒下）变小，这是内垒能量显著高于外垒的证据。

2. 奇A靶核

预期在稍许高于势垒的能区，奇A靶核光致裂变的碎片角分布将是各向同性或近于各向同性的，对^{233}U、^{235}U、^{237}U、^{239}Pu和^{241}Am作的初步测量（其中有些不是在很低能量作的）表明，角分布是各向同性的（Baerg等,1959）。下面，在本节中将要给出对于不同自旋靶核更详细的理论讨论。因为^{239}Pu有最小的非零自旋（$I_0=\frac{1}{2}$），预料，在裂变势垒附近将表现出各向异性分布。精确测量^{239}Pu光致裂变的碎片角分布，表明在很低能区的确是各向异性分布。

a. ^{239}Pu的偶极光致裂变

如果假定只有电偶极吸收，形成^{239}Pu的复合态将具有$(J, M)=\left(\frac{3}{2}, \pm\frac{3}{2}\right)$、$\left(\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}\right)$和$\left(\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\right)$，其几率$P(J, \pm M)$分别为$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{6}$和$\frac{1}{3}$。对于由$J$, M和K各种组合形成的所有可能态，它们的理论角分布用方程（V-3）计算，而$d^{J}_{M,K}(\theta)$按方程（V-2）确定。

$$W^{\frac{3}{2}}_{\pm\frac{3}{2},\pm\frac{3}{2}}(\theta)=2\left\{\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{\frac{3}{2},\frac{3}{2}}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{-\frac{3}{2},\frac{3}{2}}(\theta)|^2}{4}+\right.$$

$$\left.+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{\frac{3}{2},-\frac{3}{2}}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{-\frac{3}{2},-\frac{3}{2}}(\theta)|^2}{4}\right\}$$

$$=1-\frac{3}{4}\sin^2\theta \qquad (\text{V-41})$$

$$W^{\frac{3}{2}}_{\pm\frac{1}{2},\pm\frac{3}{2}}(\theta)=2\left\{\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{\frac{1}{2},\frac{3}{2}}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{-\frac{1}{2},\frac{3}{2}}(\theta)|^2}{4}+\right.$$

$$\left.+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{\frac{1}{2},-\frac{3}{2}}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{-\frac{1}{2},-\frac{3}{2}}(\theta)|^2}{4}\right\}$$

$$=\frac{3}{4}\sin^2\theta \qquad (\text{V-42})$$

$$W^{\frac{3}{2}}_{\pm\frac{1}{2},\pm\frac{1}{2}}(\theta)=2\left\{\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}+\right.$$

$$\left.+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}\right\}$$

$$=1-\frac{3}{4}\sin^2\theta \qquad (\text{V-43})$$

$$W^{\frac{3}{2}}_{\pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2}}(\theta)=2\left\{\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{\frac{3}{2},\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{-\frac{3}{2},\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}+\right.$$

$$\left.+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{\frac{3}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^{\frac{3}{2}}_{-\frac{3}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}\right\}$$

$$=\frac{3}{4}\sin^2\theta \qquad (\text{V-44})$$

$$W^{\frac{1}{2}}_{\pm\frac{1}{2},\pm\frac{1}{2}}(\theta)=2\left\{\frac{|d^{\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^{\frac{1}{2}}_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}+\right.$$

$$\left.+\frac{|d^{\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}+\frac{|d^{\frac{1}{2}}_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)|^2}{4}\right\}=\frac{1}{2} \qquad (\text{V-45})$$

[$\frac{1}{4}$因子的来源与方程(V-7)相同。]

$J=\frac{3}{2}-$态可通过$K=\frac{1}{2}$和$K=\frac{3}{2}$的过渡态裂变而衰变。如果令A表示$K=\frac{1}{2}$，$J=\frac{3}{2}-$态裂变的几率，$(1-A)$为$K=\frac{3}{2}$，$J=\frac{3}{2}-$态裂变的几率，那末，^{239}Pu光致裂变的理论角分布为

$$W^{^{239}Pu}_{\gamma,f}(\theta)=\frac{X_{\frac{1}{2}-}}{3}\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{X_{\frac{3}{2}-}}{2}\left\{A\left(\frac{3}{4}\sin^2\theta\right)+\right.$$

$$\left.(1-A)\left(1-\frac{3}{4}\sin^2\theta\right)\right\}+\frac{X_{\frac{3}{2}-}}{6}\left\{A\left(1-\frac{3}{4}\sin^2\theta\right)+\right.$$

$$\left.(1-A)\frac{3}{4}\sin^2\theta\right\} \qquad (\text{V-46})$$

式中$X_{\frac{1}{2}-}=(\Gamma_f^{J=\frac{1}{2}-}/\Gamma_T^{J=\frac{1}{2}-})$，$X_{\frac{3}{2}-}=(\Gamma_f^{J=\frac{3}{2}-}/\Gamma_T^{J=\frac{3}{2}-})$

总宽度Γ_T为各分宽度之和。例如，假设中子发射可以忽略，则

$$X_{\frac{3}{2}-}=$$

$$\frac{2T_{\lambda f}\left(\frac{3}{2},-,\frac{3}{2},E\right)+2T_{\lambda f}\left(\frac{3}{2},-,\frac{1}{2},E\right)}{T_{\lambda\gamma}\left(\frac{3}{2},-,E\right)+2T_{\lambda f}\left(\frac{3}{2},-,\frac{3}{2},E\right)+2T_{\lambda f}\left(\frac{3}{2},-,\frac{1}{2},E\right)} \qquad (\text{V-47})$$

方程(V-46)简化成

$$W_{\gamma,f}^{^{239}Pu}(\theta)=\frac{X_{\frac{1}{2}^-}}{6}+\frac{X_{\frac{3}{2}^-}}{6}(3-2A)+\frac{X_{\frac{3}{2}^-}}{4}(2A-1)\sin^2\theta \tag{V-48}$$

而得到 b/a 为

$$\frac{b}{a}=\frac{X_{\frac{3}{2}^-}(2A-1)/4}{(X_{\frac{1}{2}^-}/6)+[X_{\frac{3}{2}^-}(3-2A)/6]} \tag{V-49}$$

当 $X_{\frac{3}{2}^-}=0$ 时，光致裂变只经过 $J=\frac{1}{2}^-$ 态发生，根据方程(V-45)，碎片角分布是各向同性的($b/a=0$)。如果 $X_{\frac{3}{2}^-}\neq 0$，那末，当 $A=\frac{1}{2}$ 时 $\frac{b}{a}=0$，这样不论 $X_{\frac{1}{2}^-}$ 和 $X_{\frac{3}{2}^-}$ 值各等于多少，得出的角分布总是各向同性的。$b/a>0$ 时，A 必定大于 $\frac{1}{2}$，$b/a<0$ 时，A 必定小于 $\frac{1}{2}$。但是 b/a 的绝对大小却依赖于 $X_{\frac{1}{2}^-}$ 和 $X_{\frac{3}{2}^-}$ 的值。

研究 ^{239}Pu 光致裂变角分布，得到 b/a 的实验值随能量的变化画在图 V-10 上。横轴代表平均有效激发能，它是用下式计算的，

$$\langle E_{eff}\rangle_{E_{max}}=\frac{\int_0^{E_{max}}E_\gamma\,\sigma_{\gamma,f}(E_\gamma)F(E_{max},E_\gamma)dE_\gamma}{\int_0^{E_{max}}\sigma_{\gamma,f}(E_\gamma)F(E_{max},E_\gamma)dE_\gamma} \tag{V-50}$$

式中 $\sigma_{\gamma,f}(E_\gamma)$ 是从方程(V-26)计算的，$F(E_{max},E_\gamma)dE_\gamma$ 按方程(V-37a)定出。$\sigma_{\gamma,f}(E_\gamma)$ 的值依赖于裂变势垒参数和各竞争道的透射系数[见方程(V-26)]。b/a 在最低能量为正值，这表明：$A>\frac{1}{2}$，$K=\frac{1}{2}^-$ 态比 $K=\frac{3}{2}^-$ 态更为开放。当能量增加时，

b/a减小。这种减小说明有$K=\frac{3}{2}-$态的贡献，而当 $b/a=0$ 时，A必定等于$\frac{1}{2}$。在较高能区，当b/a变成负值时，A值一定小于$\frac{1}{2}$。如果具有$K=\frac{1}{2}-$和$K=\frac{3}{2}-$的两系列能态的透射系数[参考方程(V-25)]有相同的能量依赖关系，则当$K=\frac{1}{2}-$态有较低势垒能量时，b/a不能变成负的。要使$b/a<0$就需要引入第二个$K=\frac{3}{2}-$态。这样总共就有三个态的贡献。另一种可能是，如果$K=\frac{3}{2}-$态与$K=\frac{1}{2}-$态的透射系数有不同的能量依赖关系，那末只用两个态而通过适当调整这两个态的势垒高度和厚度，也可以解释b/a随能量的变化关系(Vandenbosch,1967)。作为一个实例，让我们选择有下列参数的两个过渡态：对$K=\frac{3}{2}-$态，$B_f\left(\frac{3}{2},-,\frac{3}{2}\right)=5.35\,\text{MeV}$，$\hbar\omega\left(\frac{3}{2},-,\frac{3}{2}\right)=0.30\,\text{MeV}$；对$K=\frac{1}{2}-$态，$B_f\left(\frac{3}{2},-,\frac{1}{2}\right)=B_f\left(\frac{1}{2},-,\frac{1}{2}\right)=5.50\ \text{MeV}$，$\hbar\omega\left(\frac{3}{2},-,\frac{1}{2}\right)=\hbar\omega\left(\frac{1}{2},-,\frac{1}{2}\right)=0.60\,\text{MeV}$。这些等式假定了$K=\frac{1}{2}-$带的两个转动态是简并的。

为了求出表 V-2 第二列的A值，需要按方程(V-25)定出特定裂变道的透射系数。表 V-2 的第三列由方程(V-49)导出，它只需要A的知识。而为了计算$X_{\frac{1}{2},-}/X_{\frac{3}{2},-}$除了需要裂变宽度以外，还需要知道相应的辐射宽度与中子发射宽度。虽然，对于表V-2中的$\langle E_\gamma\rangle$值来说，由于$B_n=5.62\,\text{MeV}$，中子发射可以忽略不计

表 V-2

^{239}Pu 核$K=\frac{1}{2}-$ 和$K=\frac{3}{2}-$ 两个过渡态光致裂变的参数计算值[a]

$\langle E_f \rangle$	A	b/a	$X_{\frac{1}{2}-}/X_{\frac{3}{2}-}$	b/a
5.15	0.62	$[4.89+2.78(X_{\frac{1}{2}-}/X_{\frac{3}{2}-})]^{-1}$	0.93	0.13
5.38	0.25	$[-3.33-1.33(X_{\frac{1}{2}-}/X_{\frac{3}{2}-})]^{-1}$	0.97	−0.21
5.52	0.36	$[-5.43-2.38(X_{\frac{1}{2}-}/X_{\frac{3}{2}-})]^{-1}$	0.99	−0.13
5.70	0.47	$[-22.8-11.1(X_{\frac{1}{2}-}/X_{\frac{3}{2}-})]^{-1}$	0.99	−0.03

a $B_f\left(\frac{3}{2},-,\frac{3}{2}\right)=5.35\,\text{MeV}$, $\hbar\omega\left(\frac{3}{2},-,\frac{3}{2}\right)=0.30\,\text{MeV}$; $B_f\left(\frac{3}{2},-,\frac{1}{2}\right)=B_f\left(\frac{1}{2},-,\frac{1}{2}\right)=5.50\,\text{MeV}$, $\hbar\omega\left(\frac{3}{2},-,\frac{1}{2}\right)=\hbar\omega\left(\frac{1}{2},-,\frac{1}{2}\right)=0.60\,\text{MeV}$。

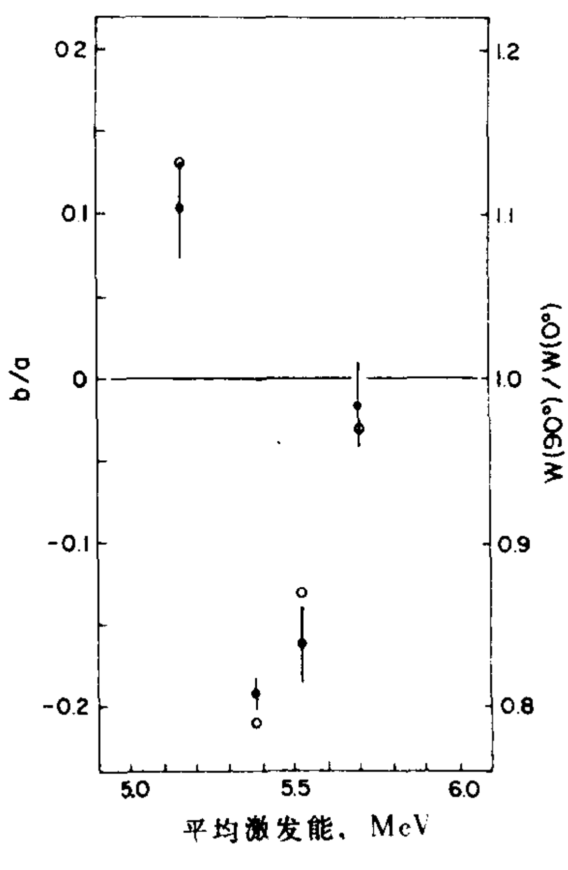


图 V-10 ^{239}Pu 光致裂变的 b/a 随平均激发能的变化。● Rabotnov 等(1966)的测量值；○ b/a 的计算值，在表 V-2 的最后一列给出且在正文中描述到。平均激发能由方程(V-50)确定。

为了计算比值 $X_{\frac{1}{2}^-}/X_{\frac{3}{2}^-}$ 随能量的变化关系，我们必须有关于 $T_{\lambda\gamma}\left(\frac{1}{2},-,E\right)$ 和 $T_{\lambda\gamma}\left(\frac{3}{2},-,E\right)$ 绝对值和能量依赖关系的知识[参考方程(V-47)]。虽然 $T_{\lambda\gamma}(J.\pi.E)$ 的能量依赖关系由方程(V-32)给出，但是，归一化因子 $2\pi\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(E')\rangle/\langle D(J,'\pi,E')\rangle$ 却必须对 ^{239}Pu 这个奇 A 核重新求出。对于 $\frac{1}{2}+$ 态，这个因子是由偶偶靶核共振中子俘获得到的数据来确定的。奇 A 核所得到的 $T_{\lambda\gamma}\left(\frac{1}{2},+,E\right)$ 值以一条实线画在图 V-11 上。对于自旋截止参数 $\sigma=6$ 时，$T_{\lambda\gamma}\left(\frac{3}{2},+,E\right)$ 的值比相应的 $T_{\lambda\gamma}\left(\frac{1}{2},+,E\right)$ 值大1.92倍。我们假定两种宇称的 $T_{\lambda\gamma}$ 值是相同的。

上述参数给出列在表 V-2 第四列中的 $X_{\frac{1}{2}^-}/X_{\frac{3}{2}^-}$ 比值。最后一列是 $\frac{b}{a}$ 值，它是从方程(V-49)和表上第四列的 $X_{\frac{1}{2}^-}/X_{\frac{3}{2}^-}$ 值计算出来的。把 $\frac{b}{a}$ 的这些计算值与实验值一起都画在图V-10中。表V-2 和图 V-10 所着重说明的是，我们能够只用两个过渡态来解释 b/a 随能量的变化关系(直到平均激发能5.7MeV为止)。b/a 值对辐射宽度的变化较不灵敏。如果 $K=\frac{1}{2}-$ 态和 $K=\frac{3}{2}-$ 态的 $\hbar\omega$ 值相同，那末，为了要给出所观察到的 b/a 随能量的变化，就需要有几个很靠近的能态。如果 $K=\frac{1}{2}-$ 态的能量最低，则 $A>\frac{1}{2}$，且 b/a 是正的。当 $K=\frac{3}{2}-$ 道开放，A 趋近 $\frac{1}{2}$，而 b/a 趋近于零。可是要使 b/a 变成负的，就需要有第二个 $K=\frac{3}{2}-$ 的道。为了用这

种方式解释实验观测的结果，这些道在能量上必须很靠近。最近发现，在大约 6 MeV 处，b/a 再次变成正的（Soldatov 等，1970）。通过 ^{238}Pu 中子裂变各向异性测量，证实了当光子能量大于中子结合能时，b/a的符号发生第二次变化。因此，实验上观察到的b/a在较大能量范围的变化，用双峰裂变势垒来解释更为合理。具体地说，b/a的结构是由于在两垒之间第二极小里的$K=\frac{3}{2}-$态（其能量接近于b/a极小值处）上的共振所致。截面的实验

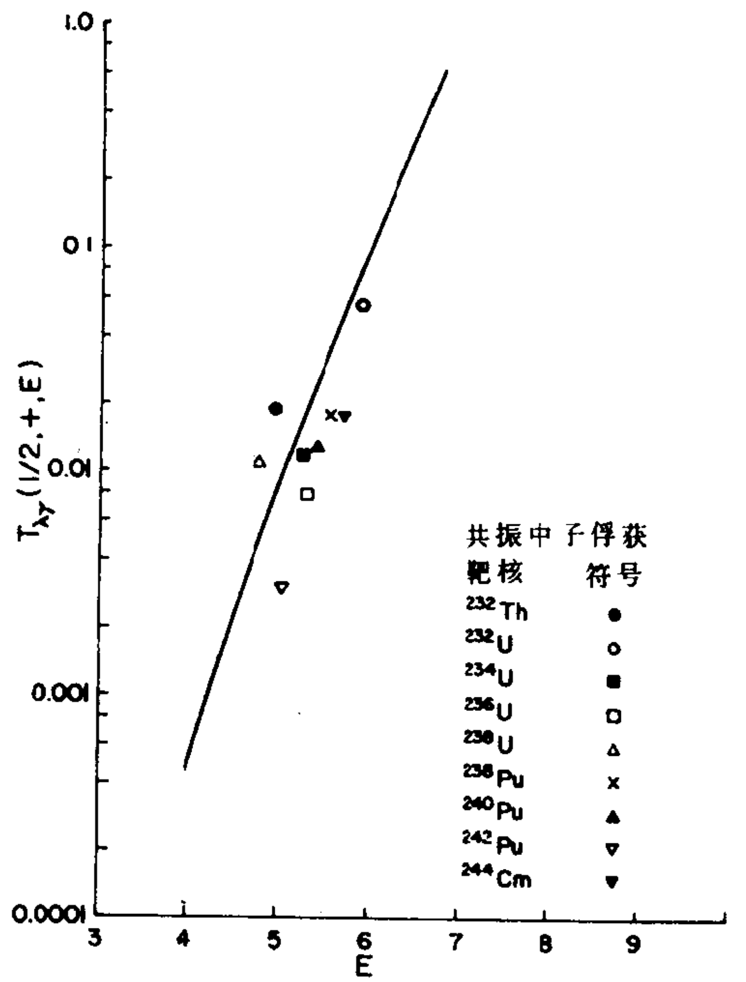


图 V-11 奇 A 重核的 $T_{\lambda\gamma}\left(\frac{1}{2},+,E\right)$ 与激发能E的依赖关系。以图上所列几个核的共振俘获实验值$2\pi\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(B_n)\rangle$除以$\langle D\left(\frac{1}{2},+,B_n\right)\rangle$而进行了归一。对于 ^{232}Th 和 ^{238}U 的共振俘获数据给以较大的权重，因为这些同位素已被更彻底研究过。实线是用方程（V-32）以 $a=30\,MeV^{-1}$ 和$\Delta=0.55\,MeV$ 计算的。

数据也与那里有一个共振的设想一致。

b. 自旋为$\frac{5}{2}$靶核的偶极光致裂变

如前所述，具有相当大自旋的奇A靶核的光致裂变导致近于各向同性的碎片角分布。在下面的讨论中，我们将较详细地给出对自旋为$\frac{5}{2}$靶核的理论预言。这些计算适用于基态自旋为$\frac{5}{2}$的象^{233}U, ^{237}Np, ^{241}Am和^{243}Am等靶核，偶极吸收导致$(J, \pm M)$为$\left(\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}\right)$、$\left(\frac{3}{2}, \pm\frac{3}{2}\right)$、$\left(\frac{5}{2}, \pm\frac{1}{2}\right)$、$\left(\frac{5}{2}, \pm\frac{3}{2}\right)$、$\left(\frac{5}{2}, \pm\frac{5}{2}\right)$、$\left(\frac{7}{2}, \pm\frac{1}{2}\right)$、$\left(\frac{7}{2}, \pm\frac{3}{2}\right)$、$\left(\frac{7}{2}, \pm\frac{5}{2}\right)$和$\left(\frac{7}{2}, \pm\frac{7}{2}\right)$的复合核态。这里每个复合核态形成的相对几率和相应的 Clebsch-Gordan 系数以及它们的值都在表 V-3上给出。在表 V-3中亦给出了对$K=\frac{1}{2}$过渡态相应的裂变碎片角分布$W^{J}_{\pm M, \pm\frac{1}{2}}(\theta)$。对于正宇称靶核的理论偶极光致裂变碎片角分布为

$$W_{K=\frac{1}{2}}(\theta)=\frac{\sum\limits_{J,M} P(J, \pm M)\left\{\frac{2T_{\lambda f}(J, -, \frac{1}{2}, E)}{T_{\lambda\gamma}(J, -, E)+2T_{\lambda f}(J, -, \frac{1}{2}, E)}\right\} W^{J}_{\pm M, \pm\frac{1}{2}}}{\sum\limits_{J,M} P(J, \pm M)\left\{\frac{2T_{\lambda f}(J, -, \frac{1}{2}, E)}{T_{\lambda\gamma}(J, -, E)+2T_{\lambda f}(J, -, \frac{1}{2}, E)}\right\}} \quad (V-51)$$

式中两种类型的透射系数由方程(V-25)和(V-32)定出。在放中子可忽略的能区，方程(V-51)成立，否则必须把 $T_{\lambda n}$ 项也包括进来。此外，在方程(V-51)中还假定：只有$K=\frac{1}{2}$的一种过渡能级对裂变有贡献。

表 V-3

偶极光子被自旋为5/2 的靶核吸收：$P(J, \pm M)$ 与 $W^{J}_{\pm m, \pm \frac{1}{2}}(\theta)$ 的计算结果

J	$C(I_0, l, J; \mu, l_m, M)$	$\lvert C^{I_0, l, J}_{\mu, l_m, M}\rvert^2$		$(J, \pm M)$	$P(J, \pm M)$	$W^{J}_{\pm M, \pm \frac{1}{2}}(\theta)$
1.5	C(2.5, 1.0, 1.5; 1.5, −1.0, 0.5)	0.400000	1.200000	$(\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2})$	0.100000	$\frac{1}{4}(1+3\cos^2\theta)$
	C(2.5, 1.0, 1.5; −0.5, 1.0, 0.5)	0.200000				
	C(2.5, 1.0, 1.5; 0.5, −1.0, −0.5)	0.200000				
	C(2.5, 1.0, 1.5; −1.5, 1.0, −0.5)	0.400000				
	C(2.5, 1.0, 1.5; 2.5, −1.0, 1.5)	0.666667	1.466668	$(\frac{3}{2}, \pm\frac{3}{2})$	0.122222	$\frac{3}{4}(1-\cos^2\theta)$
	C(2.5, 1.0, 1.5; 0.5, 1.0, 1.5)	0.066667				
	C(2.5, 1.0, 1.5; −0.5, −1.0, −1.5)	0.066667				
	C(2.5, 1.0, 1.5; −2.5, 1.0, −1.5)	0.666667				
2.5	C(2.5, 1.0, 2.5; 1.5, −1.0, 0.5)	0.457143	1.942858	$(\frac{5}{2}, \pm\frac{1}{2})$	0.161905	$\frac{3}{8}(1-2\cos^2\theta+5\cos^4\theta)$
	C(2.5, 1.0, 2.5; −0.5, 1.0, 0.5)	0.514286				
	C(2.5, 1.0, 2.5; 0.5, −1.0, −0.5)	0.514286				
	C(2.5, 1.0, 2.5; −1.5, 1.0, −0.5)	0.457143				
	C(2.5, 1.0, 2.5; 2.5, −1.0, 1.5)	0.285714	1.485714	$(\frac{5}{2}, \pm\frac{3}{2})$	0.123810	$\frac{3}{16}(1+14\cos^2\theta-15\cos^4\theta)$
	C(2.5, 1.0, 2.5; 0.5, 1.0, 1.5)	0.457143				
	C(2.5, 1.0, 2.5; −0.5, −1.0, −1.5)	0.457143				
	C(2.5, 1.0, 2.5; −2.5, 1.0, −1.5)	0.285714				
	C(2.5, 1.0, 2.5; 1.5, 1.0, 2.5)	0.285714	0.571428	$(\frac{5}{2}, \pm\frac{5}{2})$	0.047619	$\frac{15}{16}(1-2\cos^2\theta+\cos^4\theta)$
	C(2.5, 1.0, 2.5; −1.5, −1.0, −2.5)	0.285714				
3.5	C(2.5, 1.0, 3.5; 1.5, −1.0, 0.5)	0.142857	0.857142	$(\frac{7}{2}, \pm\frac{1}{2})$	0.071429	$\frac{1}{32}(9+45\cos^2\theta-165\cos^4\theta+175\cos^6\theta)$
	C(2.5, 1.0, 3.5; −0.5, 1.0, 0.5)	0.285714				
	C(2.5, 1.0, 3.5; 0.5, −1.0, −0.5)	0.285714				
	C(2.5, 1.0, 3.5; −1.5, 1.0, −0.5)	0.142857				
	C(2.5, 1.0, 3.5; 2.5, −1.0, 1.5)	0.047619	1.047618	$(\frac{7}{2}, \pm\frac{3}{2})$	0.087302	$\frac{15}{32}(1-7\cos^2\theta+27\cos^4\theta-21\cos^6\theta)$
	C(2.5, 1.0, 3.5; 0.5, 1.0, 1.5)	0.476190				
	C(2.5, 1.0, 3.5; −0.5, −1.0, −1.5)	0.476190				
	C(2.5, 1.0, 3.5; −2.5, 1.0, −1.5)	0.047619				
	C(2.5, 1.0, 3.5; 1.5, 1.0, 2.5)	0.714286	1.428572	$(\frac{7}{2}, \pm\frac{5}{2})$	0.119048	$\frac{5}{32}(1+33\cos^2\theta-69\cos^4\theta+35\cos^6\theta)$
	C(2.5, 1.0, 3.5; −1.5, −1.0, −2.5)	0.714286				
	C(2.5, 1.0, 3.5; 2.5, 1.0, 3.5)	1.000000	2.000000	$(\frac{7}{2}, \pm\frac{7}{2})$	0.166667	$\frac{35}{32}(1-3\cos^2\theta+3\cos^4\theta-\cos^6\theta)$
	C(2.5, 1.0, 3.5; −2.5, −1.0, −3.5)	1.000000				

在 $T_{\lambda f}(J,-,\frac{1}{2},E) \gg T_{\lambda\gamma}(J,-,E)$ 以及 $T_{\lambda f}(J,-,\frac{1}{2},E)$ 与 J 无关（即一特定能带中各转动能级的裂变透射系数相等）的极限情况下，方程（V-51）简化为

$$W_{K=\frac{1}{2}}(\theta)=\sum_{J,M}P(J,\pm M)W^{J}_{\pm M,\pm\frac{1}{2}}(\theta)$$

$$=0.4857+0.0214\sin^2\theta \qquad (\text{V-52})$$

方程（V-52）给出 $b/a=0.44$ 和 $W(90°)/W(0°)=1.044$。因此，在上述对 $K=\frac{1}{2}$ 过渡态所作的特定假设下，自旋为 $\frac{5}{2}$ 靶核的偶极光致裂变，预期裂变碎片有4%的各向异性。为了计算方程（V-52）的系数 a 和 b 所需的各个 $P(J,\pm M)$ 和 $W^{J}_{\pm M,\pm\frac{1}{2}}(\theta)$ 值列在表V-3上。

对 $K=\frac{3}{2},\frac{5}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$ 能级的理论光致裂变碎片角分布可写成与方程（V-51）类似的形式。同样，如果假定 γ 射线透射系数可以忽略，一特定 K 带的 $T_{\lambda f}(J,-,K,E)$ 值与 J 无关，则对于 $K=\frac{3}{2}$、$\frac{5}{2}$ 和 $\frac{7}{2}$ 能级，将分别得到下列角分布，

$$W_{K=\frac{3}{2}}(\theta)=0.483+0.026\sin^2\theta,\quad b/a=0.054 \qquad (\text{V-53})$$

$$W_{K=\frac{5}{2}}(\theta)=0.398+0.153\sin^2\theta,\quad b/a=0.385 \qquad (\text{V-54})$$

$$W_{K=\frac{7}{2}}(\theta)=0.750-0.375\sin^2\theta,\quad b/a=-0.500 \qquad (\text{V-55})$$

方程（V-54）和（V-55）是两种方向相反而各向异性很明显的角分布。为计算方程（V-53）到（V-55）所需要的参数列在表V-4中。

如果在过渡核中，相同数目的 $K=\frac{1}{2}$、$\frac{3}{2}$、$\frac{5}{2}$、$\frac{7}{2}$ 过渡态在

表 V-4

偶极光子被自旋为5/2的靶核吸收；$P(J,\pm M)$, $W^J_{\pm M,\pm\frac{3}{2}}(\theta)$, $W^J_{\pm M,\pm\frac{5}{2}}(\theta)$, 和 $W^J_{\pm M,\pm\frac{7}{2}}(\theta)$ 的表

$(J,\pm M)$	$P(J,\pm M)$	$W^J_{\pm M,\pm\frac{3}{2}}(\theta)$	$W^J_{\pm M,\pm\frac{5}{2}}(\theta)$	$W^J_{\pm M,\pm\frac{7}{2}}(\theta)$
$(\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2})$	0.100000	$\frac{3}{4}(1-\cos^2\theta)$		
$(\frac{3}{2},\pm\frac{3}{2})$	0.122222	$\frac{1}{4}(1+3\cos^2\theta)$		
$(\frac{5}{2},\pm\frac{1}{2})$	0.161905	$\frac{3}{16}(1+14\cos^2\theta-15\cos^4\theta)$	$\frac{15}{16}(1-2\cos^2\theta+\cos^4\theta)$	
$(\frac{5}{2},\pm\frac{3}{2})$	0.123810	$\frac{3}{32}(9-38\cos^2\theta+45\cos^4\theta)$	$\frac{15}{32}(1+2\cos^2\theta-3\cos^4\theta)$	
$(\frac{5}{2},\pm\frac{5}{2})$	0.047619	$\frac{15}{32}(1+2\cos^2\theta-3\cos^4\theta)$	$\frac{3}{32}(1+10\cos^2\theta+5\cos^4\theta)$	
$(\frac{7}{2},\pm\frac{1}{2})$	0.071429	$\frac{15}{32}(1-7\cos^2\theta+27\cos^4\theta-21\cos^6\theta)$	$\frac{5}{32}(1+33\cos^2\theta-69\cos^4\theta+35\cos^6\theta)$	$\frac{35}{32}(1-3\cos^2\theta+3\cos^4\theta-\cos^6\theta)$
$(\frac{7}{2},\pm\frac{3}{2})$	0.087302	$\frac{1}{32}(1+261\cos^2\theta-765\cos^4\theta+567\cos^6\theta)$	$\frac{3}{32}(9-59\cos^2\theta+155\cos^4\theta-105\cos^6\theta)$	$\frac{21}{32}(1+\cos^2\theta-5\cos^4\theta+3\cos^6\theta)$
$(\frac{7}{2},\pm\frac{5}{2})$	0.119048	$\frac{3}{32}(9-59\cos^2\theta+155\cos^4\theta-105\cos^6\theta)$	$\frac{1}{32}(25-51\cos^2\theta-85\cos^4\theta+175\cos^6\theta)$	$\frac{7}{32}(1+9\cos^2\theta-5\cos^4\theta-5\cos^6\theta)$
$(\frac{7}{2},\pm\frac{7}{2})$	0.166667	$\frac{21}{32}(1+\cos^2\theta-5\cos^4\theta+3\cos^6\theta)$	$\frac{7}{32}(1+9\cos^2\theta-5\cos^4\theta-5\cos^6\theta)$	$\frac{1}{32}(1+21\cos^2\theta+35\cos^4\theta+7\cos^6\theta)$

能量上是简并的，则方程(V-52)至(V-55)这些近似式导致各向同性的裂变碎片角分布。在这一计算中，我们必须引入合理的权因子，它们考虑到$J=\frac{7}{2}$复合核态是经过四个过渡态$\left(K=\frac{7}{2}、\frac{5}{2}、\frac{3}{2}及\frac{1}{2}\right)$而裂变的，$J=\frac{5}{2}$复合核态则经过三个过渡态$\left(K=\frac{5}{2}、\frac{3}{2}及\frac{1}{2}\right)$，$J=\frac{3}{2}$复合核态经过两个过渡态$\left(K=\frac{3}{2}及\frac{1}{2}\right)$，$J=\frac{1}{2}$复合核态经过一个过渡态$\left(K=\frac{1}{2}\right)$。

在高于裂变势垒的能区，统计理论[参看方程(Ⅵ-5)] 预言$K=\frac{1}{2}、\frac{3}{2}、\frac{5}{2}、\frac{7}{2}$态有近似相等的数目。因此，预期在该能区偶极光致裂变角分布各向同性。用能量大于8MeV的电子产生的轫致辐射做的实验，已表明在较大实验误差范围内角分布基本上是各向同性的(Baerg等，1959)。没有报道过自旋为$\frac{5}{2}$的奇A靶核在很低能区的实验。如果裂变的大部分贡献来自单个特定K态，例如$K=\frac{5}{2}$或$K=\frac{7}{2}$，理论上可得到相当大的各向异性。因之，象^{233}U、^{237}Np、^{241}Am和^{243}Am这类靶核的低能光致裂变，是决定这类核最低伏过渡态量子数的灵敏方法。对大自旋靶核，光致吸收强烈激发高自旋态，$J=I_0+1$、I_0及I_0-1。从而，所有$K\leqslant J$的过渡态原则上都可以被激发。通过偶极光子吸收激发的过渡态的宇称总是与靶核的宇称相反。

c. 自旋为$\frac{7}{2}$靶核的偶极光致裂变

对于自旋为$\frac{7}{2}$靶核(例如^{235}U)的偶极光致裂变，理论角分布的计算与上节对于自旋为$\frac{5}{2}$靶核所描述的相似。在作了与计算方

程(V-52)时同样的假设后，各种K态的理论角分布等于

$$W_{K=\frac{1}{2}}(\theta)=0.492+0.012\sin^2\theta \tag{V-56}$$

$$W_{K=\frac{3}{2}}(\theta)=0.491+0.013\sin^2\theta \tag{V-57}$$

$$W_{K=\frac{5}{2}}(\theta)=0.489+0.016\sin^2\theta \tag{V-58}$$

$$W_{K=\frac{7}{2}}(\theta)=0.398+0.153\sin^2\theta \tag{V-59}$$

$$W_{K=\frac{9}{2}}(\theta)=0.750-0.375\sin^2\theta \tag{V-60}$$

C. 中子引起的裂变

1. 奇A过渡核

(偶偶靶核中子裂变过程中形成的)

偶偶核的中子裂变对于中间奇A过渡核的能级结构提供了一个灵敏探针。为了达到几种偶偶靶核的裂变阈，需要用能量为几百 keV 的中子。因此在裂变势垒附近和裂变势垒以下能区，有可能用单能中子束来研究奇A过渡核的碎片角分布和截面。

Wilets 和 Chase (1956)首次用过渡核的一个特定K态来解释裂变碎片角分布。他们对1.6 MeV 中子引起^{232}Th裂变时，在中间角出现峰值(峰不在0°或90°)的碎片角分布提出了解释。也必须提到 Lamphere(1962)早期更详细的工作。他考察了^{234}U(n、f)反应的裂变碎片各向异性 $\sigma_f(0°)/\sigma_f(90°)$随中子能量的变化，且用不同$K$带组成的新裂变道来解释这种变化。

对于零自旋偶偶靶核的中子裂变，$I_0=0$，方程(V-3)明白地给出裂变碎片角分布为

$$W^J_{\pm\frac{1}{2},\pm K}(\theta)=\frac{(2J+1)}{4}\left\{\left|d^J_{\frac{1}{2},K}(\theta)\right|^2+\left|d^J_{-\frac{1}{2},K}(\theta)\right|^2\right\} \tag{V-61}$$

因为靶核自旋为零，中子自旋为$\frac{1}{2}$，只有两个M值是允许的，即

$M=\pm\frac{1}{2}$，两者的形成几率相等。根据对称关系$\left|d^J_{\frac{1}{2},K}(\theta)\right|^2=$

$|d^{J}_{-\frac{1}{2},-K}(\theta)|^2$和$|d^{J}_{-\frac{1}{2},K}(\theta)|^2=|d^{J}_{\frac{1}{2},-K}(\theta)|^2$，方程（V-61）已被简化，且是归一的，使

$$\int_0^{\pi} W^{J}_{\pm\frac{1}{2},\pm K}(\theta)\sin\theta d\theta=1$$

已经讨论过，有关过渡核低伏能级的知识，可从裂变碎片角分布获得。对偶偶靶核中子裂变，按方程（V-61）计算的不同J，K过渡态的理论碎片角分布表示在图 V-12和图 V-13中。值得注

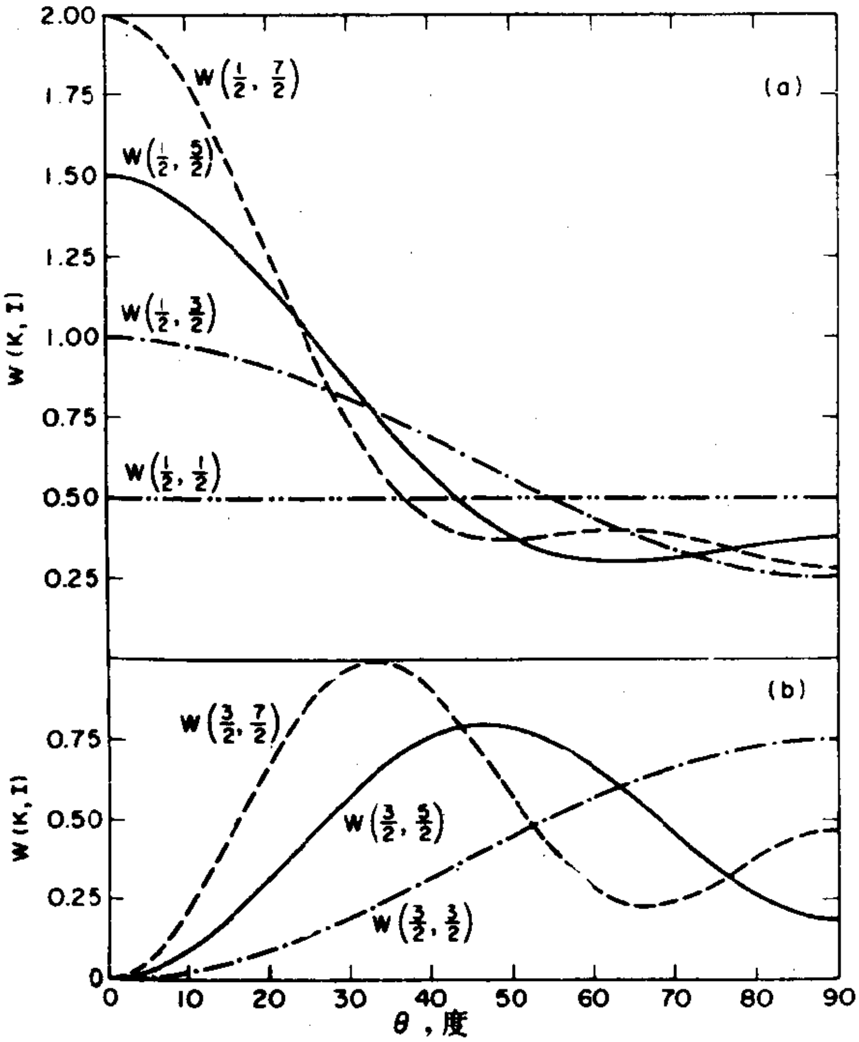


图 V-12　用方程（V-61）计算偶偶靶核中子裂变的理论裂变碎片角分布。量子化轴沿束流方向，在结果中包含M的两个值，$+\frac{1}{2}$和$-\frac{1}{2}$。

(a)通过$K=\frac{1}{2}$带$J=\frac{1}{2}$、$\frac{3}{2}$、$\frac{5}{2}$、$\frac{7}{2}$各态裂变。每条曲线是归一的，使

$$\int_0^{\pi} W^{J}_{\pm\frac{1}{2},\pm K}(\theta)\sin\theta d\theta=1$$

(b)通过$K=\frac{3}{2}$带$J=\frac{3}{2}$、$\frac{5}{2}$、$\frac{7}{2}$各态裂变。每条曲线象(a)中一样归一。

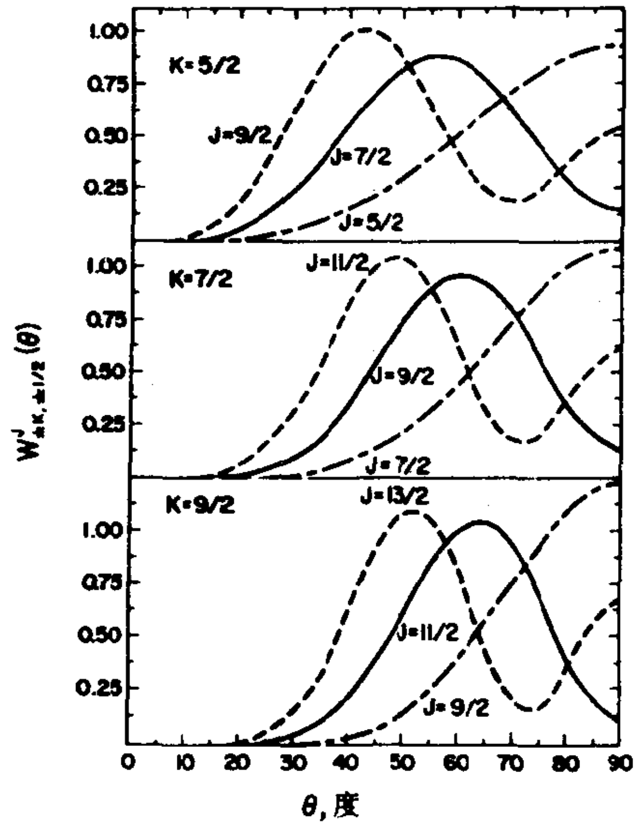


图 V-13　图V-12的继续，相应于$K=\frac{5}{2}$、$\frac{7}{2}$和$\frac{9}{2}$带。

意的是，$K=\frac{1}{2}$带的各转动态给出碎片的角分布，在中子方向上出现峰值，而所有其它的K带在与中子束成 0°角处的碎片产额为零。粗略研究一下图V-12和V-13中的曲线可知，总起来说，不同过渡态给出的碎片角分布很不相同。虽然$\sigma_f(0°)/\sigma_f(90°)$各向异性值也许不能作为态的灵敏的表征，在许多情况下，完整的碎片角分布确实可以为过渡态提供灵敏的鉴别。

实验上裂变截面和碎片角分布随能量的变化曲线是在势垒附近测量的，那里只有一个或少数几个裂变道有贡献。一个过渡态用J, K, π(宇称)表征，还用它的势垒能量$B(J, \pi, K)$和确定势垒曲率的特征能量$\hbar\omega(J, \pi, K)$来表征。截面提供全部开放或部分开放的裂变道数目的量度。在这里所作的中子裂变分析中，我们运用截面和角分布两种数据去推导出有关过渡态的量子数和它们的特征能量的知识(Vandenbosch, 1967; Behkami等，1968 a)。分别拟合截面或角分布随能量的变化关系有时是较

为容易的，而同时拟合这两类数据，却能更好地求出过渡态的参数来。

俘获能量为几百 keV 的中子，会形成有几种 J值的复合核。如令中子自旋为s，轨道角动量为l，靶核自旋$I_0=0$，则 J值为$|l\pm s|$。每个J值的相对几率可从光学模型中子透射系数来确定。在将要描述的计算中，我们假设是复合核的形成和衰变。此外，我们明确假定不同入射道和出射道的分宽度是互无关联的。在下面几段中，我们叙述对特定出射道的截面计算。一个特定过程的总截面是对该过程各单个出射道截面求和而得到的。全截面则是对于不同类型的出射道，即裂变、中子发射和γ射线发射的截面求和而得。

对于中子轰击偶偶核，分波l、入射道 α、出射道 α'在总角动量 J的孤立共振 λ附近的截面，Breit-Wigner公式给出为

$$\sigma_{Jl}^{\alpha\alpha'}=\frac{(2J+1)}{2}\frac{\pi}{k^2}\frac{\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha)}\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha')}}{(E_\lambda-E)^2+(\Gamma_{\lambda J}/2)^2} \tag{V-62}$$

式中E_λ为共振能量，$\frac{k}{2\pi}$为入射中子的波数，$\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha)}$为入射道 α 的分宽度，$\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha')}$为出射道 α'的分宽度，而$\Gamma_{\lambda J}$为共振的总宽度。分母中的因子 2 来自$(2I_0+1)(2s+1)$乘积，因靶核自旋$I_0=0$，中子自旋$s=\frac{1}{2}$。

在$E=E_\lambda$处共振截面峰值为

$$\sigma_{Jl}^{\alpha\alpha'}=\frac{2(2J+1)\pi}{k^2}\frac{\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha)}\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha')}}{\Gamma_{\lambda J}^2} \tag{V-63}$$

把截面对整个共振积分，得

$$\int_{-\infty}^{E-E_\lambda=\infty}\sigma_{Jl}^{\alpha\alpha'}dE=\frac{2(2J+1)\pi}{k^2}\;\frac{\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha)}\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha')}}{\Gamma_{\lambda J}^2}$$

$$\int_{-\infty}^{E-E_\lambda=\infty}\frac{(\Gamma_{\lambda J}/2)^2}{(E_\lambda-E)^2+(\Gamma_{\lambda J}/2)^2}dE \qquad (\text{V-64})$$

式中右边的积分等于$\frac{\pi\Gamma_{\lambda J}}{2}$。因之，对一个共振的积分截面表示为

$$\int_{-\infty}^{E-E_\lambda=\infty}\sigma_{Jl}^{\alpha\alpha'}dE=\frac{(2J+1)\pi^2}{k^2}\;\frac{\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha)}\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha')}}{\Gamma_{\lambda J}} \qquad (\text{V-65})$$

如果在一个能量间隔ΔE中，有n个给定总角动量和宇称的共振，那末，复合核能级之间的平均距离$\langle D_{\lambda J}\rangle=\frac{\Delta E}{n}$，对能量间隔$\Delta E$中的$n$个共振的平均截面是把方程（V-65）的两边都乘以$n/\Delta E$而得到的。

$$\langle\sigma_{Jl}^{\alpha\alpha'}\rangle=\frac{(2J+1)\pi^2}{\langle D_{\lambda J}\rangle k^2}\quad\left\langle\frac{\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha)}\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha')}}{\Gamma_{\lambda J}}\right\rangle \qquad (\text{V-66})$$

实验上中子束的能量分辨比$\langle D_{\lambda J}\rangle$大得多。因此，测量的截面应与按许多共振平均计算的理论截面相比较。因为，一般说来，比值的平均值不等于每个量平均值之比，我们不能用$\langle\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha)}\rangle\langle\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha')}\rangle/\langle\Gamma_{\lambda J}\rangle$代替$\langle\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha)}\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha')}/\Gamma_{\lambda J}\rangle$。

定义一个量$S_{\alpha\alpha'}$（能级宽度涨落修正因子）为（Moldauer, 1961）

$$S_{\alpha\alpha}=\frac{\left\langle\frac{\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha)}\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha')}}{\Gamma_{\lambda J}}\right\rangle}{\frac{\langle\Gamma_{\lambda Jl}^{\alpha}\rangle\ \langle\Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha')}\rangle}{\langle\Gamma_{\lambda J}\rangle}} \qquad (\text{V-67})$$

并且把方程(V-67)代入到方程(V-66)中，我们得到

$$\langle \sigma_{Jl}^{\alpha\alpha'} \rangle = \frac{\pi^2}{k^2}(2J+1)\frac{\langle \Gamma_{\lambda Jl}^{(\alpha)} \rangle \quad \langle \Gamma_{\lambda Jl'}^{(\alpha')} \rangle}{\langle D_{\lambda J} \rangle \quad \langle \Gamma_{\lambda J} \rangle} S_{\alpha\alpha} \quad (V-68)$$

应用方程(V-68)并适当求和，我们就可以计算裂变分截面以及其它分截面，例如中子和 γ射线发射截面。

通过(J, π, K)出射道裂变的分宽度，已由方程(V-24)确定。通过一个倒置抛物线势垒裂变的透射系数由方程(V-25)定出。复合核激发能E为中子结合能B_n与中子动能E_n之和。过渡核特定K带转动能级的裂变势垒高度以下式计算，

$$B_f(J, \pi, K) = B_0(\pi, K) + \frac{\hbar^2}{2\mathscr{I}_\perp}\left\{ J(J+1) - a(-1)^{J+\frac{1}{2}}\left(J+\frac{1}{2}\right)\delta_{K,\frac{1}{2}}\right\} \quad (V-69)$$

式中$B_0(\pi, K)$对特定(π, K)转动带为常数，$\mathscr{I}_\perp$为有效转动惯量，a为$K=\frac{1}{2}$带的去偶常数，而$\delta_{K,\frac{1}{2}}$为Kronecker delta 函数。在大多数计算中，我们假定$\hbar^2/2\mathscr{I}_\perp$等于5 keV。而$a=1$。这些参数的变化对裂变分宽度的影响将在本节后面讨论。

方程(V-68)里的中子入射道与出射道的分宽度用光学模型中子透射系数代替，其关系类似方程(V-24)，

$$\langle \Gamma_{\lambda n}(J, \pi, l, E) \rangle = \frac{\langle D_{\lambda J\pi} \rangle}{2\pi} T_{\lambda n}(J, \pi, l, E) . \quad (V-70)$$

除非另有说明，我们都用Perey-Buck光学模型（Auerbach 和 Perey，1962）的中子透射系数。

γ发射(即辐射)道假定为偶极γ射线发射，并用统计模型能级密度来处理。γ射线发射的透射系数$T_{\lambda\gamma}(J, \pi, E)$随能量的变化由方程(V-32)确定。计算$T_{\lambda\gamma}(J, \pi, E)$需要的函数在方程(V-29)和(V-30)中给出。在实际计算中，我们用的参数值

为 $a=30\text{MeV}^{-1}$，$\Delta=0.55\text{MeV}$，$\sigma=6$，而 $2\pi\langle\Gamma_{\lambda\gamma}(B_n)\rangle/\langle D(\frac{1}{2},\ \pi,\ B_n)\rangle$在中子结合能处的值取自图Ⅴ-11（偶偶靶的中子俘获给出奇A复合核）。

方程（Ⅴ-68）的分母含有对复合核自旋J的所有竞争道的平均总宽度$\langle\Gamma_{\lambda J}\rangle$。因此，对一个特定道截面的计算，除了要考虑到能级宽度涨落以外，类似于标准的Hauser-Feshbach（1952）计算。如同在Hauser-Feshbach 计算中一样，我们假定在不同的入射道与出射道之间没有干涉；因之，每个道是完全确定的，它的分宽度不以任何方式与其它道的分宽度相关联。

按照方程（Ⅴ-24）、（Ⅴ-70）和（Ⅴ-32）把分别用透射系数定出的裂变、中子和γ射线宽度代入方程（Ⅴ-68）中，我们能够把零自旋靶核某特定裂变道（J，π，K）的中子裂变截面写成下列形式（Huizenga等，1969），

$$\sigma_f(J,\pi,K,E)=\frac{1}{2}\pi\lambda\!\!\!^{-2}(2J+1)$$

$$\left\{T_{\lambda n}^{l-\frac{1}{2}}(J,\pi,l,E_n)+T_{\lambda n}^{l+\frac{1}{2}}(J,\pi,l,E_n)\right\}R \quad (\text{V-71})$$

式中

$$R=2T_{\lambda f}(J,\pi,K,E)S_{\alpha\alpha'}\Big/$$

$$\left\{\sum_i 2T_{\lambda f}(J,\pi,K,E)+\sum_{I'}\sum_j T_{\lambda n}(J,\pi,l,E_n)+T_{\lambda\gamma}(J,\pi,E)\right\}$$

对i求和代表对所有宇称为π和$K\leqslant J$的裂变过渡态取和。因子2代表$h(K)$，它考虑了半整数K值的二度简并（$\pm K$）。因此，按方程（Ⅴ-71）给出的截面σ_f（j，π，K，E）是对两种K投影而言的。对j（这里$j=l\pm\frac{1}{2}$）求和，代表对复合核态J衰变成自旋为I'的剩余核过程中所允许的全部中子透射系数取和。这一

求和的下限为$j=|J-I'|$，上限为$j=|J+I'|$。对一特定l值，根据自旋与宇称的条件是否对两个道自旋j值满足、对一个道自旋j值满足或都不满足，在对j求和中，分别可以有两个或一个相应的中子穿透系数值，或一个都没有。另外还需要对经过中子发射达到的剩余核的全部I'能级求和。

在附加假定各种分宽度遵从方程(Ⅳ-3)定义的χ^2分布的条件下，计算了由方程(Ⅴ-67)定义的能级宽度涨落修正因子$S_{\alpha\alpha'}$。我们假定中子分宽度与裂变分宽度都具有自由度为1的χ^2分布($\nu=1$的 Porter-Thomas 分布)。对$\nu=1$，当$\alpha\neq\alpha'$时，$S_{\alpha\alpha'}$从1变到$\frac{1}{2}$，当$\alpha=\alpha'$时，$S_{\alpha\alpha'}$从1变到3(即复合弹性散射增强)。至于辐射道，众所周知，ν是比较大的。

(n，f)反应的初始阶段是形成有特定(J,π)分布的复合核。这复合核通过裂变、发射中子或发射γ射线而衰变。中子发射导致靶核的各种能态，γ射线发射布居复合核的各种能态，而裂变则通过过渡核态发生。方程(Ⅴ-71)用来计算建立在过渡核特定能态(π，K)上的转动带每个成分(J，π)的分裂变截面。如果用$\sigma_f(J,\pi,K,E)$来表示依照方程(Ⅴ-71)算出的特定能态(J,π,K,E)的裂变截面，那末，总裂变截面将为

$$\sigma_f(E)=\sum_{J,\pi,K}\sigma_f(J,\pi,K,E) \qquad (Ⅴ\text{-}72)$$

而碎片角分布为

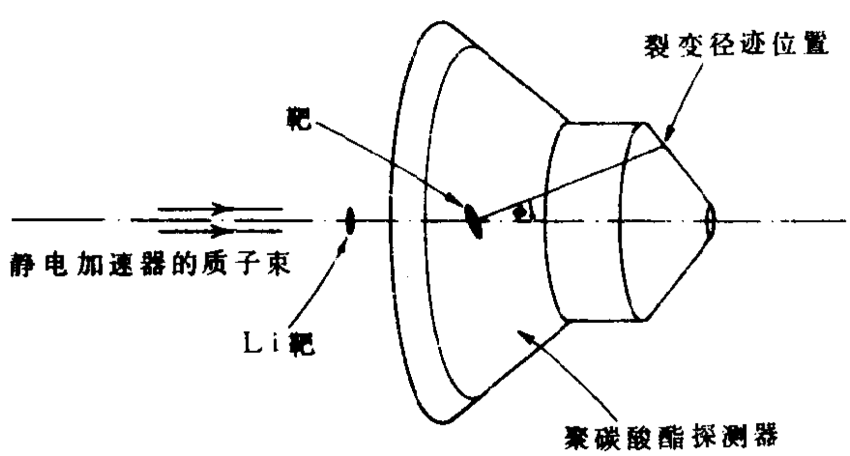
$$W(\theta,E)=\sum_{J,\pi,K}\sigma_f(J,\pi,K,E)W^J_{\pm\frac{1}{2},\pm K}(\theta) \qquad (Ⅴ\text{-}73)$$

式中$W^J_{\pm\frac{1}{2},\pm K}(\theta)$由(Ⅴ-61)确定。由于零自旋偶偶靶核的中子裂变只有两个M值是可能的，即$\pm\frac{1}{2}$，因此量子数M在方程(Ⅴ-72)和(Ⅴ-73)的求和中不出现。这两个M值是等几率的，并且这两个投影都已经包含在$\sigma_f(J,\pi,K,E)$和$W^J_{\pm\frac{1}{2},\pm K}(\theta)$中了。方程(Ⅴ-72)和(Ⅴ-73)中对$K$求和是仅对两个可能投影$K(\pm K)$之一进行的，因为方程包含$K$的简并。

借助上述方程，通过确定过渡核可达到的态的数目和每个态相关的 J、π、K、B_0和$\hbar\omega$值，以及发射中子后达到状态的能量和量子数，还有早先讨论过的 γ射线衰变的各参数值，能够计算任何入射中子能量的裂变截面和角分布。在实际做的时候，通过改变可达到的过渡核态的数目和每个态相联系的参数 J、π、K、B_0和$\hbar\omega$，我们寻求对实验裂变截面的能量变化和角分布数据的最佳拟合。在这些计算中假定，对一个特定的（π,K）带，$\hbar\omega(J, \pi, K, E)$为常数。

因为近阈裂变截面低，通常需要用高效率的方法来测量裂变碎片角分布。一种这样的方法是利用固体核径迹探测器。我们知道，裂变碎片进入若干绝缘物质造成的辐照损伤区域，能够通过化学蚀刻扩大到能用光学显微镜来观察。通过选择适当的物质，能够在存在低质量数粒子的高本底场下唯一地记录裂变事件数。

一种用于研究中子裂变碎片角分布的探测器装置画在图V-14上。这种探测器为200微米厚的聚碳酸酯(Makrofol)。它的形状做成：底部为截顶圆锥，其上支承一段圆柱，圆柱又支承一个顶锥。顶锥的顶部被切成33°角，使在0°极角附近的顶端有一椭圆断面。选择这种几何的理由是：



图V-14　用近于2π几何测量裂变碎片角分布的实验安排示意图。

（a）它保证从底锥基底中心的源上发出的所有裂变碎片将以20°与70°之间的角度进入探测器物质，于是确保适当的径迹记录；

（b）探测器的对称性能够保证迅速读出数据，因为沿一个垂直于对称轴（束轴）的圆环上的全部径迹对应同一角度 θ；

（c）它能提供在近阈的低截面区域测量角分布所必要的 2π 几何。

在照射后，探测器物质被化学蚀刻（6N NaOH在70℃下40分钟，或者在室温下50小时），得到的碎片"径迹"用光学显微镜进行观察。

为了读数据，我们只要在探测器的圆锥或圆柱部分垂直于对称轴（束方向）的给定圆环里数出碎片径迹数目就可以，碎片与束流方向的夹角 θ是从已知几何结构测量距离来计算的。

可以用来产生单能中子的一个反应是^{7}Li(p, n)^{7}Be反应。来自这个反应的中子能散度主要由锂靶厚度和裂变靶张角大小决定。

由这种反应得到的中子强度取决于几个因素，每微安质子流、每keV Li 靶厚度、每立体弧度的中子强度约为每秒2×10^5 个中子。^{7}Li(p,n)^{7}Be反应的Q值为1.645MeV，运用一台4MeV 静电加速器很容易产生能量直到2MeV 的中子。该反应的一个缺点是混有一群来自^{7}Li(p, n)^{7}Be*反应（而^{7}Be留在477keV的第一激发态）的低强度的低能中子。

^{232}Th、^{234}U、^{236}U和^{242}Pu单能中子裂变的实验碎片角分布表示在图V-15至V-18中。

采用在本节中提出的理论框架，我们现在能够利用中子裂变截面数据和角分布数据来定出过渡核能级的K量子数和能量。实际计算以下列方式进行。选择一个或一个以上的特定K、π态（总是把所选择各K值的转动带成员都包括在内）。此外，以适当选择$B_0(\pi, K)$和$\hbar\omega(J, \pi, K)$两者的增量的办法来选取这些值的范围。计算机程序依次对参数$B_0(\pi, K)$和$\hbar\omega(J,\pi,K)$组的每种组合计算$\sigma_f(E)$和$W(\theta,E)$的理论值，且把这些值随

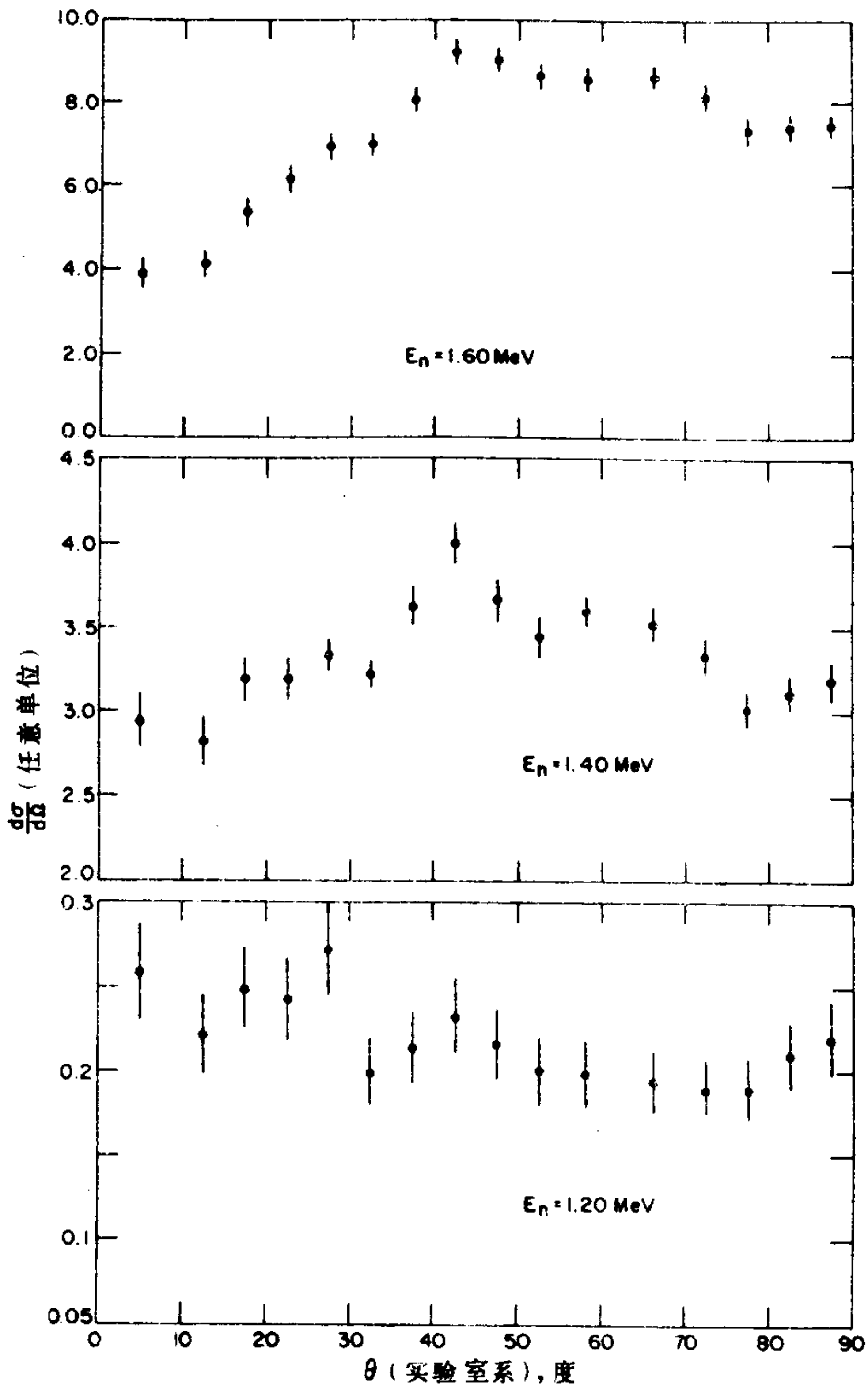


图 V-15 ^{232}Th（n,f）反应在三种入射中子能量下的裂变碎片角分布。中子能量分辨为±20keV。［根据Behkami等（1968b）。］

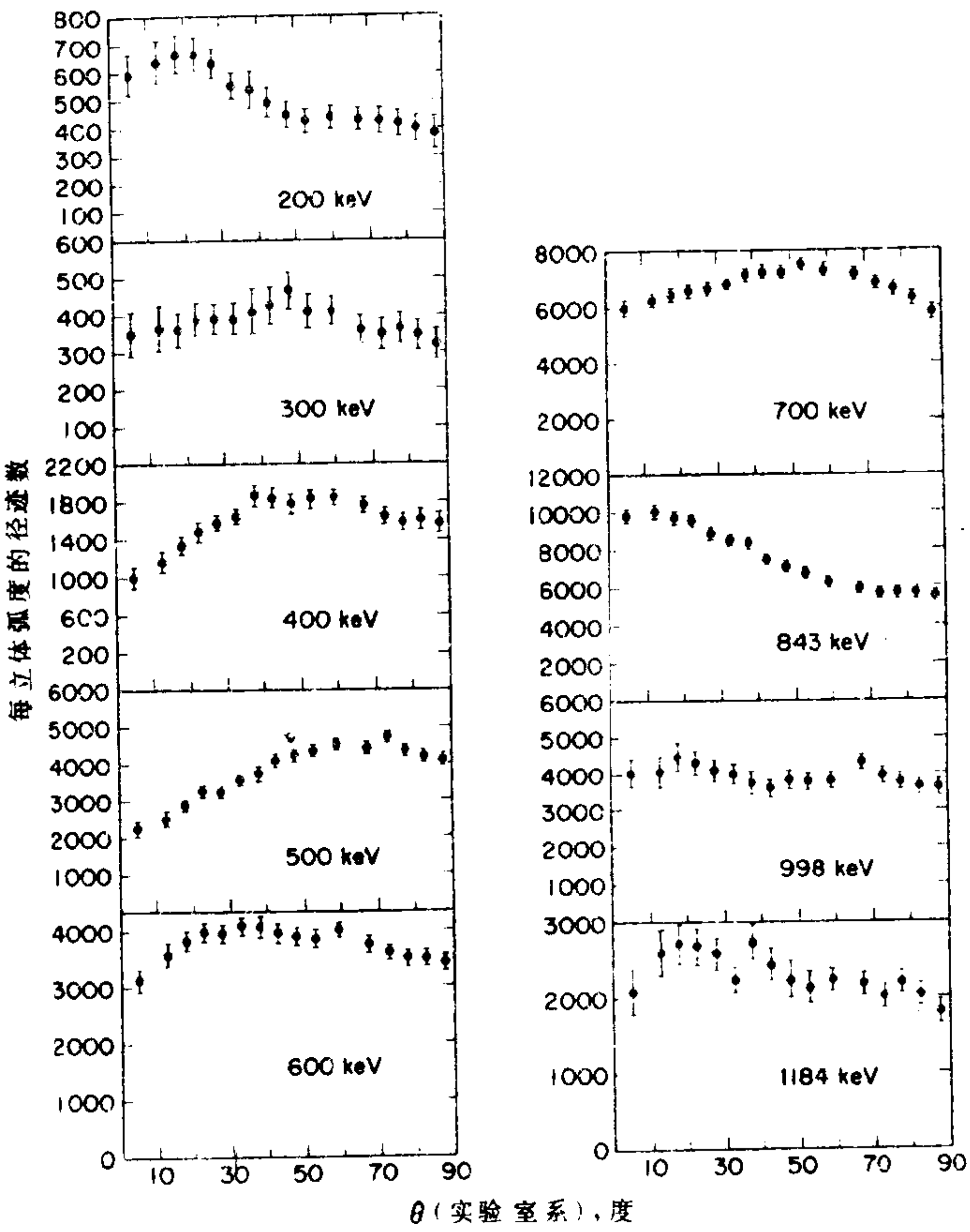
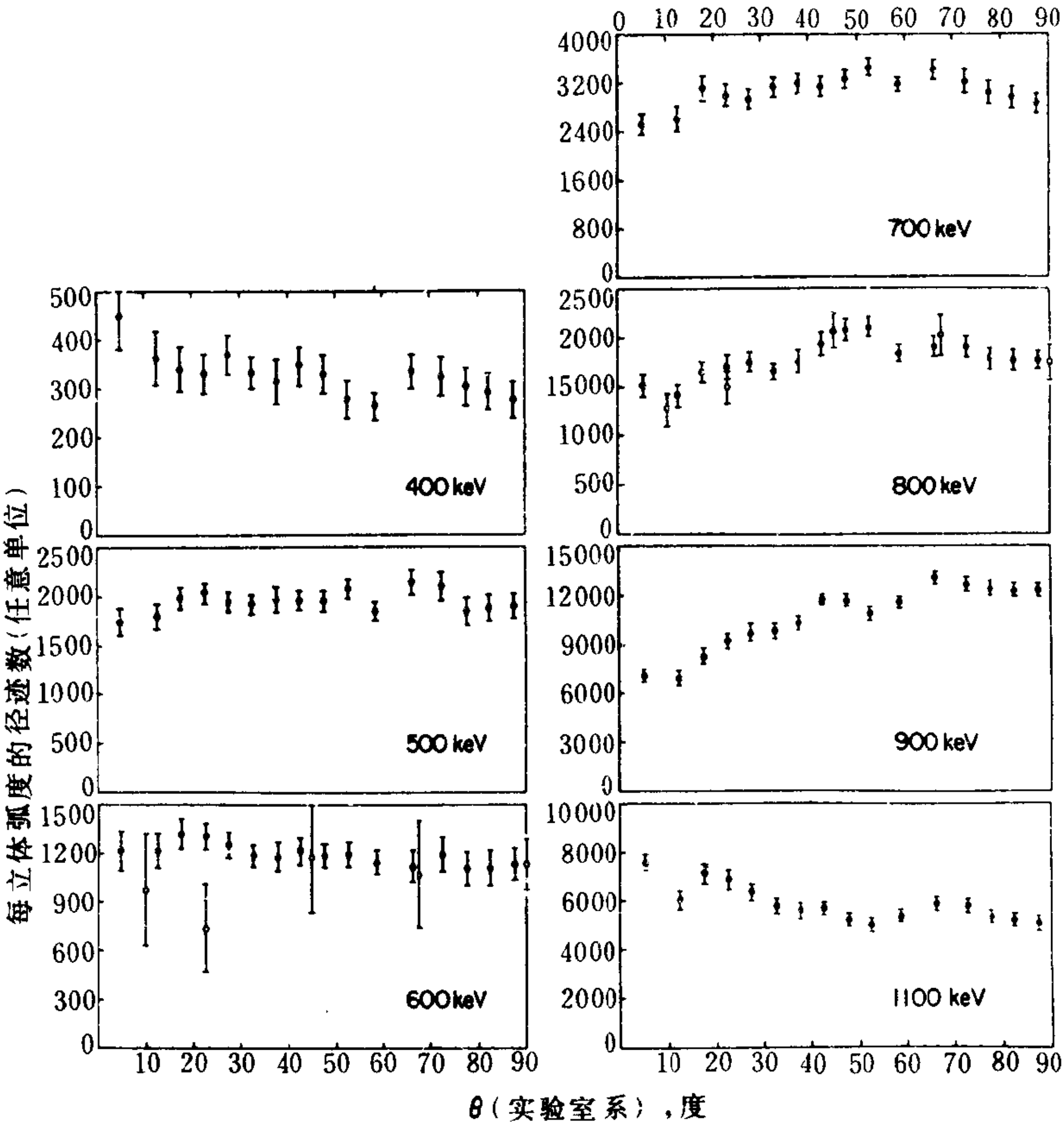
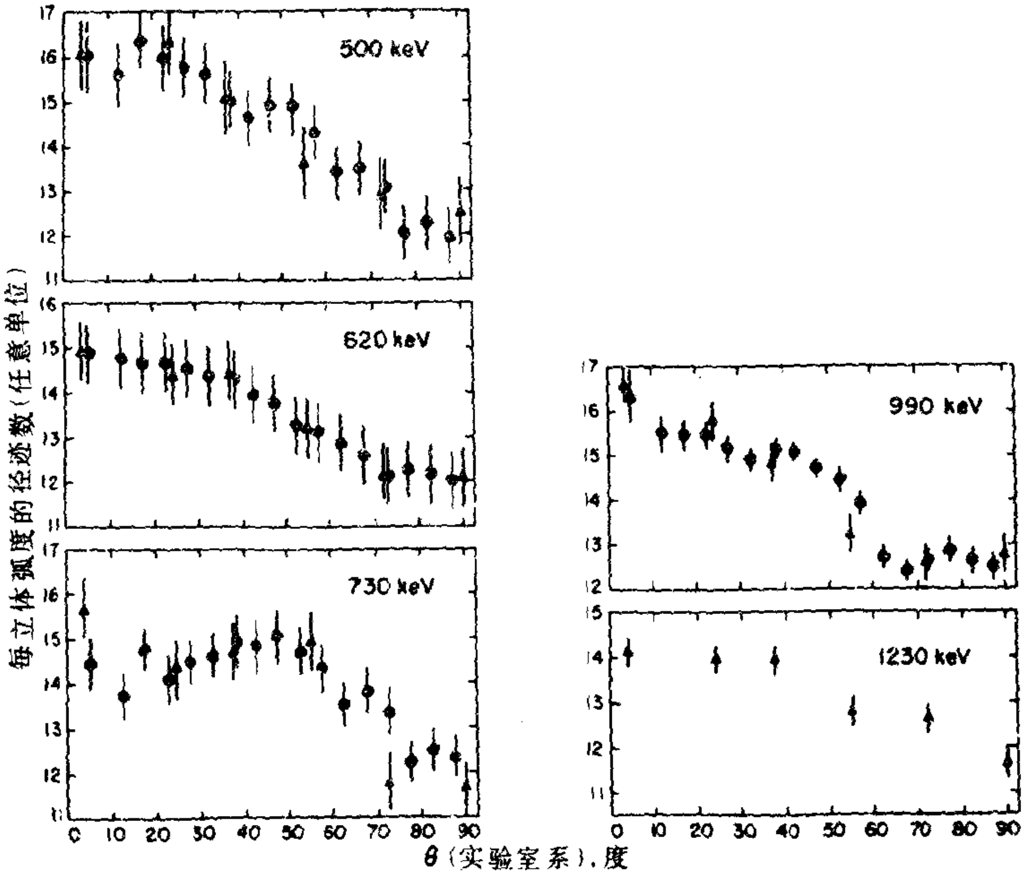


图 V-16 ^{234}U(n,f)反应在几种入射中子能量下的裂变碎片角分布。中子能量分辨为±15keV。[根据 Behkami 等(1968*a*)。]



图V-17　^{236}U(n,f)反应在几种入射中子能量下的裂变碎片角分布。中子能量分辨为±20keV。[根据Huizenga等(1969)。]



图Ⅴ-18　^{242}Pu(n, f)反应在几种入射中子能量下的裂变碎片角分布。中子能量分辨为±20keV。[根据Otozai 等(1970)。]

能量的变化函数与相当的实验值比较。当包含两个或两个以上的裂变道时，这样一类探索需要几百次计算。作为理论与实验裂变截面及角分布之间一致性的定量评价的指示，采用了χ^2判据。因此，对于选取的一组(π，K)态，就可以定出与实验最佳符合的$B_0(\pi, K)$和$\hbar\omega(J, \pi, K)$值。然后选取另一组(π，K)态，重复计算。

两种能量下(即200与300 keV) ^{234}U(n, f) 反应角分布的最佳拟合画在图Ⅴ-19中。对这两个能量的截面和角分布两种数据唯一可接受的拟合给出两个过渡态(K，π)$=\frac{1}{2}+$和$\frac{3}{2}+$。$B_0(\frac{3}{2}+)$、

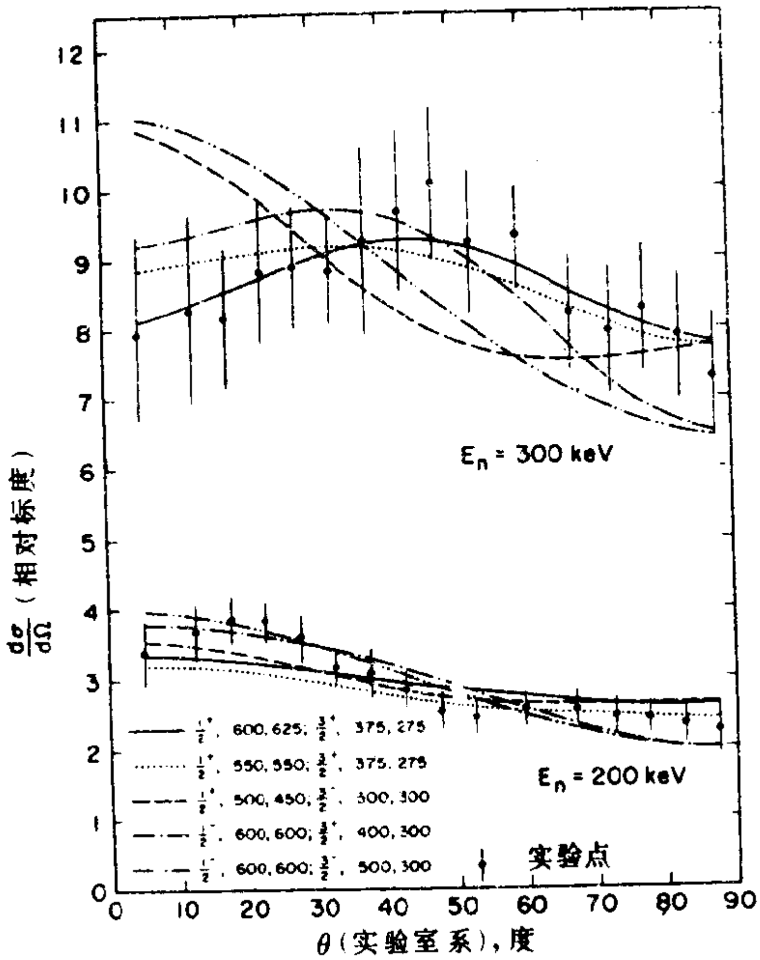


图 V-19　$^{234}U(n,f)$反应在E_n=200和300keV处的裂变碎片角分布。黑点为实验数据，曲线代表对两个可到达的过渡核态的角分布和截面的最佳拟合。这些最佳拟合曲线的过渡态参数在图上给出。符号$\frac{1}{2}+$、600、625意思是$(K,\ \pi)=\frac{1}{2}+$，B_0=600keV，$\hbar\omega$=625keV　。
［根据Behkami（1968a）改画。］

$B_0(\frac{1}{2}+)$、$\hbar\omega(\frac{3}{2}+)$和$\hbar\omega(\frac{1}{2}+)$的最佳值分别为375、600（或550）、275和625（或550）keV。$B_0(\frac{1}{2}+)$与$\hbar\omega(\frac{1}{2}+)$值变更50及75keV一点也不改变$\chi^2$值。在作这些计算的时候，假定在任何给定的能量下，我们应当采用可达到的过渡核状态数目最少。在确定自由参数时为简单和精确起见作的这个假定，意味着可能有许多涉及弱激发态的假设也可以拟合数据。计算包括指定

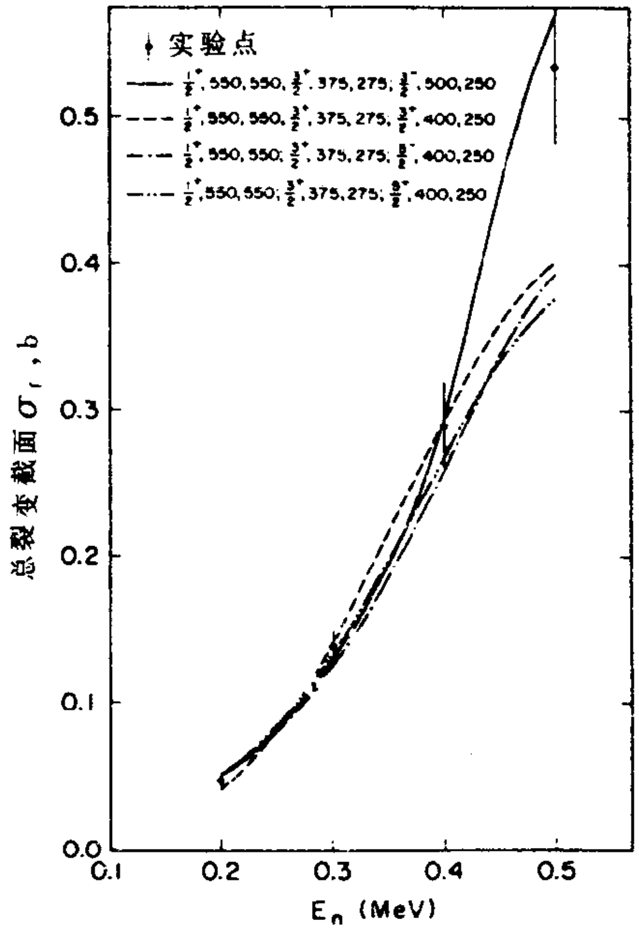


图 V-20　$^{234}U(n,f)$反应的总裂变截面与入射中子能量的关系；E_n=200、300、400和500keV。黑点为R.W.Lamphere的实验数据["Physics and Chemistry of Fission,"Vol.1,IAEA,Vienna, 1965, p.63]，正如W.G.Davey[*Nucl. Sci. Eng*. 26, 149 (1966)]的工作指出的，带±10%的误差。曲线显示最佳拟合计算，它们已包含了能级宽度涨落修正在内。符号与图V-19的相同。[根据Behkami等(1968a)改画。]

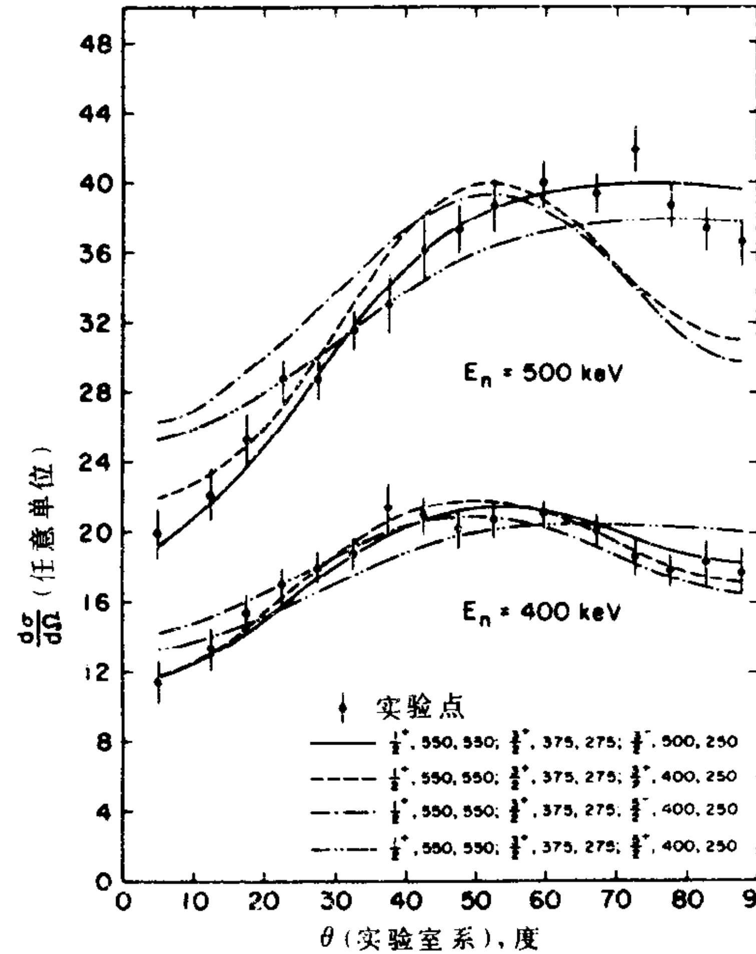


图 V-21　$^{234}U(n,f)$反应在E_n=400与500keV处的裂变碎片角分布。黑点是实验数据，曲线代表用三个可达到的过渡核态对角分布和截面的最佳拟合（符号同图V-19）。[根据Behkami等(1968a)改画。]

K值的转动带成员。特定转动带各成员的裂变阈之间的关系见方程(Ⅴ-69)。为此，必须提供$K=\frac{1}{2}$带的转动常数$\frac{\hbar^2}{2\mathscr{I}}$以及去偶常数$a$的合理值。计算结果对这些常数取不同的值较不灵敏。经中子发射达到靶核^{234}U的低伏能级是精确知道的。在上述计算中用到的γ射线发射道的常数数值，原来已经述及。计算结果对这些参数的变化(即使高达100%)十分不灵敏。

随着中子能量增加，对所有^{234}U(n,f)数据满意地拟合需要再引入新的过渡态(Behkami等，1968a)。例如，来自400keV和500keV中子轰击的数据需要第三过渡态。头两个态($\frac{3}{2}+$)和($\frac{1}{2}+$)的参数保持固定，而第三个态的K、π、$B_0(\pi,K)$和$\hbar\omega(J,\pi,K)$值是可调的。对第三态选取四种不同(K,π)对200、300、400和500keV的截面与400和500keV的角分布进行的最佳拟合表示在图Ⅴ-20和Ⅴ-21中。只有$K=\frac{3}{2}-$态是可接受的。

2. 奇质量数过渡核

(双峰势垒穿透)

上述计算使用了一个倒置抛物线形状的裂变势垒。通过这样一个势垒的穿透率能够精确地求解，其结果见方程(Ⅴ-25)。在本节中我们介绍采用通过双峰势垒裂变的透射系数$T_{\lambda f}$进行的计算。

对用第三条抛物线(形成中间势阱)光滑联结两个抛物线峰所确定的裂变势垒，已严格地计算了它的穿透率(Cramer和Nix，1970)。这种势通常用两个峰值能量和中间势阱的最小能量以及三条抛物线各自的曲率能量$\hbar\omega$来确定。对垒下能区，精确的穿透率用WKB近似能很好再现。在即将描述的计算中，我们所用的对于极大值为A和B的双峰势垒的近似穿透率$P(E)$为(Cramer

和Nix, 1970)

$$P(E)=P_AP_B\{[(P_A+P_B)^2/4]\sin^2\phi(E)+[(P_AP_B+16)/8]^2\cos^2\phi(E)\}^{-1} \quad (\text{V}-74)$$

量P_A和P_B分别为两个分立势垒A和B在入射能量为E时的准经典穿透率，它们由方程(V-25)所确定。与能量有关的相位$\phi(E)$由下面的积分给出，

$$\phi(E)=\int_{\alpha}^{\beta}\{(2\mu/\hbar^2)[E-V(\varepsilon)]\}^{1/2}d\varepsilon \quad (\text{V}-75)$$

积分限α和β是形变参数ε在两个峰内侧被积函数为零处相应的值。假如第二阱的势能$V(\varepsilon)$由$V(\varepsilon)=E_2+\frac{1}{2}\mu\omega^2\varepsilon^2$给出，那么，相位$\phi(E)$对能量的微分为$(d\phi/dE)=\pi/\hbar\omega$。

势垒穿透率$P(E)$随能量E的变化而振荡，且在相应第二势阱中准束缚能级$E_n(J,\pi,K)$的各个能量处达到极大值。在共振处，$\phi[E_n(J,\pi,K)]=\pi(n+\frac{1}{2})$。在能量偏离共振$\Delta E$时，相角为$\phi+\Delta\phi$，其中$\Delta\phi=\pi\Delta E/\hbar\omega$，而$\hbar\omega$为第二阱的振动能级间距。对于小的$\Delta\phi$值，我们能以很好的准确度把$\sin(\phi+\Delta\phi)=1$与$\cos(\phi+\Delta\phi)=\Delta\phi=\pi\Delta E/\hbar\omega$代入到方程（V-74）中去。在$P_AP_B\ll16$的附加假定下，穿透率在准稳定能级附近具有洛仑兹能量相依性（Lynn, 1969; Ignatyuk等, 1969)

$$P[E_n(J,\pi,K)+\Delta E]=\frac{\Gamma_A\Gamma_B}{[E-E_n(J,\pi,K)]^2+1/4(\Gamma_A+\Gamma_B)^2} \quad (\text{V}-76)$$

式中$\Delta E=E-E_n(J,\pi,K)$，$\Gamma_A=(\hbar\omega/2\pi)P_A$及$\Gamma_B=(\hbar\omega/2\pi)P_B$。

零自旋靶核特定裂变道(J,π,K)的中子裂变截面在本节中用方程（V-71）及方程（V-76）的裂变穿透率来计算。总裂变截

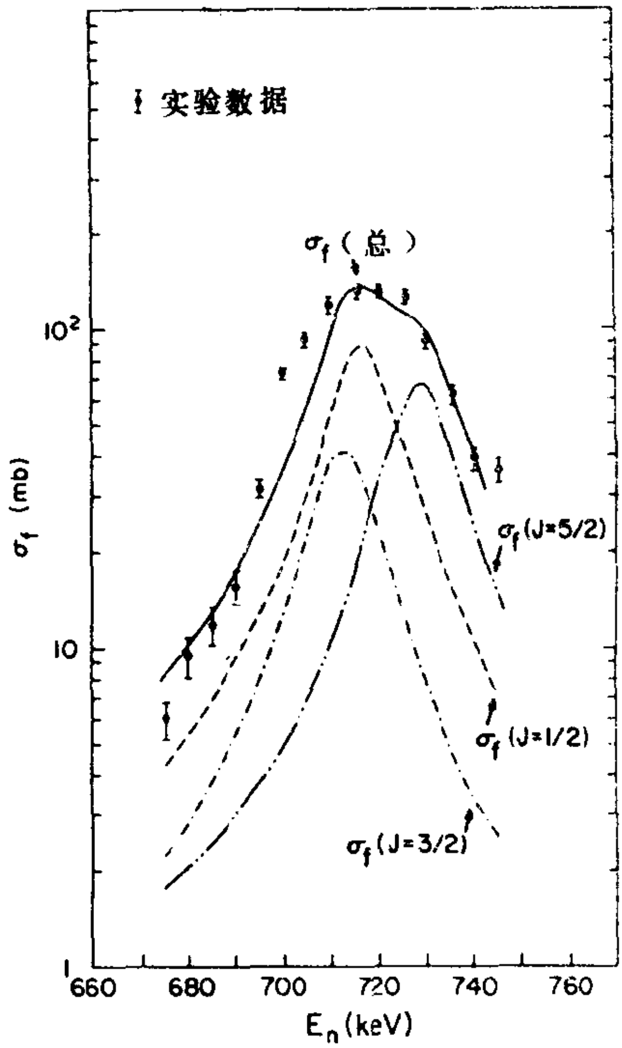


图 V-22 ^{230}Th(n, f)反应在相应于所假定的振动态共振的中子能量处，理论与实验裂变截面的比较。实验数据取自 James 等(1972)，以mb为单位。展示的理论计算以Γ_A、Γ_B、$E_0(\pi, K)$、$\hbar^2/2\mathcal{J}_\perp$及$\alpha$参数分别等于12.0、1.9、714.9和0.87keV及2.9。各条虚线：对于单个J态的理论分裂变截面；实线：分裂变截面之和或总裂变截面。[引自Yuen等(1971)。]

面由方程（V-72）确定。在本节中我们希望讨论 $^{230}Th(n,f)$ 反应截面中的结构。这一反应在重核裂变截面中呈现最明显的反常。在中子能量大约720keV处，裂变截面出现一个很强的峰。详细计算已经表明：任何归因于出现与裂变相竞争的衰变方式（如中子非弹性散射）的合理假设都不能够满意地解释裂变截面在上述能区观察到的极大，在该能区裂变截面预期是指数上升的。

如果势能曲面的第二极小是浅的，裂变截面曲线上的结构可归因于第二阱中的振动能级（它仅部分阻尼）。那么，$^{230}Th(n,f)$ 反应激发函数上的异常峰，就可解释为双峰裂变垒势阱里的这种振动型共振态。

这些计算所遵从的步骤与早先描述的相同，只是这里我们用了方程（V-76）给出的裂变透射系数。在共振附近，对正、负宇称的 $K=\frac{1}{2}$ 带计算总裂变截面 $\sigma_f(E)$ 和角分布 $W(\theta, E)$。改变参数 Γ_A、Γ_B、$E_0(\pi, K)$、$\hbar^2/2\mathscr{J}_\perp$ 以及 α 的值，把计算结果与实验裂变截面及角分布相比较。这种比较的一些例子（对 $K=\frac{1}{2}+$ 态）表示在图V-22和V-23中。对正宇称振动能级 $K=\frac{1}{2}+$，在这些能量下轨道角动量 $l=0$ 和2有贡献，形成 $J=\frac{1}{2}+$、$\frac{3}{2}+$ 和 $\frac{5}{2}+$ 的转动带。

利用双峰势垒，用 $K=\frac{1}{2}+$ 或用 $K=\frac{1}{2}-$ 振动态，都可以使截面数据得到合理的拟合。变更方程（V-69）的参数，能使我们去移动 $K=\frac{1}{2}$ 转动带成员的能量位置，而不致严重扰乱理论总裂变截面。转动带成员能量上的这种移动，在理论裂变碎片角分布的能量依赖关系上，造成相当大的变化。例如，中子能量730 keV

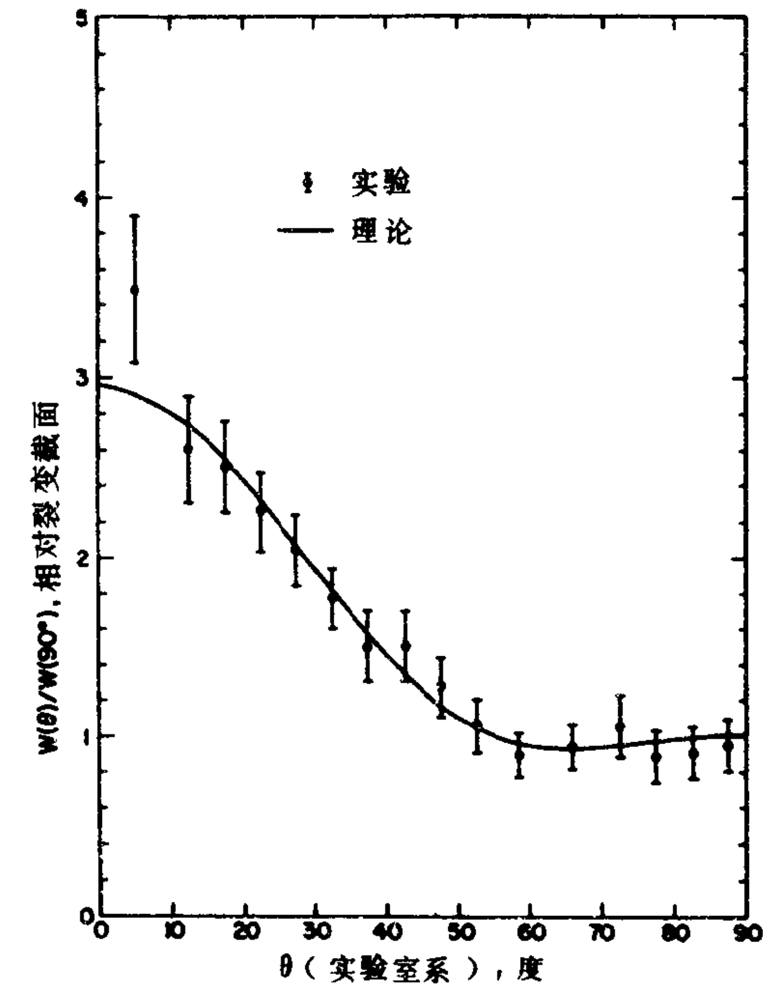


图 V-23　^{230}Th(n, f) 反应在中子能量730keV处理论与实验裂变碎片角分布的比较。这个中子能量在所假定的振动态共振附近。实验是以5keV中子能量分辨完成的。所用参数与图 V-22 上的相同。
[根据Yuen等(1971)改画。]

的实验角分布呈现出一种形状，它具有$K=\frac{1}{2}$带的$J\geqslant\frac{3}{2}$成员贡献占优势的角分布特征。对$K=\frac{1}{2}+$带，在这些中子能量下$J=\frac{5}{2}$贡献是可能的，因为$l=2$的透射系数相当大，给出的理论分裂变截面表示在图 V-22上。对$K=\frac{1}{2}-$带，来自$J=\frac{5}{2}$与$\frac{7}{2}$态的贡

献是可能的，在那里 $l=3$ 的中子透射系数在这些中子能量下仍是重要的。基于现有拟合，要对 $K=\frac{1}{2}$ 振动态的宇称作出肯定的标定是不可能的。虽然中子能量为730keV的角分布用 $K=\frac{1}{2}+$ 标定拟合很好，但在那个计算中用的 $\hbar^2/2\mathscr{I}_\perp$ 值过小（不实际地小）。在James等(1972)的计算中，允许单个自旋态的宽度不相等，他们的结果倾向于该共振是负宇称。后一计算对第二阱的转动参数给出一个较合理的值，为2.5keV。第二阱的 $\hbar^2/2\mathscr{I}_\perp$ 值有相当大的理论意义。

^{231}Th最后一个中子的结合能为5.09MeV。因此，第二阱的振动共振相对于基态能量向上移动了5.8MeV。如果第二阱的振动间距 $\hbar\omega$ 估计为1MeV，用图V-22和V-23的参数，则穿透率 P_A 和 P_B 分别为0.08和0.01。在这个质量区域，理论计算表明，第二垒是较高的一个。要想计算单个势垒的高度，需要知道它们的宽度和惯性参数。如果采用方程(V-25)给出的简单表示式，并把每个势垒的曲率都取为600keV，则势垒 A 和 B 的高度将分别等于6.03和6.24MeV。另一方面，如果假定势垒曲率为1MeV，那么，势垒 A 和 B 的高度分别增加0.16和0.29MeV。

Bjφrnholm和Strutinsky(1969)已注意到，当从较轻的重核过渡到较重的重核时，角分布特性有系统的变化，如图V-24所示。对于较轻的元素来说，各向异性随能量有强烈的变化，而对较重元素却变成没有多少结构了。较轻元素外垒 B 高于内垒 A，但变到较重元素时，外垒 B 系统地变得低于内垒 A。这种趋势可用来定性地解释上述角分布特性的系统变化。较重元素的裂变碎片各向异性，可以用在通过第二极小期间 K 值不守恒的假设来理解。通过第二极小区域所需的时间足够长，以致第一势垒的 K 值被忘却，而在第二势垒重新确立。当第二垒比第一垒低1MeV或更低时，K 值的近乎统计分布可能占优势，得到的各向异性随能量变化就比较光滑。

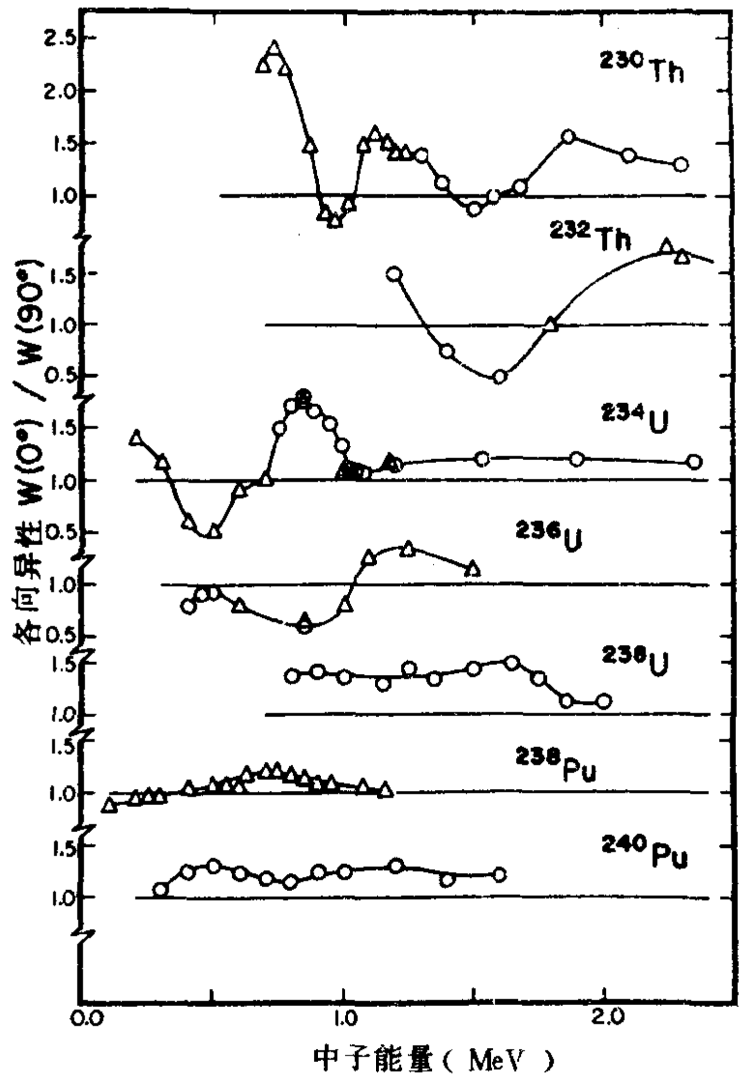


图 V－24　在几个重靶核上中子引起裂变的碎片各向异性。

3．偶偶过渡核

（通过奇N靶核中子裂变形成的）

奇N靶核俘获中子产生偶偶裂变核。奇N靶核与偶偶靶核两者俘获中子的主要区别之一是前者有较大的中子结合能。因此，即使俘获热中子也会使复合核的激发能大大超过偶偶过渡核的最低裂变势垒。所以，对奇N靶核由中子俘获而引起的裂变，大多数角分布数据的分析在K为高斯分布的假定下进行［参看方程（Ⅵ－5）］。

如果我们假定复合核自旋分布在衰变期间没有分异，分角度

微分截面(各个角度裂变截面的相对值)可写成下列形式，

$$W(\theta)\propto\sum_{j}\sum_{J}\sum_{M}P(j;J,M)W(J,M;\theta) \qquad (\text{V}-77)$$

第一项是从特定 j 值形成复合核态的分几率

$$P(j;J,M)=(2j+1)\{T_{l=j-\frac{1}{2}}(E)+T_{l=j+\frac{1}{2}}(E)\}\sum_{\mu}\sum_{\sigma}\left|C^{j,I_0,J}_{\sigma,\mu,M}\right|^2/$$
$$(2s+1)(2I_0+1)\sum_{j}(2j+1)\{T_{l=j-\frac{1}{2}}(E)+T_{l=j+\frac{1}{2}}(E)\} \qquad (\text{V}-78)$$

透射系数 $T_l^j(E)$ 是从带有自旋-轨道相互作用的光学模型导出的，这里 $\mathbf{j}=\mathbf{l}+\mathbf{s}$， s是中子自旋，$s$ 在空间固定轴上的投影为 σ。靶核自旋及其在空间固定轴上的投影分别用 I_0 和 μ 表示。复合核的总角动量 J 由 $\mathbf{J}=\mathbf{j}+\mathbf{I}_0$ 给出，J 在空间固定轴上的投影为 M。量 $C^{j,I_0,J}_{\sigma,\mu,M}$ 为Clebsch-Gordan系数。第二项 $W(J,M;\theta)$ 给出从复合核态 (J,M) 发出的裂变碎片角分布

$$W(J,M;\theta)=\sum_{K=-J}^{+J}\frac{\exp(-K^2/2K_0^2)(2J+1)|d^J_{M,K}(\theta)|^2}{\sum\limits_{K=-J}^{+J}\exp(-K^2/2K_0^2)} \qquad (\text{V}-79)$$

式中 $d^J_{M,K}(\theta)$ 由方程(V-2)定义。在角度 θ 处的相对截面是由按方程(V-77)给出的乘积 $P(j;J,M)W(J,M;\theta)$ 对所有 M，J 和 j 求和而得到的。

^{239}Pu 与400keV中子反应的 $P(j;J,M)$ 值的计算过程在表V-5至V-7中加以说明。首先，在表V-5中给出了对各种道自旋 j 的透射系数。复合核自旋 J 是由靶核自旋 I_0 与道自旋 j 偶合构成的。正如表V-6中所示，当包含宇称在内时，通过靶核自旋 $\frac{1}{2}$

和道自旋$\frac{1}{2}$的组合，可有四种方式产生($J=0$，$M=0$)的复合核态。在现在的计算中，这四个几率可以加在一起给出$P(\frac{1}{2},0,0)$，因为按方程(Ⅴ-79)确定的$W(J,M;\theta)$值只依赖于J和M，而与宇称无关。方程(Ⅴ-78)是用来进行求和的，这种求和过程在表Ⅴ-6中以实例说明。这里宇称只以间接方式通过透射系数$T_{l=j-\frac{1}{2}}$和$T_{l=j+\frac{1}{2}}$进入。在表Ⅴ-6中给出的总几率$P(\frac{1}{2};0,0)$记作表Ⅴ-7的第一条。表Ⅴ-7中给出的其余$P(j;J,M)$值都是以相同方式计算的。

表 Ⅴ-5

400keV中子与^{239}Pu相互作用在假定有自旋-轨道相互作用时的透射系数

l	j,π	$T_{l=j\pm\frac{1}{2}}$
0	1/2+	0.3194
1	1/2−	0.6933
	3/2−	0.7766
2	3/2+	0.0185
	5/2+	0.0446
3	5/2−	0.0105
	7/2−	0.0170
4	7/2+	0.0001
	9/2+	0.0001

在方程(Ⅴ-79)中K值的高斯型权重函数是一个假定，对于奇N靶核的低能中子裂变，预期它并不成立。但是，这个假定允许我们以简单明了的方式把理论角分布用参数表征，以便寻找在K分布上的不连续性或急剧变化。

表 V-6

从特定 j 值形成复合核 (J, M) 态的分儿率的计算过程[a]

I_0, π	μ	l	j, π	σ	$T_{l=j\pm\frac{1}{2}}$	R	J, π	M	$\lvert C_{\sigma,\mu,M}^{j,I_0,J}\rvert^2$	$j; J, M$	$P(j; J, M)$	
$\frac{1}{2}+$	$+\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}+$	$-\frac{1}{2}$	0.3194	0.086293	0 +	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$; 0, 0	0.013781	0.08739
$\frac{1}{2}+$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}+$	$+\frac{1}{2}$	0.3194	0.086293	0 +	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$; 0, 0	0.013781	
$\frac{1}{2}+$	$+\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}-$	$-\frac{1}{2}$	0.6933	0.086293	0 −	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$; 0, 0	0.029914	
$\frac{1}{2}+$	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}-$	$+\frac{1}{2}$	0.6933	0.086293	0 −	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$; 0, 0	0.029914	

$$R = \frac{(2j+1)}{(2s+1)(2I_0+1)\Sigma_j(2j+1)\{T_{l=j-\frac{1}{2}}(E)+T_{l=j+\frac{1}{2}}(E)\}}$$

a. I_0 与 μ 分别为靶核自旋和它在空间固定轴上的投影。用 s 表示中子自旋，道自旋 $j=l\pm s$ 。j 在空间固定轴上的投影为 σ。透射系数 $T_{l=j\pm1/2}$ 取自表 V-5。这个实例是 ^{239}Pu + 400 keV 中子反应。^{239}Pu 的自旋和宇称为 $\frac{1}{2}+$。$C_{\sigma,\mu,M}^{j,I_0,J}$ 为Clebsch-Gordan 系数。

表Ⅴ-7

从特定j形成复合核(J, M)态的分几率[a]

(j; J, M)	$P(j; J, M)$	(j; J, M)	$P(j; J, M)$	(j; J, M)	$P(j; J, M)$
1/2:0, 0	0.087389	3/2; 2, 1	0.106800	7/2; 4, −1	0.003689
1/2; 1, −1	0.087389	5/2; 2, −1	0.004755	7/2; 4, 0	0.005902
1/2; 1, 0	0.087389	5/2; 2, 0	0.014264	7/2; 4, 1	0.003689
1/2; 1, 1	0.087389	5/2; 2, 1	0.004755	9/2; 4, −1	0.000017
3/2; 1, −1	0.035600	5/2; 3, −1	0.009510	9/2; 4, 0	0.000043
3/2; 1, 0	0.142400	5/2; 3, 0	0.014264	9/2; 4, 1	0.000017
3/2; 1, 1	0.035600	5/2; 3, 1	0.009510	9/2; 5, −1	0.000026
3/2; 2, −1	0.106800	7/2; 3, −1	0.002213	9/2; 5, 0	0.000043
3/2; 2, 0	0.142400	7/2; 3, 0	0.005902	9/2; 5, 1	0.000026
		7/2; 3, 1	0.002213		

a. 第一条更详细的计算在表Ⅴ-6中给出。这些值是对^{239}Pu+400keV中子反应作的计算。

^{239}Pu中子裂变的实验碎片角分布与中子能量的关系已作了广泛的研究。两种能量400±25和1300±25keV的实验角分布的例子分别表示在图Ⅴ-25和Ⅴ-26中。利用K的高斯分布和Perey-Buck中子透射系数(Auerbach和Perey, 1962),按方程(Ⅴ-77)至(Ⅴ-79)对各种K_0^2值计算的理论碎片角分布,在图Ⅴ-25和Ⅴ-26中与实验值作了比较。正如图中看到的那样,选择某些K_0^2值可以很好地拟合实验角分布。

对于^{239}Pu+n的反应,K_0^2作为中子能量的函数的一般行为表示在图Ⅴ-27中。在较低中子能量处,定出的K_0^2值约为5—6。这些小的K_0^2值意味着,在裂变过渡核中只有集体能级被激发。偶偶过渡核基态带的K等于零,几百keV中子处,预期若干集体激发和它们的转动带会有贡献。例如,如果K=0、1、2、3、4的五个集体K态是开放的,得到的K_0^2值为5.0。从研究^{239}Pu(d, pf)反应碎片角分布在同一激发能区获得的K_0^2值与此相近。

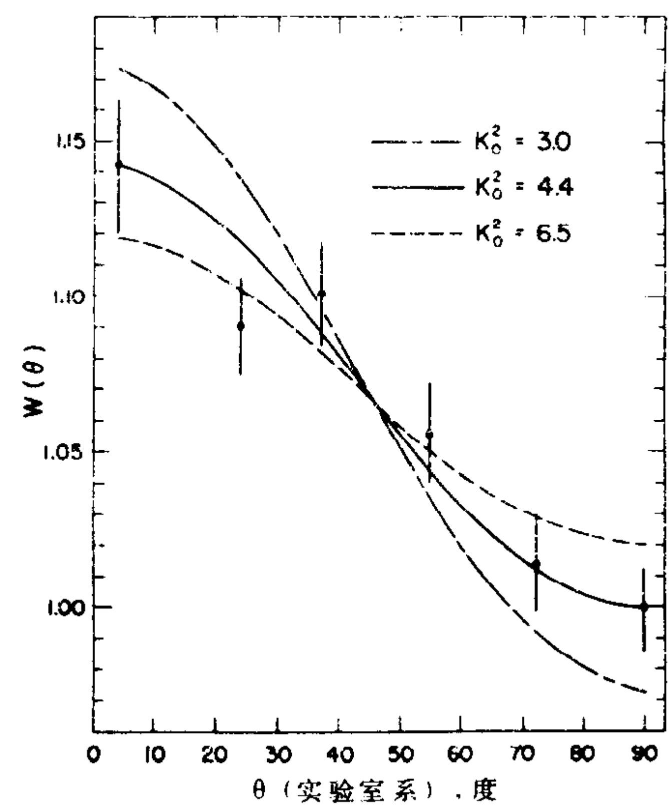


图 V-25　400±25keV中子引起^{239}Pu裂变的实验与理论碎片角分布。● 实验点；曲线为相应不同K_0^2值的理论结果。在这些理论计算中采用了Percy-Buck中子透射系数。［根据Huizenga 等（1968）。］

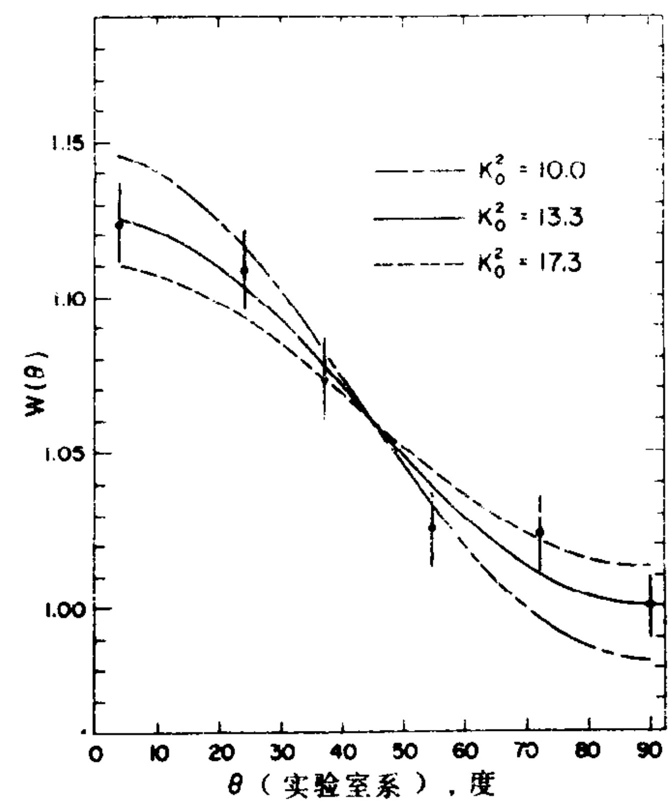


图 V-26　除中子能量为1350±25keV外，其余与图V-25相同。

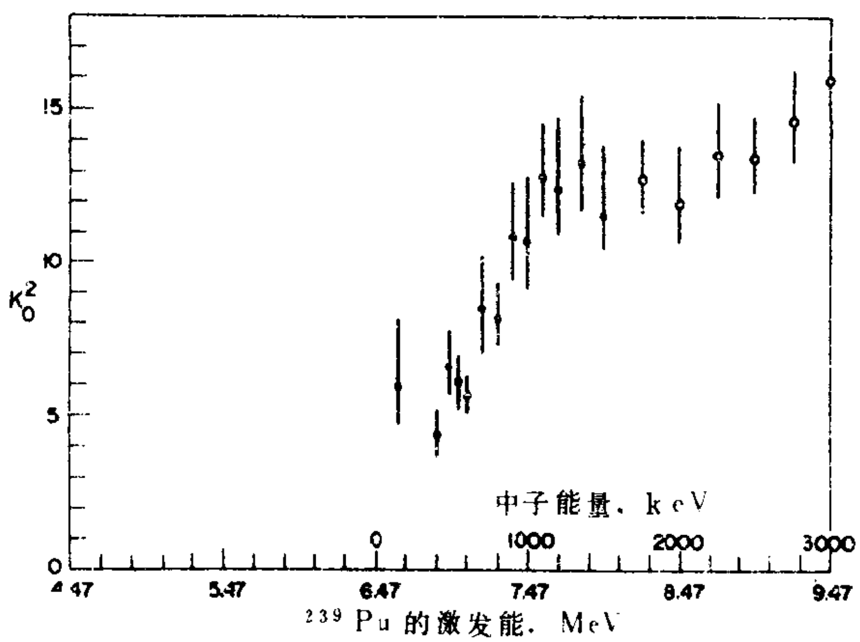


图 V-27 导出的K_0^2值既按中子能量(keV)又按^{240}Pu的激发能MeV)作图。黑点取自J.R.Huizenga等(1968)，圆圈取自J.E.Simmon的归一数据。[根据Griffin(1963)报道。]

当中子能量从600keV变到1000keV时，K_0^2值迅速增加，然后在1100keV处达到一个坪台值，大约是13。这样一个K_0^2值与重核的二准粒子态所预期的一致。如果激发能足以打破中子对或质子对，则$\langle K^2\rangle$是对二中子准粒子态与二质子准粒子态的加权平均。

偶偶过渡核$^{240}PuK_0^2$的迅速增加解释为，那里有一个激发二准粒子态的阈。这个阈出现在激发能约为7.27MeV处。

D. 直接反应中受激核的裂变

1. 引言

研究过渡态特性的一种方便技术是，观察直接反应中被激发核由裂变而衰变。可以通过测量与裂变碎片符合的由直接反应产生的出射粒子能量，来研究过渡态在连续激发能区的特性。原子核由直接反应激发而引起裂变，对于研究偶偶核过渡态是一种特别重要的过程，因为它可以在相当于中子俘获反应时中子能量为

负值的激发能区进行测量。Northrup等(1959)应用(d,pf)反应技术对^{234}U、^{236}U和^{240}Pu的裂变势垒高度作了首次测量。

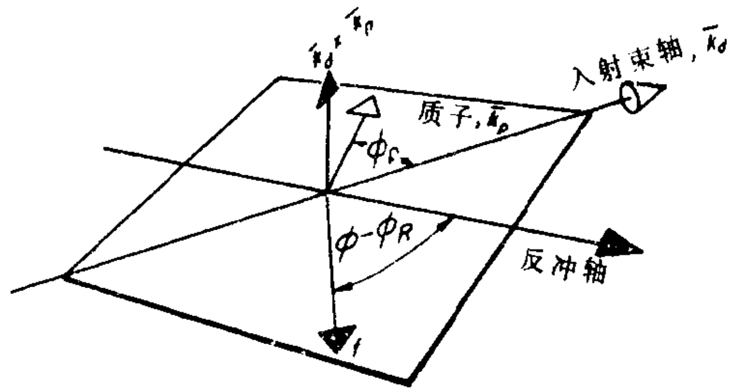
正如在本章A节和B节中已经讨论的，可以从裂变碎片角分布导出在变形鞍点组态处原子核能级的知识。应用直接反应去激发偶偶核并研究裂变碎片角分布，首先是由Britt等(1965)用(d,pf)反应和Wilkins等(1964)用(α,α'f)反应实现的。Vandenbosch等(1965)最早研究奇A过渡核的类似关联。

在分析直接反应中受激核裂变的时候，假定整个反应分两个独立步骤进行。第一步，通过直接过程激发具有靶核形变的分立能级。第二步，这些能级通过复合核机制而衰变(裂变、发射中子或γ射线)。为了解释角分布数据，对每种角动量和宇称，我们必须知道直接反应截面与能量的函数关系。通常感兴趣的激发能区是5—7MeV，即接近裂变势垒的区域。这类裂变反应中最不确定的一个方面是初始角动量分布。

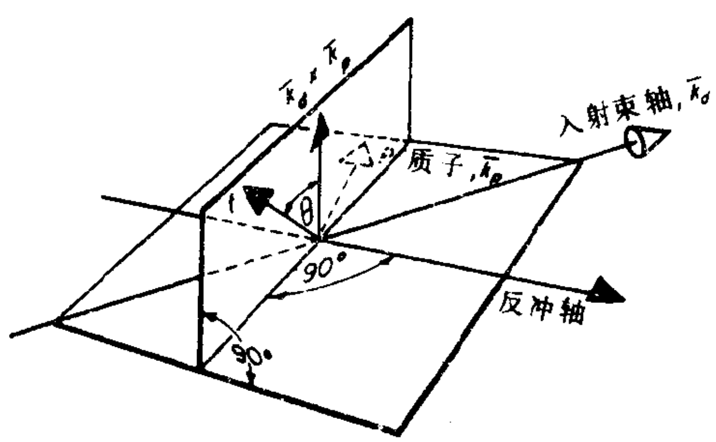
处理直接反应机制的一个途径是，假定用平面波来描述该过程。这种近似导致，描写通过直接反应转移的轨道角动量的矢量有一个均匀分布(在垂直于复合核反冲轴的平面上)。如把符合的带电粒子出射角固定下来，这样提供的裂变碎片角分布，就类似于用中子束沿复合核反冲方向入射时产生的碎片角分布。对于(d,pf)反应，如图V-28所示，共面的质子-裂变碎片角关联给出类似于(n,f)反应裂变碎片角分布测得的资料。同样，在垂直于反冲轴的平面内裂变碎片的角关联将会是各向同性的。

某些直接反应，例如(d,pf)实验，是用相当接近库仑势垒的入射能量完成的。因此，在直接反应中，很可能发生库仑扭曲效应。扭曲波玻恩近似（DWBA）理论预言，角关联将比用平面波计算出来的更复杂。从直接反应转移的角动量不再必然导致轨道角动量矢量位于垂直于反冲轴的平面内。一般说来，角动量矢量有一个弄模糊了的方向分布，其平均方向垂直于不同于反冲方向的对称轴。也不期望角动量矢量均匀分布在垂直于对称轴的平面内，这将使得，对垂直于反冲轴平面内的各种碎片方向，非共

面角关联变成各向异性的了。



(a) 共面关联



(b) 非共面关联

图V－28 (a)在反应平面内测量(共面测量)的几何。裂变碎片与反冲方向的夹角用$\phi-\phi_R$表示。(b)垂直于反冲轴的平面。非共面测量相应于在这个平面内观察裂变碎片随角度θ的变化(θ是相对于$\mathbf{k}_d\times\mathbf{k}_p$方向的角度)，而$\mathbf{k}_d\times\mathbf{k}_p$方向是垂直于反应平面的。$\phi_p$是被测量的质子与氘束之间的夹角。[根据Wolf等,(1968)。]

对于$^{239}Pu(d,pf)$反应，已在与(d,p)反应平面共面和非共面两种情况下测量了角关联(Wolf等,1968)。观察到的角关联强烈依赖于质子发射角，见图V-29，图上数据的激发能相应于裂变阈以上0.5—1.5MeV处。图V-29a显示三种不同质子角ϕ_p的非共面角关联，图中θ是非共面角，它描述裂变碎片与矢量$\mathbf{k}_d\times\mathbf{k}_p$的相对方向。因此，$\theta=90°$就给出共面关联。当质子计数器移到后角140°处时，非共面关联可以忽略，那时观察到的关

联可用平面波近似来适当地描述。从图V-29*b*上看到，当质子计数器与束流方向之间的夹角最大时，共面关联为最大。

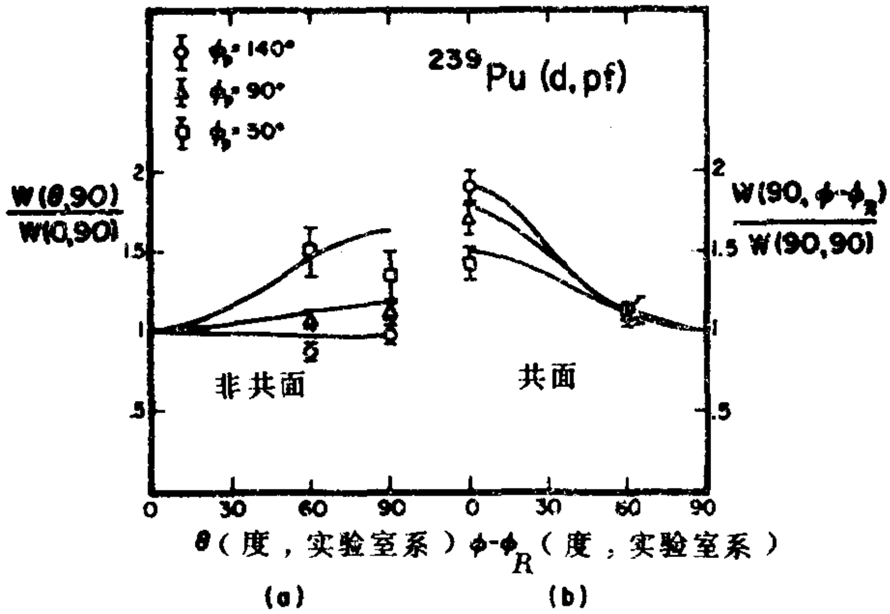
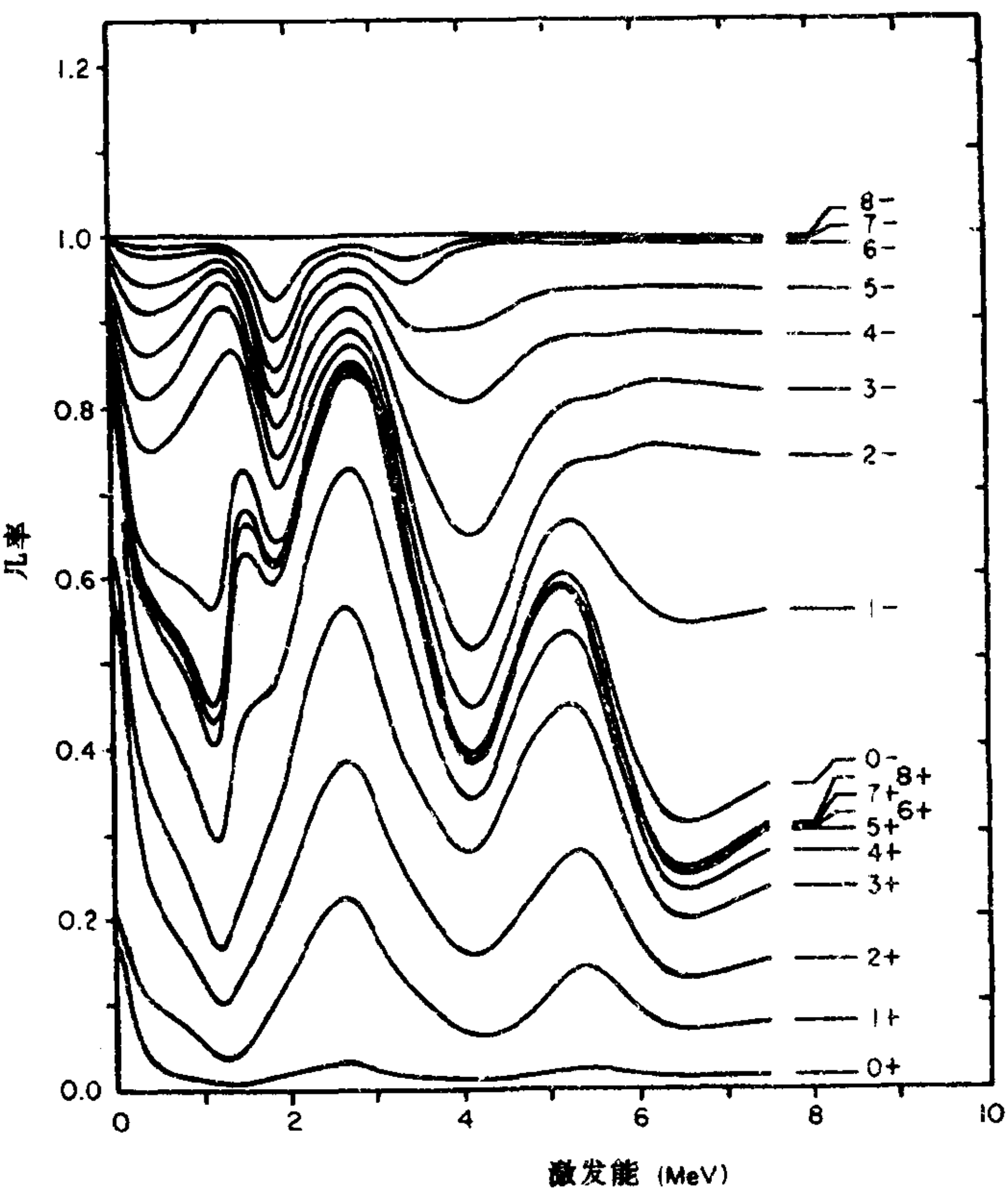


图 V-29 （*a*）对于三种不同质子角ϕ_p的非共面角关联，θ为描述裂变碎片方向相对于矢量$\mathbf{k}_d\times\mathbf{k}_p$的角度；(*b*)共面关联作为碎片方向$\phi$与反冲方向$\phi_R$之间的差值的函数。实线来自DWBA计算。对于$\phi_p=140°$的共面各向异性取自Britt等(1965)的工作。数据相应于E^*-E_f为0.5—1.5MeV的激发能区域。[根据Wolf等，（1968）。]

虽然有些直接反应在裂变核激发能近垒处有形成中等角动量能态的特性，目前，想要定量地计算直接反应之后形成的初始角动量强度分布是不可能的。这是利用直接反应来得到引起裂变所需的激发能这种技术最严重缺点之一。Andersen 等(1970)采用在变形Woods-Saxon势中的单粒子波函数，用DWBA计算了与自旋有关的形成截面。在粒子转移到高激发态的情况，具有相同Ω和宇称而N相差2的能态之间的耦合是重要的，这一点也包含在上述计算中。因之，在求出谱学因子之后，对削裂到末态核指定量子数的定态的截面就可用标准方法计算。到这里为止，假定末态具有类似于从低激发能所知的结构。但是，在较高激发能区，与所有其余自由度的耦合，将把单态的强度分配到较大的能

量间隔中。作了这样的假定：一个特定单粒子态的截面，将按照强固函数因子而分布于附近的复合态上。剩余核具有确定角动量的复合核态可由几个单粒子态的贡献而形成。计算了每种角动量和宇称的截面随激发能变化的函数关系。对^{239}Pu(d, p)反应，这类计算的结果表示在图Ⅴ-30上。相邻曲线之间的距离给出找到



图Ⅴ-30 在^{239}Pu(d, p)反应中($\theta=140°$, $E_d=13$MeV)，算得的自旋和宇称分布与激发能的关系，图是这样画的，使相邻曲线之间的距离提供找到在上面那条曲线旁边标明的自旋和宇称的几率。即在0－与1－态两线之间的距离给出自旋、宇称为1－态的几率。［根据Andersen等，(1970)。］

在上面那条曲线旁边标明的自旋和宇称的几率。就是说，0 －与1－态两线之间的距离提供自旋、宇称为1－态的几率。

用直接反应激发技术研究过渡核的情况汇总在表Ⅴ-8上。

表 Ⅴ-8

过渡核	反应	入射能量	年代	参考文献
^{232}Th	$^{232}Th(\alpha,\alpha'f)$	4.2	1966	*a*
^{234}U	$^{233}U(d,pf)$	14.0	1959	*b*
	$^{233}U(d,pf)$	14.9	1965	*c*
	$^{233}U(d,pf)$	18.0	1968	*d*
	$^{233}U(d,pf)$	12.0	1969	*e*
	$^{233}U(d,pf)$	13.0	1969, 1970	*f, g*
	$^{233}U(t,df)$	18.0	1969	*h*
^{235}U	$^{234}U(d,pf)$	13.0	1965	*i*
	$^{234}U(d,pf)$	18.0	1970	*j*
	$^{233}U(t,pf)$	18.0	1970	*j*
^{236}U	$^{235}U(d,pf)$	14.0	1959	*b*
	$^{235}U(d,pf)$	12.5	1966	*k*
	$^{235}U(d,pf)$	10, 13, 15, 21	1967	*l*
	$^{235}U(d,pf)$	18.0	1968	*d*
	$^{235}U(d,pf)$	13.0	1969	*e*
	$^{235}U(d,pf)$	13.0	1969, 1970	*f, g*
	$^{235}U(t,df)$	18.0	1969	*h*
	$^{234}U(t,pf)$	13.0	1965	*m*
	$^{234}U(t,pf)$	18.0	1968	*d*
^{237}U	$^{236}U(d,pf)$	18.0	1970	*j*
	$^{236}U(t,df)$	18.0	1970	*j*
	$^{235}U(t,pf)$	18.0	1970	*j*
^{238}U	$^{238}U(\alpha,\alpha'f)$	43.0	1964, 1965	*n, o*
	$^{238}U(\alpha,\alpha'f)$	40.0	1966	*p*
^{239}U	$^{238}U(d,pf)$	14.0	1959	*b*
	$^{238}U(d,pf)$	18.0	1970	*j*
^{238}Np	$^{237}Np(d,pf)$	13.0	1971	*g*
^{239}Pu	$^{238}Pu(d,pf)$	13.0	1971	*g*
^{240}Pu	$^{239}Pu(d,pf)$	14.0	1959	*b*
	$^{239}Pu(d,pf)$	14.9	1965	*c*
	$^{239}Pu(d,pf)$	12.5	1966	*k*
	$^{239}Pu(d,pf)$	15.0	1968	*q*
	$^{239}Pu(d,pf)$	15.0	1968	*d*
	$^{239}Pu(d,pf)$	11.5	1969	*r*
	$^{239}Pu(d,pf)$	13.0	1969	*e*
	$^{239}Pu(d,pf)$	13.0	1969, 1970	*f, g*
	$^{239}Pu(t,df)$	18.0	1969	*h*
	$^{240}Pu(\alpha,\alpha'f)$	38.1	1966	*p*
	$^{240}Pu(\alpha,\alpha'f)$	42.0		*a*
	$^{240}Pu(p,p'f)$	20.0	1969	*s*

续表

过渡核	反 应	入射能量	年 代	参考文献
^{241}Pu	$^{240}Pu(d,pf)$	18.0	1970	*j*
	$^{240}Pu(d,pf)$	13.0	1971	*g*
	$^{240}Pu(t,df)$	18.0	1970	*j*
	$^{239}Pu(t,pf)$	18.0	1970	*j*
^{242}Pu	$^{241}Pu(d,pf)$	13.0	1969	*e*
	$^{241}Pu(d,pf)$	13.0	1969, 1970	*f, g*
^{243}Pu	$^{242}Pu(d,pf)$	18.0	1970	*j*
	$^{242}Pu(t,df)$	18.0	1970	*j*
^{242}Am	$^{241}Am(d,pf)$	13.0	1971	*g*
^{244}Am	$^{243}Am(d,pf)$	13.0	1971	*g*

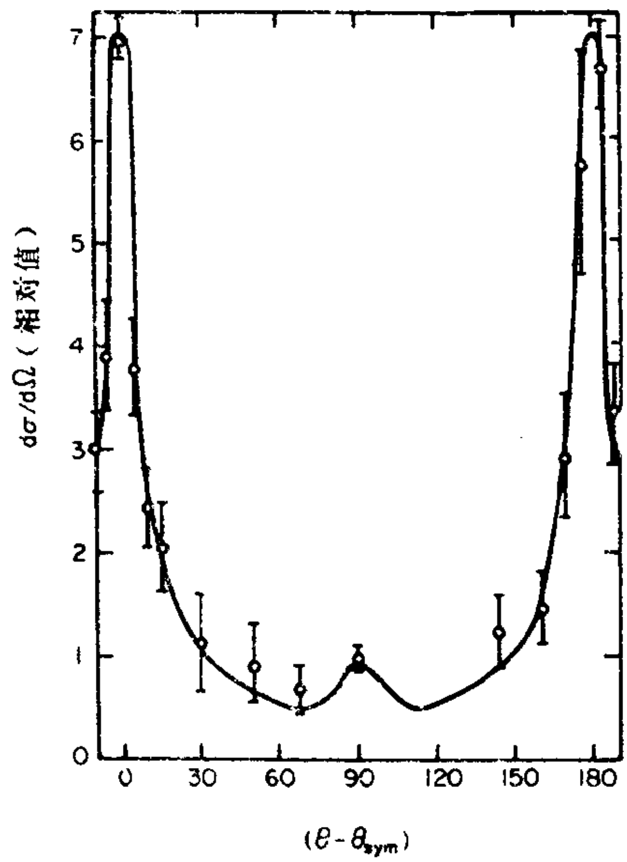
a. Unik(1966)
b. Northrup等(1959)
c. Britt等(1965)
d. Britt等(1968)
e. Pedersen和Kuzminov(1969)
f. Back等(1969)
g. Back等(1971)
h. Britt和Cramer(1969)
i. Vandenbosch等(1965)
j. Britt和Cramer(1970)
k. Specht等(1966)
l. Vandenbosch等(1967)
m. Eccleshall和Yates(1965)
n. Wilkens等(1964)
o. Huizenga等(1965)
p. Britt和Plasil(1966)
q. Wolf等(1968)
r. Specht等(1969)
s. Britt等(1969)

2. 偶偶过渡核的裂变

用直接反应引进激发能使我们有可能在垒下能区研究裂变。与此相反，中子裂变只能用于激发能超过中子结合能的区域。因为偶偶末态核是由奇A并且奇N核俘获中子而产生，最低可能的激发能通常都比裂变势垒高出一段能量。因此，通过中子俘获反应不可能研究偶偶核的近垒过渡态。

偶偶靶核的(α, α'f)反应在近阈激发处裂变碎片各向异性很大。在这种反应中，有关的自旋全都为零；此外，角动量转移比(d,p)反应的大。在^{238}U(α, α'f)实验中在5.6—6.2 MeV 激发能区观察到的裂变碎片角分布(Wilkins等，1964)表示在图V-31中。该图横轴上的角度是相对于角动量对称轴量度的，经测定，它和反冲轴在实验误差(±3°)内是相同的。对75°角以上的α'，

测量表明角关联与方位角无关，因而，反应可用平面波理论来解释。此外，DWBA计算已肯定了平面波近似的适用性（Britt和Plasil，1966）。



图V-31 在$^{238}U(\alpha,\alpha'f)$实验中在5.6—6.2MeV激发能区观察到的裂变碎片角分布。角度是相对于角动量对称轴θ_{sym}量度的，在这种情况下，测定出它与反冲轴在实验误差（±3°）范围内是相同的。

$(\alpha,\alpha'f)$反应的碎片角分布可以用对称陀螺波函数表示为

$$W^J_{M,K}(\theta)=\frac{2J+1}{2}\left|\sum_M a_M D^J_{M,K}(\theta,\phi,\psi)\right|^2 \qquad (V\text{-}80)$$

式中M是J在某一空间固定轴上的投影，系数a_M代表各种可能M亚态的相对振幅。当平面波近似适用，并且空间固定轴取成剩余核运动学反冲方向时，方程（V-80）大大简化。对上述情况，只有$M=0$的亚态有贡献（即对所有$M\neq0$的亚态，$a_M=0$），对给定J、

K在反应平面内的角分布为

$$W^J_{0,K}(\theta)=\frac{(2J+1)}{2}\frac{(J-K)!}{(J+K)!}\left|P^K_J(\cos\theta)\right|^2 \qquad (\text{V-81})$$

式中$P^K_J(\cos\theta)$是勒让德多项式。观察到的总角分布可写成

$$W(\theta)=\sum_K A_K\sum_J b_J W^J_{0,K}(\theta) \qquad (\text{V-82})$$

在方程(V-82)中，假定了过渡态谱由建立在特定K投影的振动态之上的转动带组成。量A_K代表通过给定K值的所有资用过渡态裂变的相对几率。这种形式假定，除了只允许自然宇称态以外，给定振动带裂变的相对几率与所涉及的过渡态的总角动量J无关。量b_J代表通过特定J态裂变的相对几率。正如已经指出的那样，$(\alpha,\ \alpha')$反应只能激发自然宇称态，于是在方程(V-82)中对J求和时，对正宇称过渡态只取偶J值，对负宇称过渡态只取奇J值。

在非常靠近裂变势垒激发能区测得的$^{238}U(\alpha,\ \alpha'f)$反应角分布，是说明中间过渡核有一个$K=0+$振动态的有力证据，这个$K=0+$振动态有一个转动带，其成员的$J=0$、2、4、6、8、10……。对这类转动带，方程(V-82)简化成

$$W(\theta)=\sum_J\frac{(2J+1)}{2}b_J\left|P_J(\cos\theta)\right|^2 \qquad (\text{V-83})$$

图V-31中的实线表示对激发能在5.6—6.2MeV之间的实验数据的经验拟合，拟合时用$b_J=\exp[-(J/7)^2]$并只对偶J值求和。

当激发能增加时，测得的$(\alpha,\alpha'f)$反应角关联有明显的改变。这些结果意味着$K>0$的振动态在高能区有显著贡献。从光致裂变实验已知，偶偶过渡核上有负宇称的$K=0-$和$K=1-$带存在。预期$K=0-$带给出一个类似$K=0+$带的角关联。原则上说，通过仔细研究90°附近$(\alpha,\ \alpha'f)$角关联，可以对究竟是$K=0+$还是$K=0-$带的问题作出肯定的判断。这表示在图V-32上，图上画的是$K=0$，奇J与偶J的勒让德多项式。各种偶J态的

产额在90°互相增强，而所有奇J态的90°产额都为零。

把$^{239}Pu(d, pf)$反应（Britt等，1965）的角关联与$^{240}Pu(\alpha, \alpha'f)$反应（Britt和Plasil，1966）的作比较，已导致对$K=0+$带以外的若干振动过渡态的标定。不过，由于数据分析中有大量假定，这些标定必须认为是尝试性的。

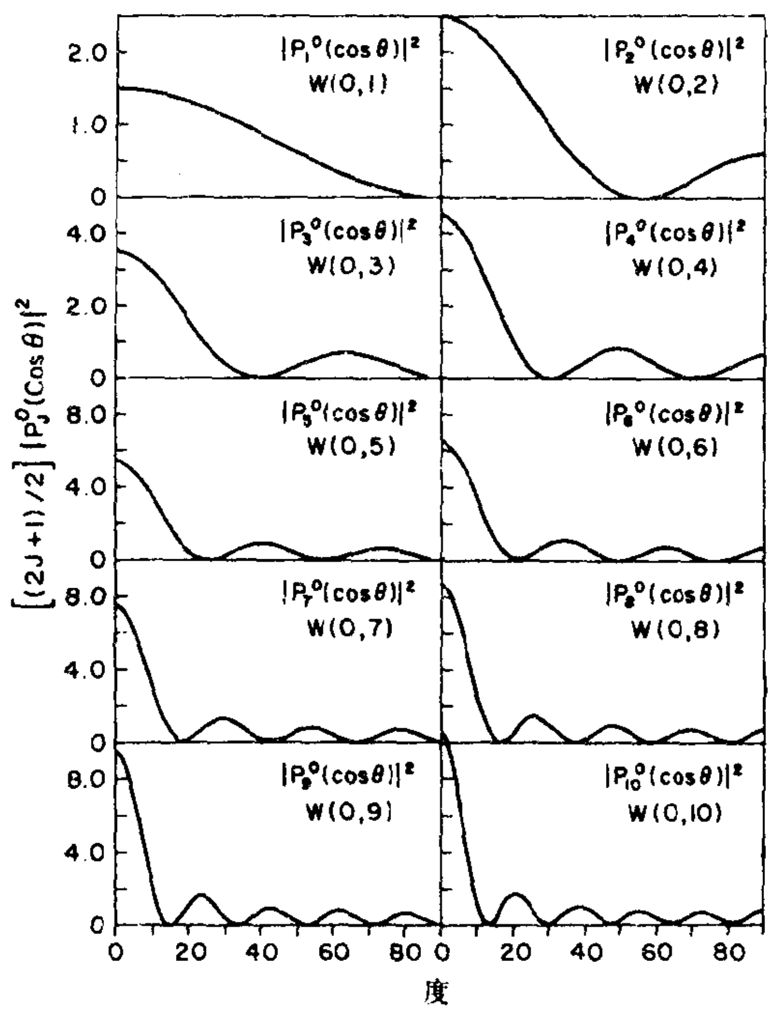


图 V-32 按 $\int_{-1}^{1}\frac{2J+1}{2}\left|P_J^0(\cos\theta)\right|^2=1$归一的勒让德多项式各项的平方。如果角动量$J$位于垂直于量子化轴（$M=0$）的平面内，并且在这个平面内各种方向上$J$的取向具有相等的几率，而裂变只通过$K=0$的态发生，则这些曲线给出对各种$J$值、相对于量子化轴而测量的裂变碎片角分布。[根据Huizenga等，（1965）。]

很低激发能的偶偶核的裂变几率已通过(d,pf)反应作了测量。对一些原子核已经观察到裂变几率函数上有结构（参看图V-33），这些结构用第二势阱中的振动态来解释。为了显示这些在第二极小中振动态的证据，我们将讨论^{239}Pu（d，pf）反应(Back等，1971)的结果。^{240}Pu的裂变几率在5.0MeV呈现出明显的共振结构，在4.4MeV附近有较弱的结构（参看图V-33）。

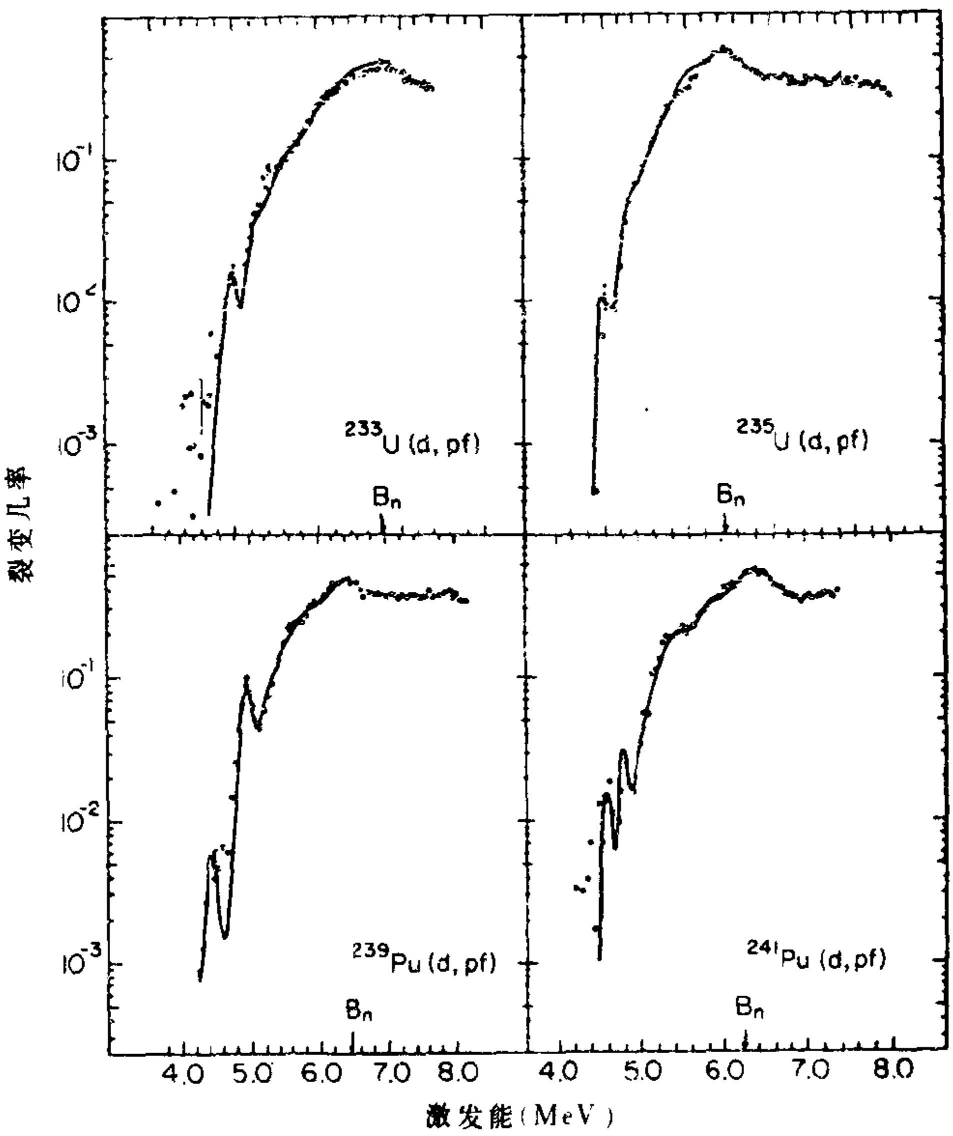


图 V-33 对于偶偶裂变核^{234}U、^{236}U、^{240}Pu和^{242}Pu(E_d=13MeV、θ_p=140°、θ_f=90°)实验测定的和计算的裂变几率。○实验值；——对各组实验点的拟合；B_n表示中子结合能，在这个能量以下的能区进行了计算。计算用的参数在原文中给出。[根据Back等，(1971)。]

裂变碎片各向异性测量表明，在5.0MeV处的共振是由于$K=0$带(Britt等，1965)引起的。5.0MeV共振也用20keV的能量分辨率作了研究(Specht等，1969)。在这种分辨率下，具有大约250 keV总宽度的整个共振分解为八到十个峰，每个峰的宽度可能小于或等于实验分辨率，其平均距离约为35keV（参看图V-34）。如果我们假定，这个能量(指35keV)相应于过渡核中2+态之间的平均距离，那末在第二阱内，相应的激发能为2.5—3.0MeV。根据^{239}Pu(n，f)反应，在中子结合能处，1+态在第一势阱与第二势阱内的平均能级间距分别为3与460eV。这些值给出两个阱之间的能量差为2.3MeV。这个结果与近来从阈测量(Britt等，

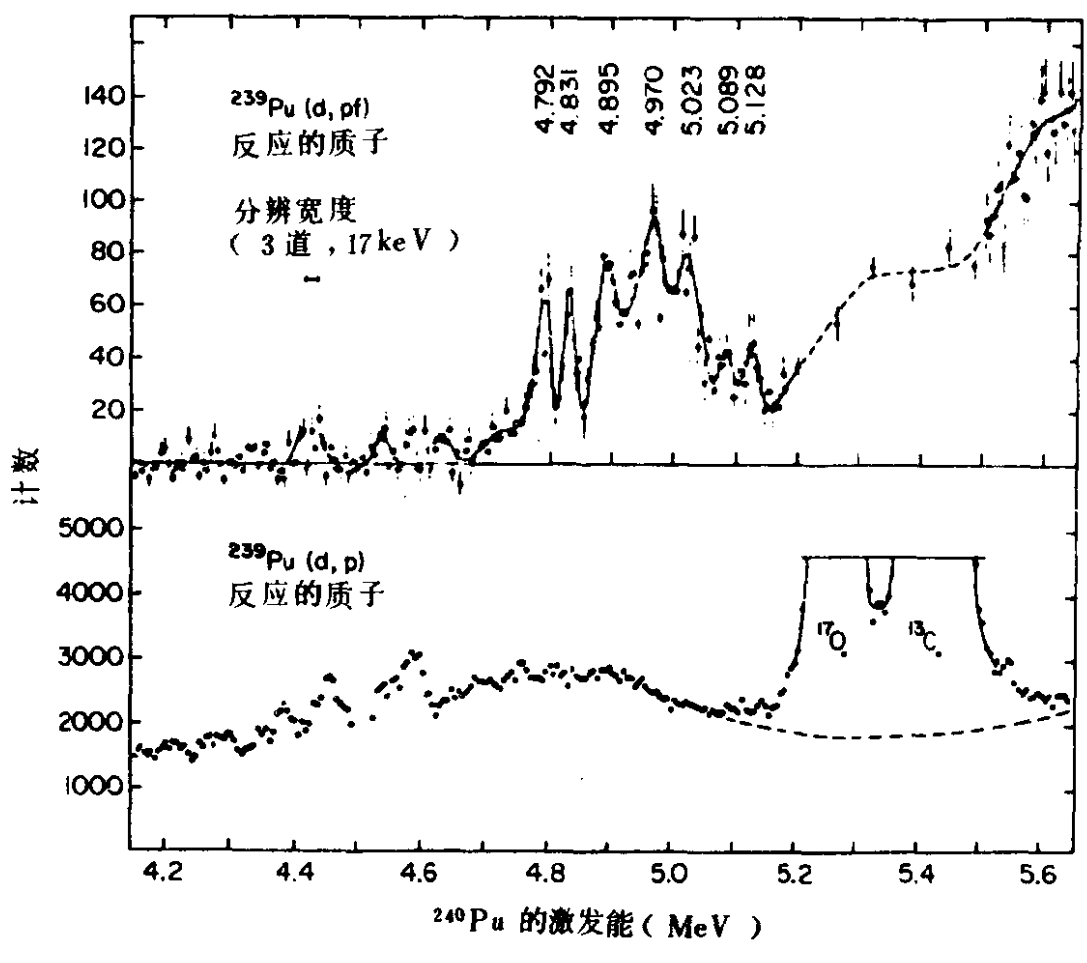


图 V-34 对于^{239}Pu(d, p)和^{239}Pu(d,pf)反应画出质子单谱与符合谱的直接实验结果。有些点上标出的误差是统计偏差。

[根据Specht等，(1969)。]

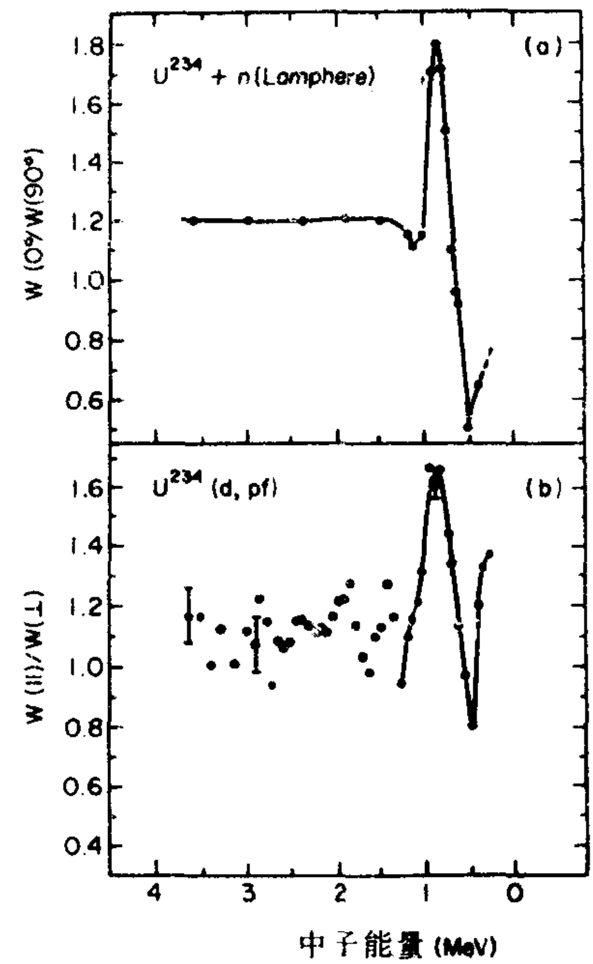
1971）得到的值2.6±0.3MeV相当一致。因此，在第一阱内激发到5 MeV，则在第二阱内预期激发能约为2.5MeV，这个值与共振中假设为2＋态的能级间距很一致。

显示在图V-33中的裂变几率的理论计算依赖于几个假定。裂变几率增强的一个原因来自在第二阱中引进了阻尼。这种增强是由于在共振峰处裂变透射系数能够超过方程（V-27）的辐射透射系数几个量级所致。虽然阻尼减小了裂变透射系数的峰值，但产生的较大宽度却能够大大增加裂变透射系数超过相应的辐射透射系数的能量区域，其结果是增加了裂变共振的面积。阻尼的大小及其与能量的依赖关系取决于一个与能量相关的虚势，对虚势作了调整，以拟合在5 MeV处的共振宽度，并且使它与在更高能量处没有共振相一致。由直接反应产生的能态初始布居的问题已在前面讨论过了。值得指出，^{240}Pu(p, p′f)反应的共振面积比^{239}Pu(d, pf)反应的小。这一点与^{239}Pu(d, pf)反应中正宇称态布居的增强是一致的（参看图V-30）。在中子结合能以下的能区，唯一与裂变竞争的出射道是γ衰变道。裂变截面或裂变几率的计算是按照方程（V-71）以对双峰裂变势垒定出的裂变透射系数来进行的。

3．奇A过渡核的裂变

经过直接反应裂变过程激发奇A过渡核而测量裂变碎片角分布的第一个工作是^{234}U(d,pf)反应（Vandenbosch等，1965）。虽然这个实验的主要动机是寻找各向异性与质量对称性之间可能有的关联，但是实验上发现，在低激发能区测得的各向异性非常类似于^{234}U(n,f)的数据，如图V-35所示。

最近，通过(d,p)、(t,d)和(t,p)反应激发一系列奇A铀、钚同位素，测量了裂变碎片角关联和裂变几率（Britt和Cramer，1970）。由于裂变过程与直接反应过程的复杂性，从直接反应裂变结果细致地定出裂变势垒形状或过渡态谱至今还是不可能的。在(n, f)过程与直接反应裂变过程之间的根本区别，在于各自情况下能够激发的角动量值的分布不同。在(n,f)反应中，对



图Ⅴ-35（a）Lamphere（1962）得到的各向异性随中子能量的变化；（b）在^{231}U（d，pf）反应中得到的各向异性。
［根据Vandenbosch等，（1965）。］

E_n为0.1、0.5、1.0及2.0 MeV计算的平均角动量转移〈l〉分别为0.6、1.2、1.7及2.3。与这些值相比较，(d，pf)和(t，pf)反应的〈l〉值分别为3.1和4.3。这些差异造成的结果是，当裂变势垒高出中子结合能十分之几MeV时，预期不同的反应会以极为不同的强度来激发特定的过渡态。当裂变势垒对应着高能中子时，这两种反应应该给出十分类似的结果。

由直接反应裂变过程研究奇A核的另一特点是，在这些核中没有发现有振动态的证据。在中子结合能附近^{239}Pu的裂变几率稍有下降，这被解释为中子竞争。为了再现没有共振结构的裂变几率，理论要求在第二势阱中有较强的阻尼(Back等，1971)。基于

较高的能级密度，这个结果是预料之中的。用直接反应裂变过程较仔细地测量奇质量铀和钍同位素的裂变几率，特别是像^{231}Th，是会有意义的。

由于预计近垒处K带的密度大，奇奇裂变核的结果解释起来是极为复杂的。这类核的几个事例已由Back等(1971)作了研究。为了再现低于中子结合能处没有任何结构，对这些核必需假定在第二阱中完全阻尼。由于这些核的第二势垒比第一势垒低1 MeV左右，第二阱中的完全阻尼使得穿透率实际上与单势垒的一样。

参 考 文 献

Andersen, B. L., Back, B. B., and Bang, J. M. (1970). *Nucl. Phys. A* **147**, 33.

Auerbach, E. H., and Percy, F. G. J. (1962). Rep. BNL 765. Brookhaven Nat. Lab. Upto , New York, unpublished.

Axel, P. (1962). *Phys. Rev.* **126**, 671.

Back, B. B., Bondorf, J. P., Otroshenko, G. A., Pedersen, J., and Rasmussen, B. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 351. IAEA, Vienna.

Back, B. B., Bondorf, J. P., Otroshenko, G. A. Pedersen, J., and Rasmussen, B. (1971). *Nucl. Phys. A* **165**, 449.

Baerg, A. P., Bartholomew, R. M., Brown, F., Katz, L., and Kowalski, S. B. (1959). *Can. J. Phys.* **37**, 1418.

Behkami, A. N. (1971). *Nucl. Data Tables* **10**, 1 (Academic Press, New York).

Behkami, A. N., Roberts, J. H., Loveland, W. D., and Huizenga, J. R. (1968a). *Phys. Rev.* **171**, 1267.

Behkami, A. N., Huizenga, J. R., and Roberts, J. H. (1968b). *Nucl. Phys. A* **118**, 65.

Bjørnholm, S., and Strutinsky, V. M. (1969). *Nucl. Phys. A* **136**, 1.

Blatt, J. M., and Weisskopf, V. F. (1952). "Theoretical Nuclear Physics", p. 654. Wiley, New York.

Bohr, A. (1956). *Proc. U.N. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy*, Vol. 2, p. 151. New York.

Britt, H. C., and Cramer, J. D. (1969). *Phys. Rev.* **181**, 1634.

Britt, H. C., and Cramer, J. D. (1970). *Phys. Rev. C* **2**, 1758.

Britt, H. C., and Plasil, F. (1966). *Phys. Rev.* **144**, 1046.

Britt, H. C., Gibbs, W. R., Griffin, J. J., and Stokes, R. H. (1965). *Phys. Rev.* **139**, B 354.

Britt, H. C., Rickey, F. A., Jr., and Hall, W. S. (1968). *Phys. Rev.* **175**, 1525.

Britt, H. C., Burnett, S. C., and Cramer, J. D. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 375. IAEA, Vienna.

Britt, H. C., Burnett, S. C., Erkkila, B. H., Lynn, J. E., and Stein, W. E. (1971). *Phys. Rev. C* **4**, 1444.

Cramer, J. D., and Nix, J. R. (1970). *Phys. Rev. C* **2**, 1048 and references therein.

Eccleshall, D., and Yates, M. J. L. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, I, p. 77. IAEA, Vienna.

Farrell, J. A. (1968). *Phys. Rev.* **165**, 1371.

Griffin, J. J. (1959). *Phys. Rev.* **116**, 107.

Griffin, J. J. (1963). *Phys. Rev.* **132**, 2204.

Hauser, W., and Feshbach, H. (1952). *Phys. Rev.* **87**, 366.

Hill, D. L., and Wheeler, J. A. (1953). *Phys. Rev.* **89**, 1102.

Huizenga, J. R., Clarke, K. M., Gindler, J. E., and Vandenbosch, R. (1962). *Nucl. Phys.* **34**, 439.

Huizenga, J. R., Unik, J. P., and Wilkens, B. D. (1965). *Proc. Int. Conf. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **1**, p. 11. IAEA, Vienna.

Huizenga, J. R., Behkami, A. N., Meadows, J. W., and Klema, E. D. (1968). *Phys. Rev.* **174**, 1539.

Huizenga, J. R., Behkami, A. N., and Roberts, J. H. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 403. IAEA, Vienna.

Ignatyuk, A. V., Rabotnov, N. S., and Smirenkin, G. N. (1969). *Phys. Lett. B* **29**, 209.

James, G. D., Lynn, J. E., and Earwaker, L. G. (1972). *Nucl. Phys.* **A 189**, 225.

Johansson, S. A. E. (1961). *Nucl. Phys.* **22**, 529.

Kahn, A. M., and Knowles, J. W. (1972). *Nucl. Phys. A* **179**, 333.

Knowles, J. W. (1970). Private communication.

Knowles, J. W., and Khan, A. M. (1968). *Can. Phys. Soc. Meeting, 1968.*

Lamphere, R. W. (1962). *Nucl. Phys.* **38**, 561.

Lynn, J. E. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 249. IAEA, Vienna.

Moldauer, P. A. (1961). *Phys. Rev.* **123**, 968.

Moldauer, P. A., Engelbrecht, C. A., and Duffy, G. J. (1964). Rep. No. ANL-6978. Argonne Nat. Lab. Argonne, Illinois.

Möller, P., and Nilsson, S. G. (1970). *Phys. Lett.* **B 31**, 283.

Northrop, J. A., Stokes, R. H., and Boyer, K. (1959). *Phys. Rev.* **115**, 1277.

Otozai, K., Meadows, J. W., Behkami, A. N., and Huizenga, J. R. (1970). *Nucl. Phys. A* **144**, 502.

Pashkevich, V. V. (1971). *Nucl. Phys.* **A 169**, 275.

Pauli, H. C., Ledergerber, T., and Brack, M. (1971). *Phys. Lett.* **B 34**, 264.

Pedersen, J., and Kuzminov, B. D. (1969). *Phys. Lett. B* **29**, 176.

Preston, M. A. (1962). "Physics of the Nucleus." Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.

Rabotnov, N. S., Smirenkin, G. N., Soldatov, A. S., Usachev, L. N., Kapitza, S. P., and Tsipenyuk, Yu. M. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **1**, p. 135. IAEA, Vienna.

Rabotnov, N. S., Smirenkin, G. N., Soldatov, A. S., Usachev, L. N., Kapitza, S. P., and Tsipenyuk, Yu. M. (1966). *Nucl. Phys.* **77**, 92.

Rabotnov, N. S., Smirenkin, G. N., Soldatov, A. S., Usachev, L. N., Kapitza, S. P., and Tsipenyuk, Yu. M. (1968). *Phys. Lett. B* **26**, 218.

Rabotnov, N. S., Smirenkin, G. N., Soldatov, A. S., Usachev, L. N., Kapitza, S. P., and Tsipenyuk, Yu. M. (1969). Institute of Physics and Energetics, Report FEI-170 [Translation in Los Alamos Sc. Lab. Rep. LA-4385-tr (1970)].

Rabotnov, N. S., Smirenkin, G. N., Soldatov, A. S., Usachev, L. N., Kapitza, S. P., and Tsipenyuk, Yu. M. (1970). *Sov. J. Nucl. Phys.* **11**, 285.

Rose, M. E. (1957). "Elementary Theory of Angular Momentum." Wiley, New York.

Specht, H. J., Fraser, J. S., and Milton, J. C. D. (1966). *Phys. Rev. Lett.* **17**, 1187.

Specht, H. J., Fraser, J. S., Milton, J. C. D., and Davies, W. G. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd Vienna, 1969*, p. 363. IAEA, Vienna.

Soldatov, A. S., *et al.* (1965). *Phys. Lett.* **14**, 217.

Soldatov, A. S., Tsipenyuk, Yu. M., and Smirenkin, G. N. (1970). *Sov. J. Nucl. Phys.* **11**, 552.

Unik, J. P. (1966). Private communication.

Vandenbosch, R. (1967). *Nucl. Phys. A* **101**, 460.

Vandenbosch, R., Unik, J. P., and Huizenga, J. R. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, *1*, p. 547. IAEA, Vienna.

Vandenbosch, R., Wolf, K. L., Unik, J. P., Stephan, C., and Huizenga, J. R. (1967). *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1138.

Wheeler, J. A. (1963). *In* "Fast Neutron Physics" (J. B. Marion and J. L. Fowler, eds.), Pt. II. Wiley (Interscience), New York.
Wilets, L., and Chase, D. M. (1956). *Phys. Rev.* **103**, 1296.
Wilkins, B. D., Unik, J. P., and Huizenga, J. R. (1964). *Phys. Lett.* **12**, 243.
Wolf, K. L., Vandenbosch, R., and Loveland, W. D. (1968). *Phys. Rev.* **170**, 1059.
Yuen, G., Rizzo, G. T., Behkami, A. N., and Huizenga, J. R. (1971). *Nucl. Phys. A* **171**, 614

第六章　中等激发能到高激发能的裂变碎片角分布

A. 引　言

在上一章中，讨论了对于具有特定量子数的分立过渡态的裂变碎片角分布理论。在本章中，这个理论将扩展到激发能较高的区域，在这种区域，过渡能级可以用统计方法来描述。

对于许多靶核和多种入射粒子(包括中子、质子、氘核、α粒子和重离子)的体系,在直到几十MeV的激发区，已进行了角分布的研究。实验观测到的某些较显著的特点可概括如下。

(a) 裂变碎片在沿着入射束向前和向后的方向上，具有最大的微分截面。

(b) 当入射粒子最重时，各向异性最大，而袭击粒子为中子和质子时，各向异性最小。

(c) 每当达到一个阈值(指在蒸发一定数目的中子后，留下的剩余核在能量上有可能发生裂变的阈值)时，各向异性增加(见图Ⅵ-13、Ⅵ-14和Ⅵ-12)。

(d) 奇A靶核与偶偶靶核的各向异性是近似相等的(见图Ⅵ-20)。

(e) 当靶核的Z^2/A值增加时，各向异性减小（见图Ⅵ-19和Ⅵ-20)。

裂变碎片的角分布依赖于两个量：由入射粒子带入的角动量和这个角动量转化成两碎片之间轨道角动量的份额。这个份额是通过一个参量K来表征的，K的定义是角动量J在核对称轴上的投影(见图Ⅴ-1)。为了给出裂变碎片角分布的定量描述，必须再一次使用在第五章中已讨论过的两个假定。即，(a)碎片沿着核对称轴分离；(b)尽管K在初始核与鞍点之间不是好量子数，但它

在鞍点以后是个好量子数。

裂变体系角动量的分布可以由实验者通过选择入射粒子的种类及能量来控制。然而K的分布是由核本身确定的。因此，从裂变碎片角分布的测量能够导出在鞍点形变处能级的K谱。

B. 用统计模型描述的过渡态的角分布理论

1. 精确的理论表达式

自旋为J且自旋在核对称轴上的投影为K的过渡核的能级密度由下面的近似关系式给出，

$$\rho(J,K)\propto\exp[(E-E_{rot}^{J,K})/t] \qquad (\text{Ⅵ}-1)$$

其中E是总能量，$E_{rot}^{J,K}$是过渡态(J,K)的束缚在转动上的能量，而t是热力学温度。方程(Ⅵ-1)的推导要求：在激发能围绕E作小的变化时，t是不变的。核的可利用热力学能量为$(E-E_{rot}^{J,K})$。一个核在其鞍点形变处的转动能为

$$E_{rot}^{J,K}=(\hbar^2/2\mathscr{I}_\perp)(J^2-K^2)+(\hbar^2/2\mathscr{I}_\parallel)K^2 \qquad (\text{Ⅵ}-2)$$

其中$\mathscr{I}_\perp$和$\mathscr{I}_\parallel$分别为围绕与对称轴垂直和平行的轴的核转动惯量。将方程(Ⅵ-2)代入方程(Ⅵ-1)得

$$\rho(J,K)\propto\exp\{(E/t)-(\hbar^2J^2/2\mathscr{I}_\perp t)-$$
$$-(\hbar^2K^2/2t)[(1/\mathscr{I}_\parallel)-(1/\mathscr{I}_\perp)]\} \qquad (\text{Ⅵ}-3)$$

对于确定的E和t值，过渡能级数目$\rho(J,K)$依赖于两个量，$(\hbar^2J^2/2\mathscr{I}_\perp t)$以及$(\hbar^2K^2/2t)[(1/\mathscr{I}_\parallel)-(1/\mathscr{I}_\perp)]$。此外，如果$J$是确定的，那么$K$的分布变为

$$\rho(K)\propto\exp\{-(\hbar^2K^2/2t)[(1/\mathscr{I}_\parallel)-(1/\mathscr{I}_\perp)]\} \qquad (\text{Ⅵ}-4)$$

这个方程是与高斯型K分布等价的(Halpern 和 Strutinsky, 1958)，

$$\rho(K)\propto\exp(-K^2/2K_0^2), \qquad K\leqslant J$$
$$=0, \qquad K>J \qquad (\text{Ⅵ}-5)$$

其中$K_0^2=t/\hbar^2[(1/\mathscr{I}_\parallel)-(1/\mathscr{I}_\perp)]$。如果用$1/\mathscr{I}_{eff}$代替$[(1/\mathscr{I}_\parallel)-(1/\mathscr{I}_\perp)]$，那么

$$K_0^2 = t\mathscr{I}_{\text{eff}}/\hbar^2 \qquad (\text{Ⅵ}-6)$$

对于高斯型K分布，裂变碎片角分布的精确表达式可以由方程(Ⅴ-3)通过对J、M和K适当加权推导出来。如果将靶核和入射粒子的自旋包括在内，角分布的精确方程式为

$$W(\theta) \propto \sum_{J=0}^{\infty} \sum_{M=-(I_0+s)}^{+I_0+s} \left\{ \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{S=|I_0-s|}^{I_0+S} \sum_{\mu=-I_0}^{+I_0} \frac{(2l+1)T_l \left|C_{M;0;M}^{S;l;J}\right|^2 \left|C_{\mu;M-\mu;M}^{I_0;s;S}\right|^2}{\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)T_l} \right\}$$

$$\times \sum_{K=-J}^{J} \frac{(2J+1)\left|d_{M,K}^J(\theta)\right|^2 \exp(-K^2/2K_0^2)}{\sum_{K=-J}^{J}\exp(-K^2/2K_0^2)} \qquad (\text{Ⅵ}-7)$$

量I_0、s和S分别为靶核自旋、入射粒子自旋和道自旋。道自旋S由关系式$\mathbf{S}=\mathbf{I}_0+\mathbf{s}$确定。总角动量$J$由道自旋与轨道角动量之和给出，$\mathbf{J}=\mathbf{S}+\mathbf{l}$。$I_0$在空间固定轴上的投影为$\mu$，而$S$（以及$J$）在空间固定轴上的投影是$M$。括号中的量给出对于特定($J$, M)组合的权重因子。这个值乘上一个角度相关项，即特定的J所容许的各个K态(K分布也是加权的)的角度相关项。这个乘积先对特定的J的所有M值求和，最后再对所有J值求和。$d_{M,K}^J(\theta)$函数由方程式(Ⅴ-2)定义，而量$C_{M;0;M}^{S;l;J}$和$C_{\mu;M-\mu;M}^{I_0;s;S}$是Clebsch-Gordan系数。

当所有受激的复合核都通过裂变衰变时，方程(Ⅵ-7)是裂变碎片角分布的精确的理论表达式。如果复合核自旋分布没有发生分异，那么在复合核还通过其它反应道衰变的情况，方程(Ⅵ-7)也是适用的。这个限制是必须的，因为方程(Ⅵ-7)包含有由复合核形成而产生的J分布的加权。如果在复合核通过各种出射道衰变时发生自旋分异，那么在方程(Ⅵ-7)中J的权重因子必须作些改变才能得到适用于通过裂变道衰变的那些核的J分布。

在特定能量处，过渡核的相对能级数目$\rho(J, K)$由方程

(Ⅵ-3)给出。但是，我们将看到，方程(Ⅵ-7)的归一化是分别对每一个 J 值进行的，对每一个 J 值，有一个按照方程(Ⅵ-5)确定的高斯型 K 分布。这意味着具有不同 J 值的过渡态的相对数目不进入归一化。它暗含着这样的假定：J 的相对分布在复合核形成的初始阶段是固定不变的，并且在整个裂变过程中保持不变（无自旋分异)。因此，它与过渡核中具有不同 J 值的能级的相对数目无关。特定 J 值的总强度分布在可资利用的过渡核能级上。如果更多的能级是可资利用的，分配到每个过渡能级上的强度就会相应地减少。

弄明白方程(Ⅵ-7)给出的角分布的物理原委或许是有益的。中子和带电粒子引起的裂变给出一种典型的角分布，即沿着入射束向前和向后方向发射的碎片比垂直于入射束方向发射的更多，如在图Ⅵ-4、Ⅵ-6、Ⅵ-7和Ⅵ-8中所示。对于靶核自旋和入射粒子自旋均为零的情况，这个结果是最容易理解的。在这种情况下，复合核角动量的每个值都来源于（与碰撞的特定碰撞参数相联系的）轨道角动量。这些复合核的角动量矢量均匀地分布在与束方向垂直的平面内。假使所有的 K 值都是等几率的话，本应产生各向同性的分布。具有特定 J、K 值的过渡态的密度由方程(Ⅵ-1)给出，其中熟知的玻尔兹曼因子含有特定 J、K 的能态的转动能在内。对于特定的 J 值，因为 $\mathscr{I}_{\perp}$ 比 $\mathscr{I}_{\parallel}$ 大，所以当 $K=0$ 时（绕与核对称轴垂直的轴转动）转动能最小〔见方程(Ⅵ-2)〕。这导致方程(Ⅵ-5)的结果，其中当 $K=0$ 时密度 $\rho(K)$ 最大。

由通过 $K=0$ 态的裂变产生的碎片，将垂直于角动量矢量 J 排列，而 J 又位于垂直于入射束的平面内。对于空间所有允许的方向积分时，导致碎片集中在沿入射束的前后方向上。在另一种极端情况下，通过 $K=J$ 态的裂变，导致碎片集中在垂直于入射束的方向上。这些具有大 K 值的事件可能性不大，因为它们的态密度较小，这是由于，它们的转动能较大〔方程(Ⅵ-2)〕，对玻尔兹曼因子不利所致。这就定性地解释了，对于方程(Ⅵ-5)给出的 K 分布，碎片在沿入射束前后的方向上出现峰值。

如果靶核或入射粒子的自旋不等于零（假定这些自旋在空间的取向是无规的），在这种情形下，复合核总角动量矢量就不一定处在垂直于入射束的平面内。这会使向前向后的峰值变模糊，并使各向异性减小，如图Ⅵ-5所示靶核自旋增长时的情形。

2．近似的理论表达式

对于较高能量的入射粒子，在复合核中会激发许多种角动量态，因而，即使用大型计算机，角分布的计算也变得很费时间。但是对高能入射粒子，会产生某些固有的简化。例如，对于中子和带电粒子入射的情况，轨道角动量位于垂直各自的束方向的平面内。此外，当轨道角动量比靶核自旋和入射粒子自旋大得很多时，总角动量在空间固定Z轴（束方向）上的投影M与总角动量J相比是非常小的。

在靶核和入射粒子自旋为零以及初始复合核裂变之前不发生粒子发射的限制条件下（亦即$M=0$），对于特定的J假设具有高斯型K分布的角分布为

$$W^J_{M=0}(\theta)\propto$$

$$\sum_{K=-J}^{J}\frac{(2J+1)\left|d^J_{M=0,K}(\theta)\right|^2\exp(-K^2/2K_0^2)}{\sum_{K=-J}^{J}\exp(-K^2/2K_0^2)} \qquad (\text{Ⅵ-8})$$

当复合核的许多J值都有贡献并且透射系数T_l为已知时，对于$M=0$的总的角分布变为

$$W(\theta)\propto\sum_{J=0}^{\infty}(2J+1)T_J$$

$$\sum_{K=-J}^{J}\frac{(2J+1)\left|d^J_{M=0,K}(\theta)\right|^2\exp(-K^2/2K_0^2)}{\sum_{K=-J}^{J}\exp(-K^2/2K_0^2)} \qquad (\text{Ⅵ-9})$$

这里透射系数写作T_J，因为当$M=0$时$l=J$。

当靶核和入射粒子自旋都为零时，方程(Ⅵ-9)是计算裂变碎片角分布的精确的理论表达式。α粒子引起偶偶靶核的裂变是这种反应的例子。但只限于仅仅发生第一次机会裂变的反应，因为如果裂变发生在中子发射之后（复合核先由发射中子而退激发，然后再发生裂变），M就不再为零了。方程(Ⅵ-7)和(Ⅵ-9)的使用需要求出许多$d^J_{M,K}(\theta)$函数的值，因此，这两个方程仅在最近才首次用于中等激发能(Huizenga等，1969)。

在方程(Ⅵ-7)或(Ⅵ-9)中，许多$d^J_{M,K}(\theta)$函数的求值要用大量的计算机时间，因此要发展一种裂变碎片角分布的理论表达式，在这种表达式中$d^J_{M,K}(\theta)$函数用下述关系式来近似给出(Wheeler，1963)。

$$|d^J_{M,K}(\theta)|^2 \cong \pi^{-1}\left[\left(J+\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\theta - M^2 - K^2 + 2MK\cos\theta\right]^{-1/2} \qquad (\text{Ⅵ}-10)$$

将这个表达式代入方程(Ⅴ-3)，对于$M=0$的情况得出

$$W^J_{M=0,K}(\theta) = \frac{2J+1}{2\pi}\left[\left(J+\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\theta - K^2\right]^{-1/2} \qquad (\text{Ⅵ}-11)$$

对于高斯型K分布，特定J($M=0$时)的角分布为

$$W^J_{M=0}(\theta) = \frac{(2J+1)\int_0^{(J+1/2)\sin\theta}\left[\left(J+\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\theta-K^2\right]^{-1/2}}{2\pi\int_0^{(J+1/2)}\exp\left(-K^2/2K_0^2\right)dK}$$

$$\exp\left(-K^2/2K_0^2\right)dK \qquad (\text{Ⅵ}-12)$$

在分子和分母中的积分都可以严格积出并写成下式(Huizenga 等，1969)。

$$W_{M=0}^{J}(\theta)=$$

$$\frac{(\pi/2)(2J+1)\exp\left[-\left(J+\frac{1}{2}\right)^{2}\sin^{2}\theta/4K_{0}^{2}\right]}{2\pi(\pi^{1/2}/2)(2K_{0}^{2})^{1/2}}$$

$$\frac{J_{0}\left[i\left(J+\frac{1}{2}\right)^{2}\sin^{2}\theta/4K_{0}^{2}\right]}{\operatorname{erf}\left[\left(J+\frac{1}{2}\right)/(2K_{0}^{2})^{1/2}\right]} \qquad (\text{VI}-13)$$

其中 J_0 是带有虚自变量的零级贝塞尔函数，而 $\operatorname{erf}\left[\left(J+\frac{1}{2}\right)/(2K_{0}^{2})^{1/2}\right]$ 是按下式定义的误差函数，

$$\operatorname{erf}(\chi)=(2/\pi^{1/2})\int_{0}^{\chi}\exp(-t^{2})\,dt$$

如果每个 J 值按 $(2J+1)T_J$ 加权，那么近似的总的裂变碎片角分布($M=0$ 时)为

$$W(\theta)\propto\sum_{J=0}^{\infty}$$

$$\frac{(2J+1)^{2}T_{J}\exp\left[-\left(J+\frac{1}{2}\right)^{2}\sin^{2}\theta/4K_{0}^{2}\right]}{\operatorname{erf}\left[\left(J+\frac{1}{2}\right)/(2K_{0}^{2})^{1/2}\right]}$$

$$J_{0}\left[i\left(J+\frac{1}{2}\right)^{2}\sin^{2}\theta/4K_{0}^{2}\right] \qquad (\text{VI}-14)$$

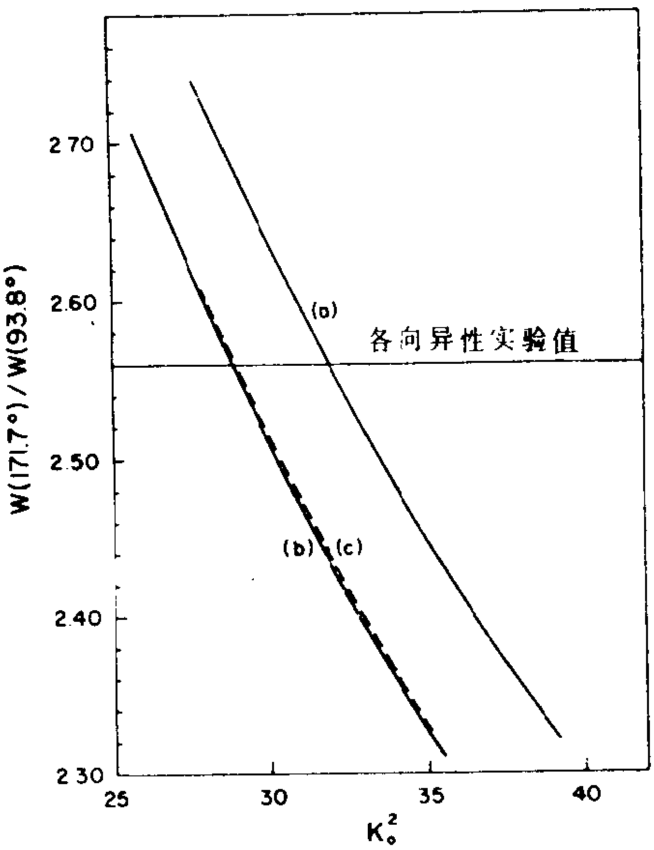


图 Ⅵ-1 38 MeV α粒子引起^{206}Pb(α, f)反应的裂变碎片各向异性$W(171.7°)/W(93.8°)$。各向异性实验值为2.56。用文中所描述的各种理论表达式算出的K_0^2值表示如下。曲线(c)是用方程(Ⅵ-9)，即对于$M=0$的精确表达式计算的；曲线(b)是用方程(Ⅵ-14)计算的，其中$d^J_{M,K}(\theta)$函数用方程(Ⅵ-10)近似计算；而曲线(a)是用与(Ⅵ-14)类似的方程(但略去了分母中的误差函数)计算的。

方程（Ⅵ-9）和（Ⅵ-14）是靶核和入射粒子自旋均为零（$M=0$）的反应中裂变碎片角分布的理论表达式。尽管方程（Ⅵ-9）是精确的表达式，而方程（Ⅵ-14）却不是精确的，因为在推导方程（Ⅵ-14）时，$d^{J}_{M,K}(\theta)$函数是由方程（Ⅵ-10）近似地表示的。

3．各种理论表达式的比较

方程（Ⅵ-10）所给出的近似关系对于中等能量粒子引起裂变是适用的，这表示在图Ⅵ-1。对于38MeV α粒子引起$^{206}Pb(\alpha, f)$反应的裂变碎片角分布，用各种理论方程式求得的各向异性理论值$W(171.7°)/W(93.8°)$作为K_0^2的函数作图。各向异性实验值2.56也画在图上。曲线（b）和（c）是分别用方程（Ⅵ-14）和（Ⅵ-9）计算的。这两条曲线之间符合得非常好，这也显示了方程（Ⅵ-10）对这样一种反应的适用程度。在很宽的入射能量范围内，方程（Ⅵ-14）和（Ⅵ-9）之间的符合程度都很好，几乎相等（当然要记住，M必须为零）。

曲线（a）是用一个与（Ⅵ-14）类似的方程（但略去了分母中的误差函数）计算的。去掉误差函数而算得的K_0^2值偏大12%。在方程（Ⅵ-14）分母中略去误差函数在计算结果上引起的误差大小取决于入射能量，但大多数能量下误差是显著的。

当靶核或入射粒子（或两者）的自旋不为零时，裂变碎片角分布的精确计算可以用方程（Ⅵ-7）完成。对于自旋为$\frac{9}{2}$的^{209}Bi靶核，21MeV氘核引起的(d, f)反应和43MeV α粒子引起的（α, f）反应，方程（Ⅵ-9）及（Ⅵ-14）与精确方程（Ⅵ-7）的比较分别示于图Ⅵ-2和Ⅵ-3。再一次可以看到，用方程（Ⅵ-9）和（Ⅵ-14）（假定$M=0$）计算的理论各向异性几乎是相同的，分别用曲线（c）和（b）表示。在图Ⅵ-2和Ⅵ-3中的曲线（d）就是用方程（Ⅵ-7）计算的精确的理论结果。它给出的K_0^2值对于每种反应都偏小百分之几。两张图上的曲线（a）是忽略了误差函数而算得的。

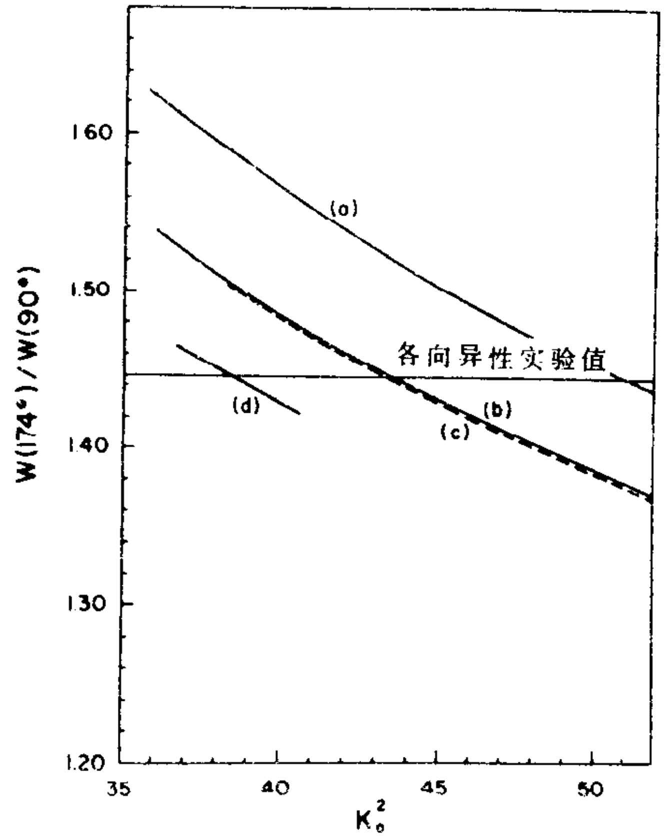


图 VI-2　21MeV氘核引起^{209}Bi(d, f)反应的裂变碎片各向异性$W(174°)/W(90°)$。各向异性实验值为1.446。用文中所描述的不同理论表达式算出的K_0^2值表示如下。曲线(d)是用方程(VI-7)，也就是包括了靶核和入射粒子自旋的精确表达式计算的；曲线(c)是用方程(VI-9)计算的[假定靶核和入射粒子自旋为零($M=0$)]；曲线(b)是用方程(VI-14)计算的[假定靶核和入射粒子自旋为零($M=0$)，此外，$d^J_{M,K}(\theta)$函数用方程(VI-10)近似计算]；曲线(a)是用与(VI-14)类似的方程(但略去了分母中的误差函数)计算的。

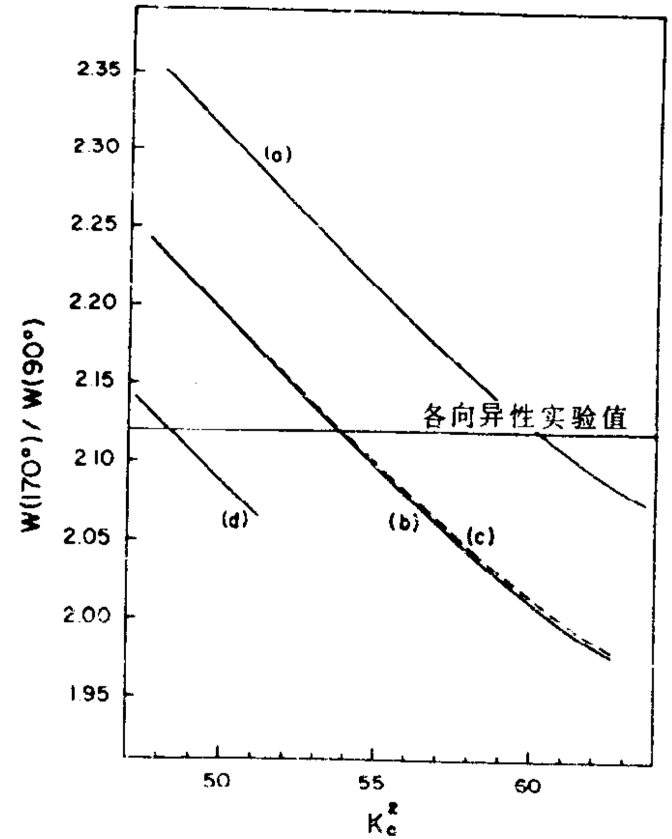
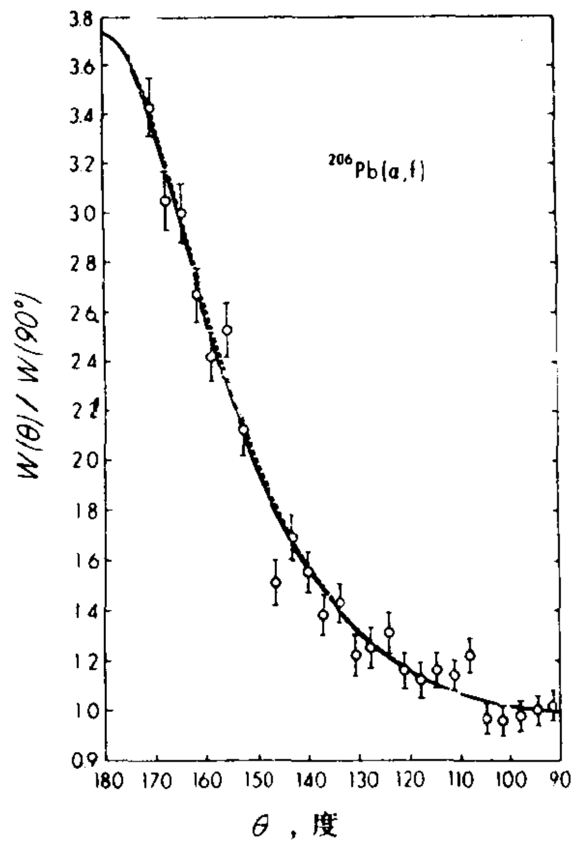


图 VI-3　43MeV α粒子引起^{209}Bi(α, f)反应的裂变碎片各向异性$W(170°)/W(90°)$。各向异性实验值为2.12。用文中所描述的不同理论表达式算出的K_0^2值表示方法与图VI-2相同。

以前实验和理论裂变碎片角分布的比较是用略去了分母中误差函数的理论表达式〔参见方程(Ⅵ-14)〕进行的。早期所用的各种近似的理论表达式在另外一些方面也还有所不同，例如，用J代替$(J+1/2)$。Huizenga等(1969)对于用其它几个近似方程所得结果作了比较。



图Ⅵ-4　30MeV α粒子引起^{206}Pb裂变的理论和实验碎片角分布的比较。实线是用方程(Ⅵ-14)计算的，并给出$K_0^2=8.83$。虚线是用类似的方程，但略去了分母中的误差函数计算的，它给出$K_0^2=9.47$。〔实验数据取自Moretto等（1969)。〕

在图Ⅵ-4中，对于$E_\alpha=30$ MeV 的^{206}Pb(α, f)反应，比较了用方程(Ⅵ-14)和用类似的方程（但略去了分母中的误差函数）计算的两种理论碎片角分布。对于实验数据，两个理论表达式可以给出同样好的拟合。但是，用方程(Ⅵ-14)计算时，要用8.83的K_0^2值得到实线拟合，而用分母中略去误差函数的方程式计算时，则需取K_0^2值等于9.47得到虚线拟合。

靶核自旋对各向异性的影响示于图Ⅵ-5（对于43MeV氦离子轰击元素铋的情形）。在各向异性$W(170°)/W(90°)$的理论计算中，假定$K_0^2=51$（参见图Ⅵ-3)，而靶核可具有不同的自旋值。当靶核自旋增加一个单位时，理论各向异性约减少1.3%。或者换一种方式来看，如果各向异性$W(170°)/W(90°)$固定为实验值2.12，那

么算得的 K_0^2 值将随靶核自旋的增加而减少。靶核自旋每增加一个单位，K_0^2 的大小约减少 3 %。K_0^2 值随靶核自旋的增加而减少，是由于靶核自旋与轨道角动量的耦合使总角动量 J 的排列程度减低之故。

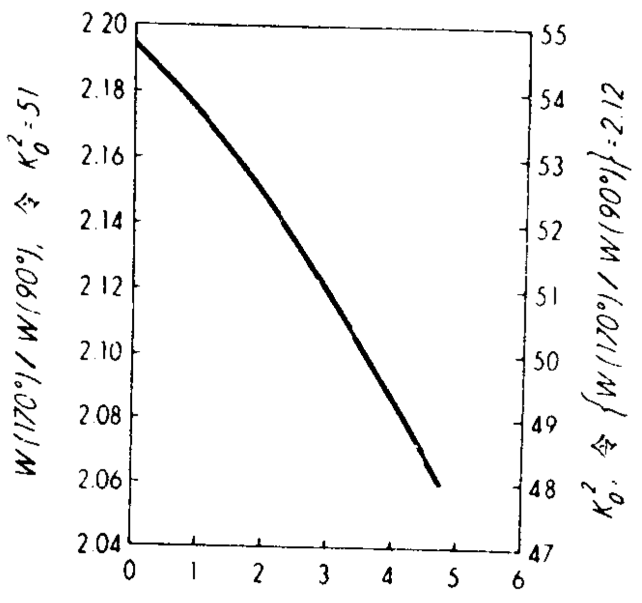


图 VI-5　使用方程(VI-7)计算的裂变碎片各向异性 $W(170°)/W(90°)$ 以及 K_0^2 随靶核自旋的变化。透射系数 T_l 是对42MeV氦离子引起铋裂变算出的。左边的座标是对于固定的 $K_0^2=51$ 算出的 $W(170°)/W(90°)$ 随靶核自旋的变化。右边的座标是对于 $W(170°)/W(90°)$ 固定为2.12(各向异性实验值)而算出的 K_0^2 随靶核自旋的变化。

C. 实验裂变碎片角分布

在图VI-6到VI-8中画出了一些不同裂变体系实验碎片角分布的图。一般说来，当入射束的能量或入射粒子的质量增加时，角分布沿束的方向出现更强的峰值。

对于粒子反应，裂变碎片各向异性的程度与 J 和 K 两者的分布都有关。增加高 J 态的权重可使各向异性增加。实验者可以通过增加入射粒子的能量或其质量来做到这一点。另一方面，K 分

布是由K_0^2表征的一种核特性，如前面方程(Ⅵ-6)所示，它与量$\mathscr{I}_{eff}t/h^2$有关。当激发能增加时，温度t值增加，导致较大的K_0^2值（假定$\mathscr{I}_{eff}$与激发能无关）。各向异性随K_0^2的增加而减小。因此，各向异性随激发能的变化关系与J和K分布有关，当这两个量的数值增加时，它们朝着相反的方向改变各向异性的大小。

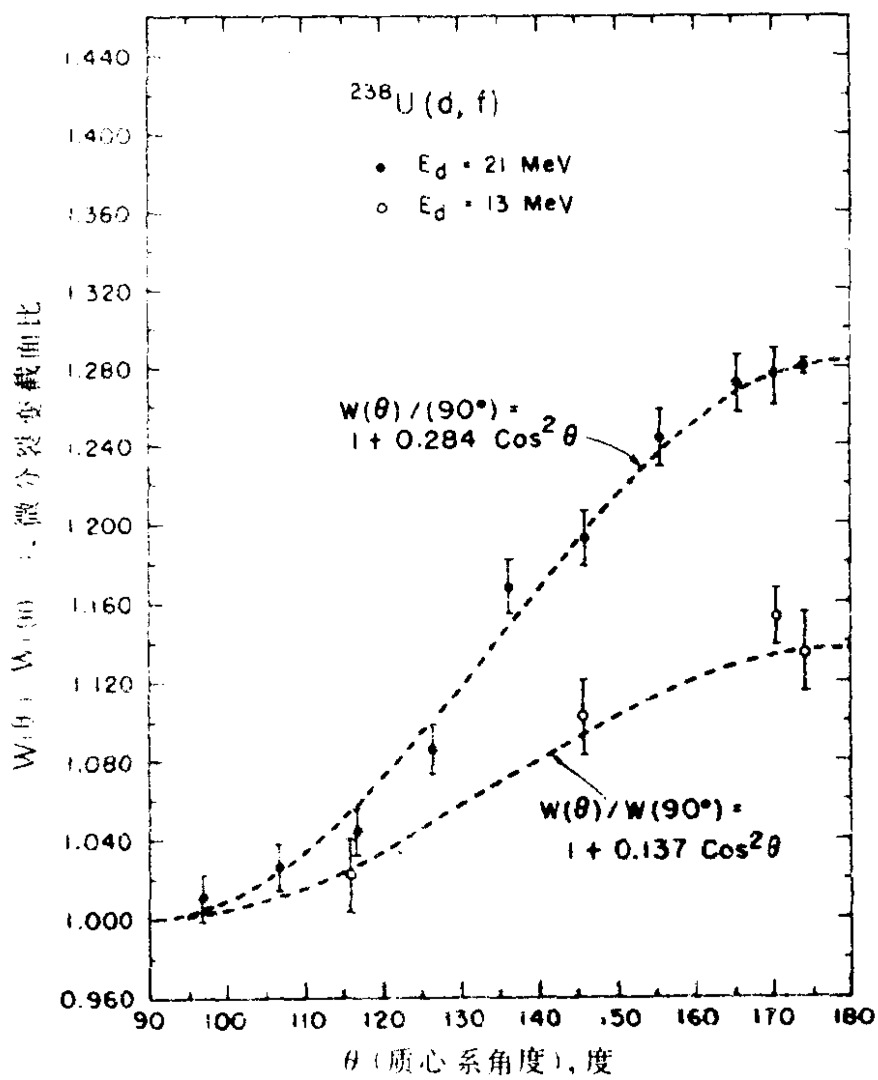


图 Ⅵ-6　13MeV和21MeV氘核引起^{238}U裂变时，碎片角分布$W(\theta)/W(90°)$随质心系角度（用度表示）的变化。图上的点是实验值（带统计误差）。虚线是用表达式[$W(\theta)/W(90°)$] = 1 + $\cos^2\theta$作的解析拟合。[引自Bate等，（1963）。]

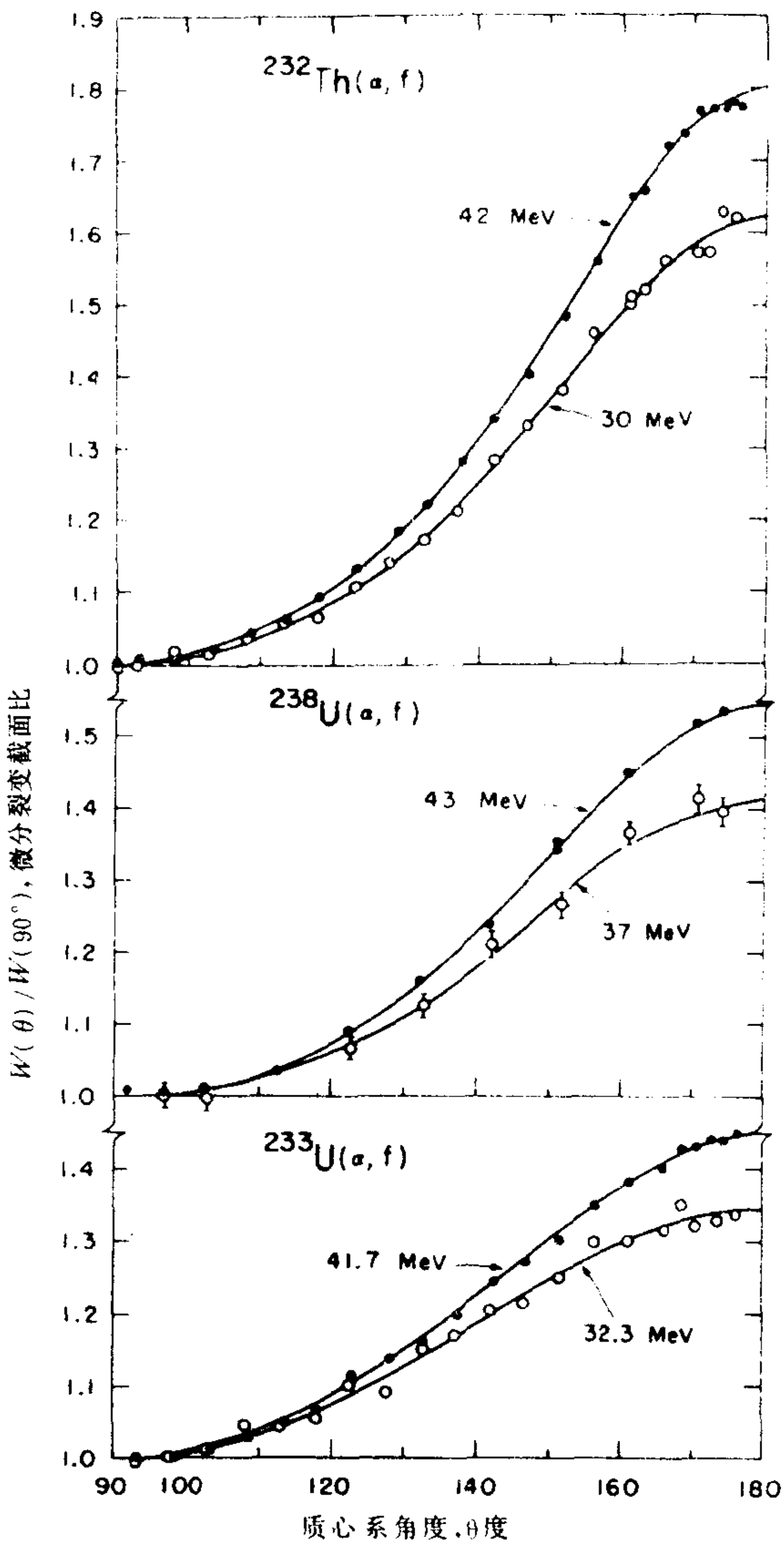


图 Ⅵ-7 氦离子引起^{232}Th、^{238}U和^{233}U裂变时，碎片角分布随质心系角度（用度表示）的变化。在图的各个部分标出了入射粒子的能量。除^{238}U外，标准偏差近似等于符号的大小，而^{238}U的误差则略为大些。［引自 Vandenbosch等，（1961）。］

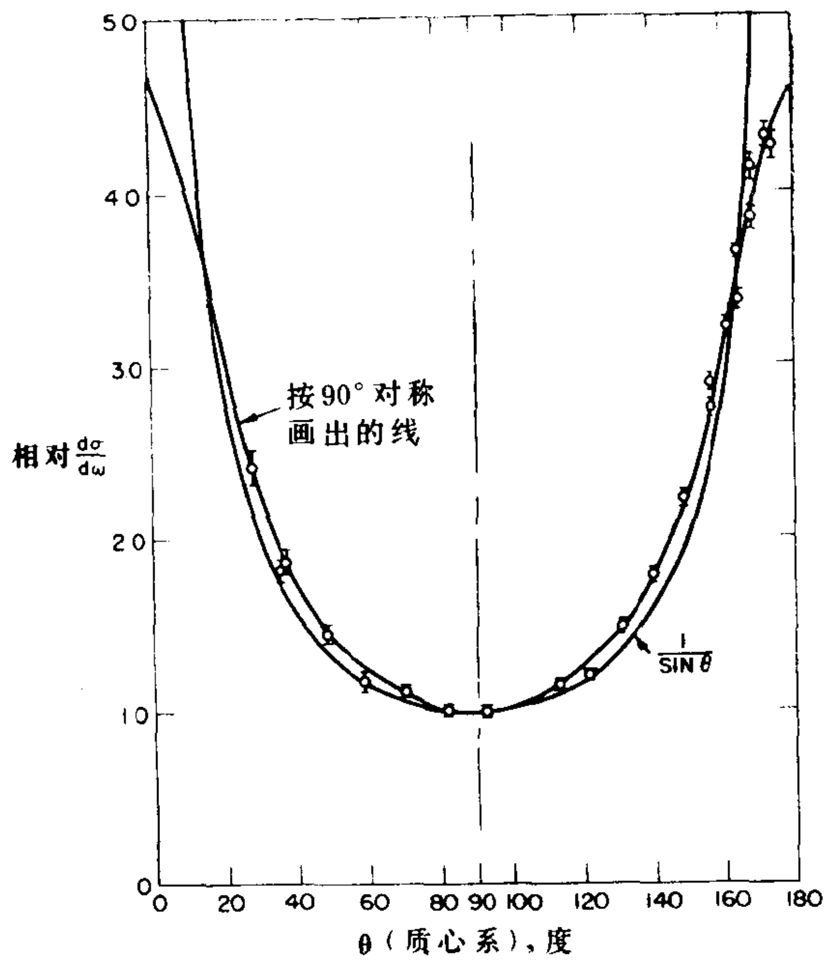


图 Ⅵ－8　碳离子引起^{197}Au裂变时，碎片角分布随质心系角度（用度表示）的变化。把角分布实验值与 $1/\sin\theta$ 分布作了比较。［引自Gordon等，（1960）。］

在进一步定量地讨论裂变碎片角分布与激发能的关系时，用微分裂变截面比来表示要比用完整的角分布更为方便。实际上在本章的几个图中已经这样做了，因为在这个比值中含有的关于K_0^2的资料与完整的角分布中含有的资料是相同的。裂变碎片各向异性与激发能的关系的例子见图Ⅵ-9到Ⅵ-12。这些数据包括：质子引起^{233}U裂变、氘核引起^{232}Th裂变以及氦离子引起^{209}Bi和^{226}Ra裂变。

对于在图Ⅵ-9中所包含的质子能量范围，其角动量是非常小的，因而在所有能量下，裂变碎片都是接近各向同性地发射的。在图Ⅵ-10上，氘核引起^{232}Th裂变的各向异性随能量而作较平滑

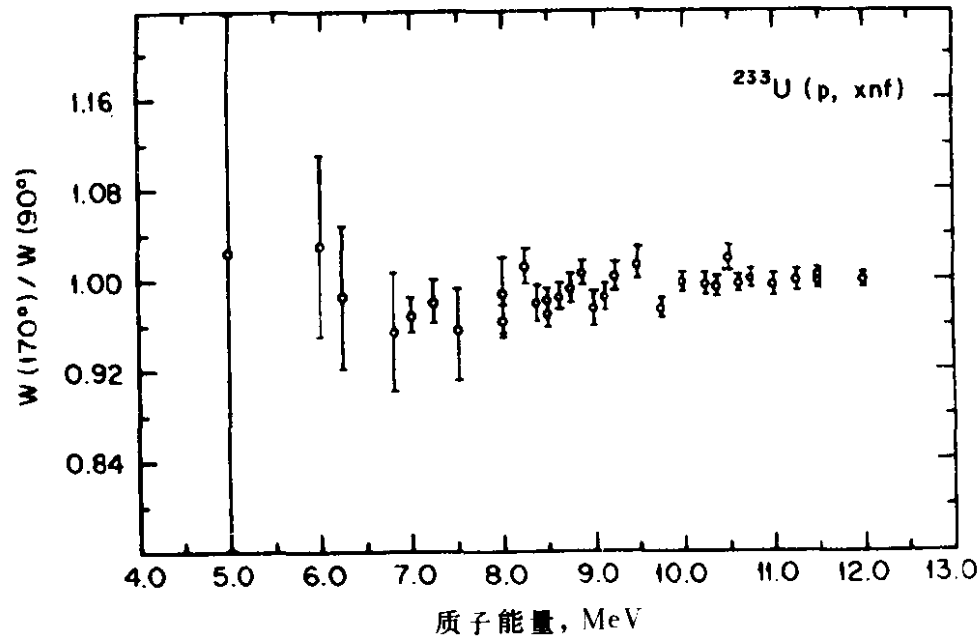


图 VI-9　质子引起^{233}U裂变时，裂变碎片各向异性比值随质子能量的变化。[引自Bate和Huizenga，（1964）。]

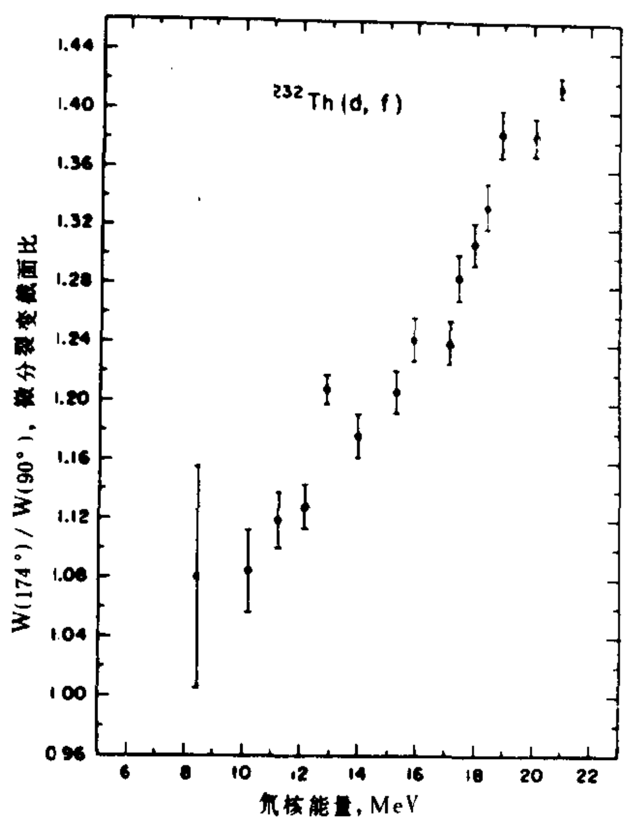


图 VI-10　氘核引起^{232}Th裂变的微分裂变截面比W(174°)/W(90°)随实验室系氘核能量的变化。[引自Bate等，(1963)。]

的增加。定性地说，这是由于当激发能增加时，角动量的增加比K_0^2值的增加更为重要。在图Ⅵ-11上，氦离子引起^{209}Bi裂变的各向异性几乎不随激发能而改变。这可定性地理解为，上面所讨论的两种相反的因素同等重要。在图Ⅵ-12中氦离子引起^{226}Ra裂变的各向异性，其总的趋势是向上升的，尽管随着激发能的变化存在着明显的结构。

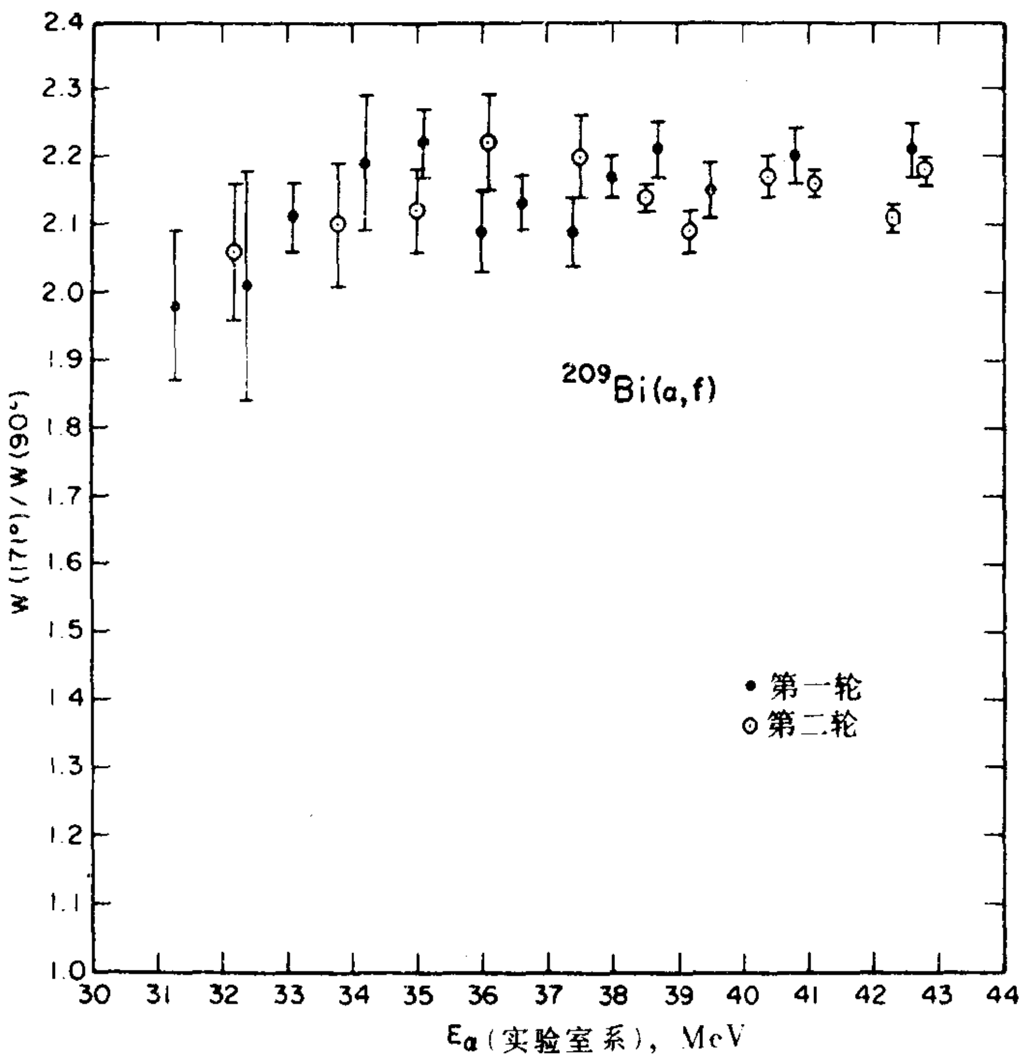
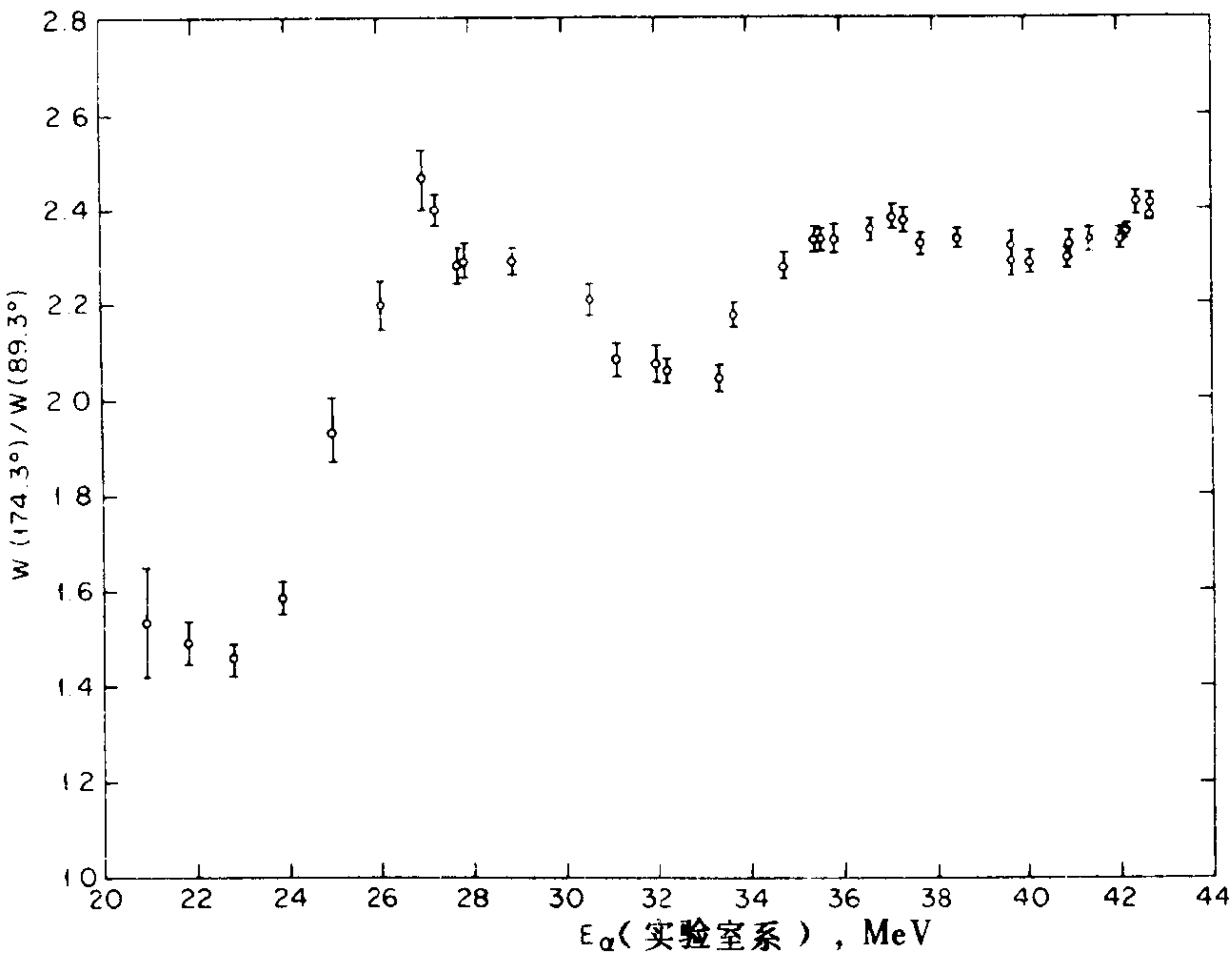
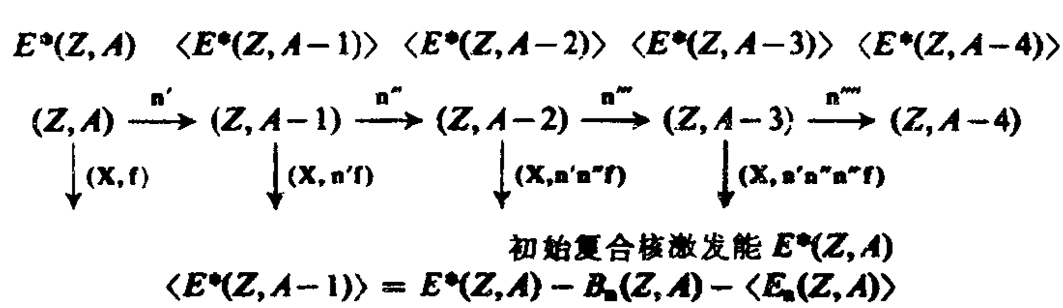


图 Ⅵ-11　氦离子引起^{209}Bi裂变时，微分裂变截面比$W(171°)/W(90°)$随实验室系氦离子能量的变化。[引自Huizenga,(1965)。]



图Ⅵ-12 氦离子引起^{226}Ra裂变时，碎片各向异性随入射粒子能量的变化。[引自Gindler等,(1964)。]

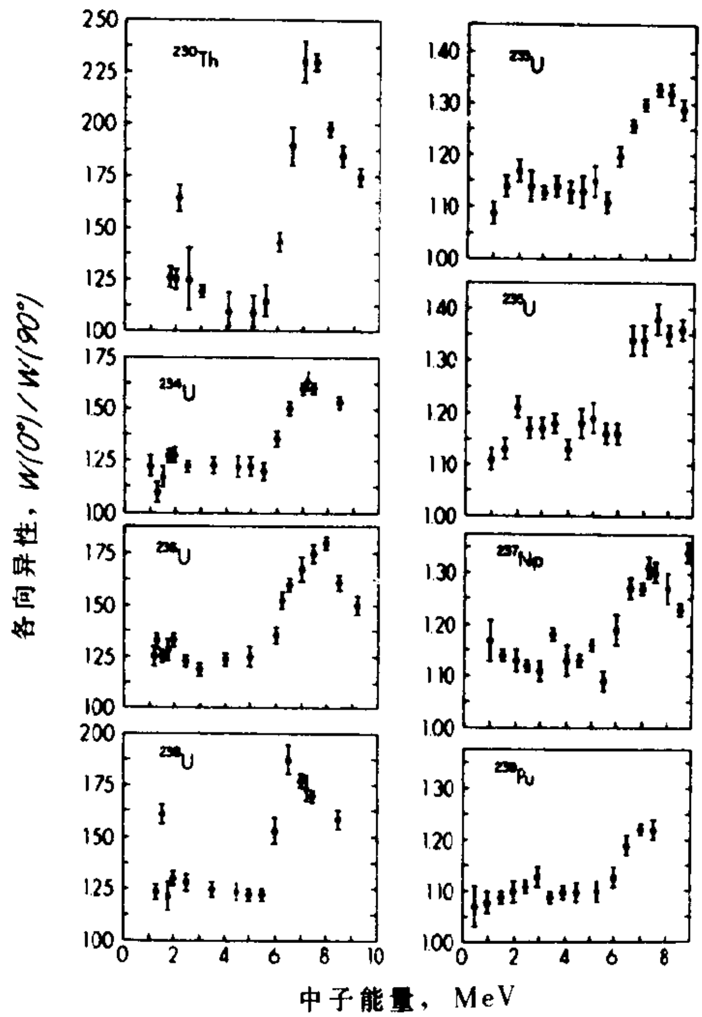
在图Ⅵ-12中显示出来的各向异性中的周期性结构是多次机会裂变产生的结果。多次机会裂变的概念在图Ⅵ-13中说明。处于激



图Ⅵ-13 由入射粒子X形成的，激发能为$E^*(Z, A)$的复合核(Z, A)的中子发射与裂变之间的竞争。

发能$E^*(Z, A)$的初始复合核(Z, A)，有一部分通过裂变而衰变，另一部分通过中子发射而衰变，并形成具有平均激发能$\langle E^*(Z, A-1)\rangle$的核$(Z, A-1)$。发射一个中子而形成的核，其平均激发能等于初始激发能减去中子结合能$B_n(Z, A)$，再减去平均中子动能$\langle E_n(Z, A)\rangle$。对于核$(Z, A-1)$，也有类似的裂变和中子发射之间的竞争，而这种分支一直继续下去，直到激发能小于中子结合能或裂变阈为止。

对于几种靶核的中子裂变，在各向异性中也观察到类似的结构，如图Ⅵ-14所示。除了在第五章中所讨论的低能结构外，在第



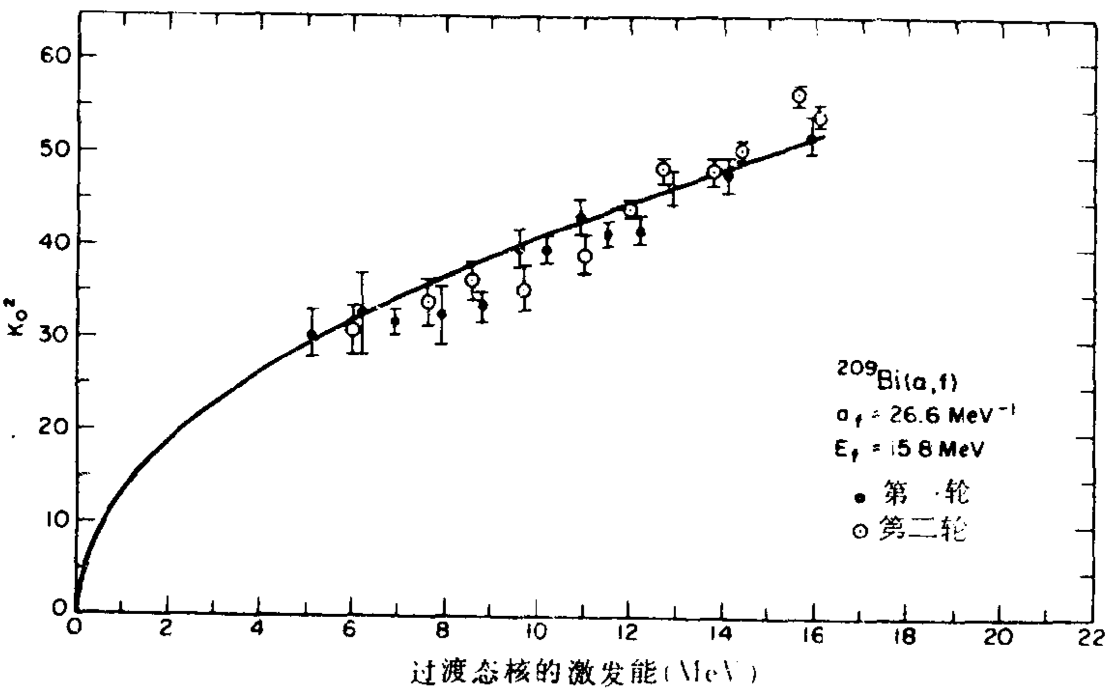
图Ⅵ-14　对于^{230}Th、^{234}U、^{236}U、^{238}U、^{233}U、^{235}U、^{237}Np和^{239}Pu靶核，各向异性$W(0°)/W(90°)$随中子能量的变化。［Simmons和Henkel（1960）的数据。］

二次机会裂变(n, n′ f)在能量上成为可能的激发能处，也有一个结构。此种第二次机会裂变的碎片各向异性会非常大，这是由于接近裂变势垒处激发能和核温度很低，与此相应的K_0^2值很小的缘故。在中子能量接近6或7 MeV处的这种结构，对于偶偶靶核是特别显著的，在那种情况下，对能隙在第二次机会裂变的阈能区域起着重要的作用。

上述各向异性的结构与总裂变截面随入射粒子能量变化曲线上的类似结构有着很密切的联系。后者是第七章中讨论的一个课题。当第二次机会裂变、第三次机会裂变等等在能量上成为可能时，每次总裂变截面都由于这些附加的反应而突然增加。在这种增加之后，总裂变截面变平直到下一次机会裂变反应在能量上成为可能之时。因此，已经确认按图Ⅵ-13的略图，在不同激发能处有多次机会裂变发生。

如果蒸发中子所带走的角动量的总量比复合体系角动量小得很多，那么可以近似地认为角动量分布对所有的裂变核素是不变的。但是，激发能随裂变前发射的中子数变化很大，其结果是，裂变核的K_0^2的变化也很大。因此，在低激发能处，即略高于第i次机会裂变阈能的能量处，这种第i次机会裂变本身的角度各向异性应该是大的。然后，这个大的各向异性叠加在第$(i-1)$次、第$(i-2)$次、…、第一次机会裂变的各向异性之上。如果第一次、…、第$(i-2)$次、和第$(i-1)$次机会裂变的贡献与第i次机会裂变的贡献相比是较小的，那么予期在接近第i次机会裂变的阈处，各向异性会有大的增加。反之，如果前面几次机会裂变的贡献是大的，那么预期在接近第i次机会裂变的阈处，各向异性的变化就较小。

由于各向异性的大小与K_0^2值关系很大，了解这个量如何随激发能而变化就是很重要的了。统计理论预言，K_0^2和t之间的关系遵循方程(Ⅵ-6)。当统计理论适用时，如果只发生第一次机会裂变，各向异性随能量变化的解释是简单的。由$^{209}Bi(\alpha, f)$反应测得的各向异性（见图Ⅵ-11）按照单次机会裂变假定而计算的K_0^2值画在图Ⅵ-15上。



图Ⅵ-15 由氦离子引起^{209}Bi裂变的实验数据推导出的K_0^2与激发能的关系（假定只发生单次机会裂变）。横座标是从裂变势垒算起的激发能，这里$E_f=15.8$ MeV。(——)由方程（Ⅵ-6)给出的统计理论所预言的理论上的能量关系。[根据Huizenga （1965)。]

用像方程(Ⅵ-7)那样的关系式由各向异性计算K_0^2需要知道入射粒子的透射系数T_l，T_l用光学模型理论算得。图Ⅵ-15中的实线是K_0^2实验点的理论拟合。K_0^2的行为近似地可由状态方程$E=a_f t^2-t$以及在所有激发能处转动惯量不变来解释。但是，在图Ⅵ-15所示的激发能区域,实验和理论之间的一致性并不是统计理论的灵敏的检验。

重元素各向异性随能量的变化关系的解释，一般说来，由于有多次机会裂变而变得更为复杂。实验测到的各向异性是几次机会裂变的综合结果，每次机会裂变具有各自的角动量分布（中子发射会改变J和M的分布）、K_0^2和温度。用统计理论来拟合诸如图Ⅵ-12和Ⅵ-14中的那些多次机会裂变各向异性的尝试还不很成功。

D．考虑到核的对效应时理论的改进

Griffin(1963)描述过包括了核的对相互作用在内的超流体系中K_0^2的推导。在这一节中，我们给出他对K_0^2能量关系推导的简要描述。在核的超导体理论中假定，超导金属中具有大小相等而方向相反动量的电子对之间所发生的那种类型的剩余相互作用，也在正被充填中的壳内核子对之间发生。相互作用的强度反映在关联函数θ_0中。在偶偶系统中产生近似$2\theta_0$的能隙。Bardeen、Cooper、Shrieffer(1957)理论(BCS)给出激发能E及熵S随着超导体系热力学温度t的变化关系，并且给出体系的“准粒子态”的占位几率随t而变化的表达式。

从这些量我们能够推导出能级密度、各种核温度以及转动惯量。超导模型和费米气体独立粒子模型之间的主要差别如下。超导体的基态比费米气体的基态低一个凝聚能C_0。超导体在激发能谱中有一个$2\theta_0$的能隙。在某一临界温度t_c和相应的临界能E_c(约15 MeV)处，对能消失。在临界能以上，超导体的行为预计与通常的费米气体一样，但其基态向上移动一个等于凝聚能C_0的能量。当激发能超过临界能时，转动惯量不比刚体的值小。在E_c以下，理论导致近似不变的核温度，而转动惯量则随激发能的下降而急剧减小。

对于基态，理论给出凝聚能C_0为

$$C_0=\frac{1}{4}g\theta_0^2=0.47\,at_c^2 \qquad (\text{VI}-15)$$

其中

$$a=\frac{1}{6}\pi^2 g \qquad (\text{VI}-16)$$

$$t_c=\frac{4}{7}\theta_0 \qquad (\text{VI}-17)$$

g是没有剩余相互作用的核每MeV的单粒子能级(中子和质子)数目，而$2\theta_0$是$t=0$时的能隙。所谓过渡能或临界能，就是说在这

能量以上，超导体核的行为与普通费米气体一样，只是基态向上移一凝聚能C_0。临界能的值由下式给出，

$$E_c = at_c^2 + C_0 = 1.47\, at_c^2 \qquad (\text{VI-18})$$

使用BCS对相互作用来改进独立粒子模型，与裂变碎片角分布有着特别重要的关系，因为碎片角分布直接依赖于有效转动惯量。这个关系通过K_0^2(角动量在核对称轴上投影的均方值)而定量表示出来。由于单粒子态的对相互作用，在对称轴上对总投影有贡献的单粒子激发并不一直延续到基态。对于一个给定的激发能，超流核具有显著减少的K_0^2。因此，K_0^2对激发能的依赖关系，是辨别这两种模型的较灵敏的方法。

K_0^2值已在前面推导出来并在方程(VI-6)中给出，使用定义$\mathscr{I}_{\text{eff}}=\mathscr{I}_{\parallel}\mathscr{I}_{\perp}/(\mathscr{I}_{\perp}-\mathscr{I}_{\parallel})$，$K_0^2$值变为

$$K_0^2=\frac{t\mathscr{I}_{\parallel}}{h^2}\left[\frac{\mathscr{I}_{\perp}}{\mathscr{I}_{\perp}-\mathscr{I}_{\parallel}}\right] \qquad (\text{VI-19})$$

费米气体模型给出一个将能量和温度联系起来的状态方程；此外，它还预言刚体的转动惯量。因此，这个模型给出K_0^2与激发能的依赖关系的预言是单值的。在依照超导体模型计算K_0^2值的时候，我们必须使用超导体系的状态方程，并计算转动惯量随超导体温度的变化。为了在超导体模型中确定裂变碎片各向异性，需要计算的最重要的参数是$\mathscr{I}\ \ t/h^2$。这个量是与K^2在粒子谱上的平均值直接相关的，并由下式给出

$$\frac{\mathscr{I}_{\parallel}t}{h^2}=\sum_K \frac{m_K^2\exp[(\varepsilon_K^2+\theta^2)^{1/2}/t]}{\{1+\exp[(\varepsilon_K^2+\theta^2)^{1/2}/t]\}^2} \qquad (\text{VI-20})$$

式中m_K^2是角动量在对称轴上投影的平方(对于能量为$(\varepsilon_K^2+\theta^2)^{1/2}$的准粒子激发),而表达式中的剩余项是有一个(而且只有一个)简并对$\pm K$被激发的几率。如果用$\langle m^2\rangle$代替m_K^2，可以将它作为因子提出，再令$x=\varepsilon_K/t=\beta\varepsilon_K$,然后用积分代替求和，我们得到

$$\frac{\mathscr{I}_{\parallel}t}{h^2}=\text{tg}\langle m^2\rangle\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(x^2+\beta^2\theta^2)^{1/2}dx}{[1+\exp(x^2+\beta^2\theta^2)^{1/2}]^2} \qquad (\text{VI-21})$$

量$g\langle m^2\rangle$定义为$\mathscr{I}_{\parallel}^{\text{rigid}}/\hbar^2$。与温度有关的积分的值用数值积分计算出来列于表Ⅵ-1中。这个积分将记作$[A(t/t_c)]$。用临

表 Ⅵ-1

超导体的热力学性质

t/t_c	θ/θ_0	$S/2at_c$	$E/2at_c^2$	$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(x^2+\theta^2\beta^2)^{1/2}\,dx}{[1+\exp(x^2+\theta^2\beta^2)^{1/2}]^2}$
1.00	0.0000	1.0000	0.7364	1.000
0.98	0.2436	0.9519	0.6888	0.961
0.96	0.3416	0.9048	0.6431	0.921
0.94	0.4148	0.8587	0.5993	0.883
0.92	0.4749	0.8136	0.5573	0.845
0.90	0.5263	0.7694	0.5172	0.807
0.88	0.5715	0.7263	0.4787	0.769
0.86	0.6117	0.6842	0.4421	0.732
0.84	0.6480	0.6432	0.4073	0.695
0.82	0.6810	0.6032	0.3741	0.659
0.80	0.7110	0.5643	0.3425	0.623
0.78	0.7386	0.5266	0.3127	0.587
0.76	0.7640	0.4900	0.2846	0.552
0.74	0.7874	0.4546	0.2580	0.518
0.72	0.8089	0.4203	0.2330	0.484
0.70	0.8288	0.3873	0.2096	0.451
0.68	0.8471	0.3554	0.1876	0.419
0.66	0.8640	0.3249	0 1671	0.387
0.64	0.8796	0.2956	0.1481	0.357
0.62	0.8939	0.2676	0.1304	0.327
0.60	0.9070	0.2410	0.1142	0.298
0.58	0.9190	0.2157	0.0993	0.270
0.56	0.9299	0.1918	0.0856	0.245
0.54	0.9399	0.1693	0.0733	0.218
0.52	0.9488	0.1482	0.0621	0.193
0.50	0.9569	0.1285	0.0521	0.170
0.48	0.9641	0.1103	0.0431	0.148
0.46	0.9704	0.0937	0.0353	0.127
0.44	0.9760	0.0784	0.0284	0.108
0.42	0.9809	0.0646	0.0225	0.090
0.40	0.9850	0.0524	0.0175	0.074
0.38	0.9885	0.0416	0.0133	0.060
0.36	0.9915	0.0322	0.0098	0.047
0.34	0.9938	0.0243	0.0071	0.036
0.32	0.9957	0.0177	0.0049	0.027
0.30	0.9971	0.0124	0.0032	0.019
0.28	0.9982	0.0082	0.0020	0.0129
0.26	0.9989	0.0051	0.0011	0.0082
0.24	0.9994	0.0030	0.0006	0.0049
0.22	0.9997	0.0016	0.00025	0.0026
0.20	0.9999	0.0007	0.00014	0.0012
0.18	1.0000	0.0003	0.00005	0.00049
0.16	1.0000	0.0001	0.00002	0.00015
0.14	1.0000	0.0000	0.00000	0.00003

界温度t_c乘方程(Ⅵ-21)的分子和分母,并作上面的代换,得

$$\frac{\mathscr{I}_{\parallel} t}{\hbar^2}=\frac{t_c \mathscr{I}_{\parallel}^{\text{rigid}}}{\hbar^2}\left(\frac{t}{t_c}\right)\ [A(t/t_c)] \qquad (\text{Ⅵ}-22)$$

这里$\mathscr{I}_{\parallel}=\mathscr{I}_{\parallel}^{\text{rigid}}[A(t/t_c)]$。在临界能量(或温度)处$[A(t/t_c)]=1$而$\mathscr{I}_{\parallel}$回到刚体矩的值。但是，在能量小于临界能量处，$\mathscr{I}_{\parallel}$总是小于刚体转动惯量的值，而且可以小很多。

与方程(Ⅵ-19)类似，超导体系的K_0^2量由下式给出，

$$K_0^2=\{\mathscr{I}_{\perp}/[\mathscr{I}_{\perp}-A(t/t_c)\mathscr{I}_{\parallel}^{\text{rigid}}]\}$$
$$(t_c\mathscr{I}_{\parallel}^{\text{rigid}}/\hbar^2)(t/t_c)[A(t/t_c)] \qquad (\text{Ⅵ}-23)$$

垂直于对称轴的转动惯量$\mathscr{I}_{\perp}$是由一个模型来估计的。Migdal (1959)曾指出

$$\mathscr{I}_{\text{irrot}}<\mathscr{I}_{\perp}<\mathscr{I}_{\text{rigid}} \qquad (\text{Ⅵ}-24)$$

而且当形变增大时，$\mathscr{I}_{\perp}$逼近刚体值$\mathscr{I}_{\text{rigid}}$。对于重核的鞍点形状，无旋转动惯量$\mathscr{I}_{\text{irrot}}$已经大约是刚体值的$\frac{3}{4}$。取近似$\mathscr{I}_{\perp}\equiv\mathscr{I}_{\text{rigid}}$，在所有温度下，对于导出的$K_0^2$值只有非常小的影响 (Griffin, 1963)。对于特定的过渡态核，$(t_c\mathscr{I}_{\parallel}^{\text{rigid}}/\hbar^2)$是常数，而方程(Ⅵ-23)简化为(Huizenga, 1965)

$$K_0^2=\text{const}\ [D(t/t_c)](t/t_c)[A(t/t_c)] \qquad (\text{Ⅵ}-25)$$

其中$D(t/t_c)=\mathscr{I}_{\perp}/[\mathscr{I}_{\perp}-A(t/t_c)\mathscr{I}_{\parallel}^{\text{rigid}}]$。下述几种情况下，$K_0^2$相对值随激发能$(E/2at_c^2)$的变化关系画在图Ⅵ-16上。

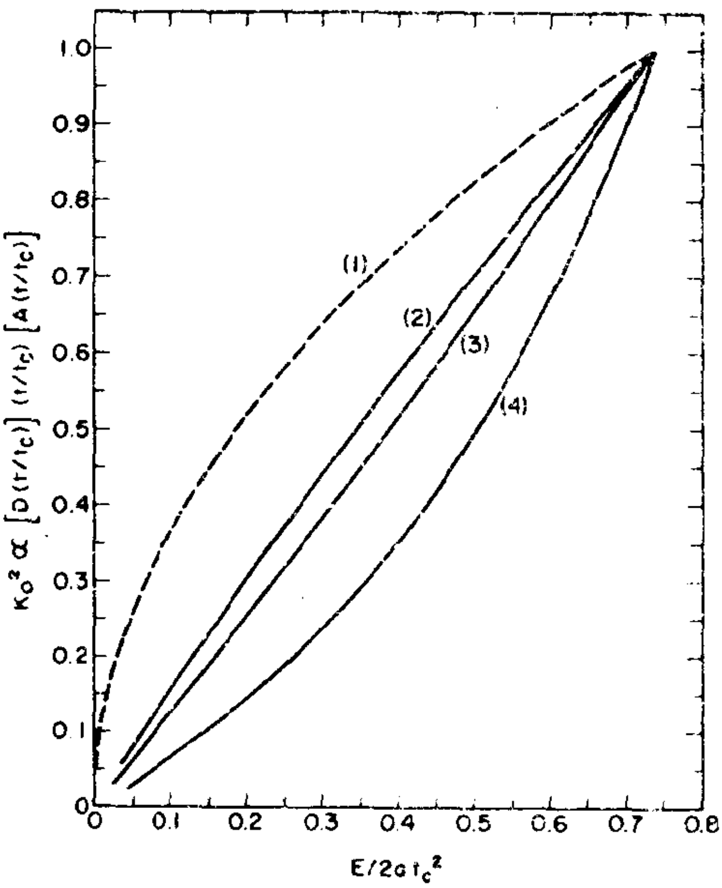
(1) $D(t/t_c)=\text{const}$，以及$A(t/t_c)=1$，费米气体模型；

(2) $D(t/t_c)=1$；

(3) $D(t/t_c)=\frac{3}{4}\{4/[4-A(t/t_c)]\}$，这是对所有$t$使$(\mathscr{I}_{\perp}^{\text{rigid}}/\mathscr{I}_{\parallel}^{\text{rigid}})=4$和$(\mathscr{I}_{\perp}/\mathscr{I}_{\perp}^{\text{rigid}})=1$的条件；

(4) $D(t/t_c)=\frac{1}{3}\{1.5/[1.5-A(t/t_c)]\}$，这是对所有$t$使$(\mathscr{I}_{\perp}^{\text{rigid}}/\mathscr{I}_{\parallel}^{\text{rigid}})=2$和$(\mathscr{I}_{\perp}/\mathscr{I}_{\perp}^{\text{rigid}})=\frac{3}{4}$的条件。

图Ⅵ-16中给出K_0^2随能量变化的四条曲线，都在临界能量处



图Ⅵ-16　由费米气体统计理论(曲线1)和超导体理论(曲线2、3和4)所预言的K_0^2随激发能的变化。曲线2、3和4是由在正文中所讨论的不同的$[D(t/t_c)]$近似得到的。定性地看,鞍点组态形变很大的核接近于曲线2,而鞍点组态形变较小的核更接近于曲线4。[根据Huizenga(1965)。]

归一。对于费米气体模型(条件1),图Ⅵ-16的纵座标简化成温度乘上一个常数,K_0^2对能量的依赖关系由曲线1给出。这与方程(Ⅵ-6)对一特定的过渡态核所给出的关系是相同的。图Ⅵ-16中的几根实线给出了超导体模型中K_0^2对激发能的依赖关系,分别相应于不同的$D(t/t_c)$假设(见上面的条件2、3和4)。按照条件2,超导体模型所预言的K_0^2减小得最少,在这个意义上,它表示的是一种极端的情况。对$D(t/t_c)$所作的更接近真实的估值给出减小得更多的K_0^2值。注意到这一点是有趣的,即对最小变形的过渡态核,K_0^2减小得最多(比较条件3和4)。

对于几个裂变体系的分析指出，为了拟合实验角分布，需要在低激发能处使K_0^2从费米气体值降下来。如本章前面所讨论的那样，假设核是由独立粒子所组成，这些粒子处在一个呈现均匀单粒子能级间距的势阱中(费米气体统计模型)，则本应可以由适当的核的刚体转动惯量来估计$\mathscr{I}_{eff}$，而t则由状态方程$E=at^2-t$确定。方程(Ⅵ-6)给出的预期的K_0^2随激发能的变化关系是与过渡核的温度t成正比的。费米气体温度实际上随激发能E的平方根而变化，这里$E=E^*-B_f$。低激发能处裂变碎片角分布实验表明，K_0^2直接随E而变化，并不随E的平方根而变化。BCS超导体模型能够给出K_0^2与E之间的近似线性的关系，如图Ⅵ-16所示。但是，实验数据的这种解释不是唯一的。众所周知，重元素的裂变势垒是有结构的，它由两个峰和两峰之间的势能极小组成。因此，$\mathscr{I}_{eff}$值一开始可以由于鞍点形状本身的变化而随激发能改变(Ramamurthy 等，1970)。在较高激发能处，预期$\mathscr{I}_{eff}$值会趋近一个过渡核的液滴理论所表征的常数值。这个问题将在下一节中进一步讨论。

用这种超导体模型拟合实验角分布的例子示于图Ⅵ-17和Ⅵ-18。一般说来，用超导体理论可使与实验的符合有所改进。

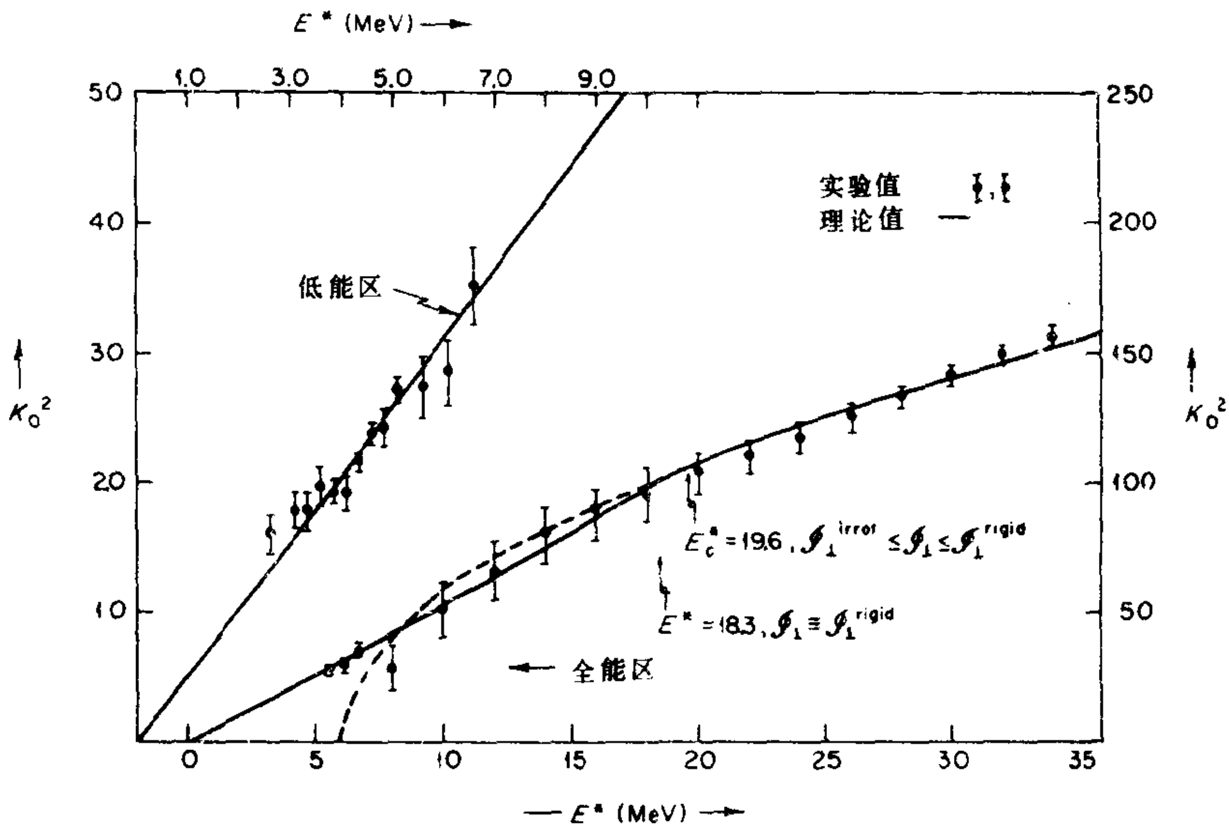
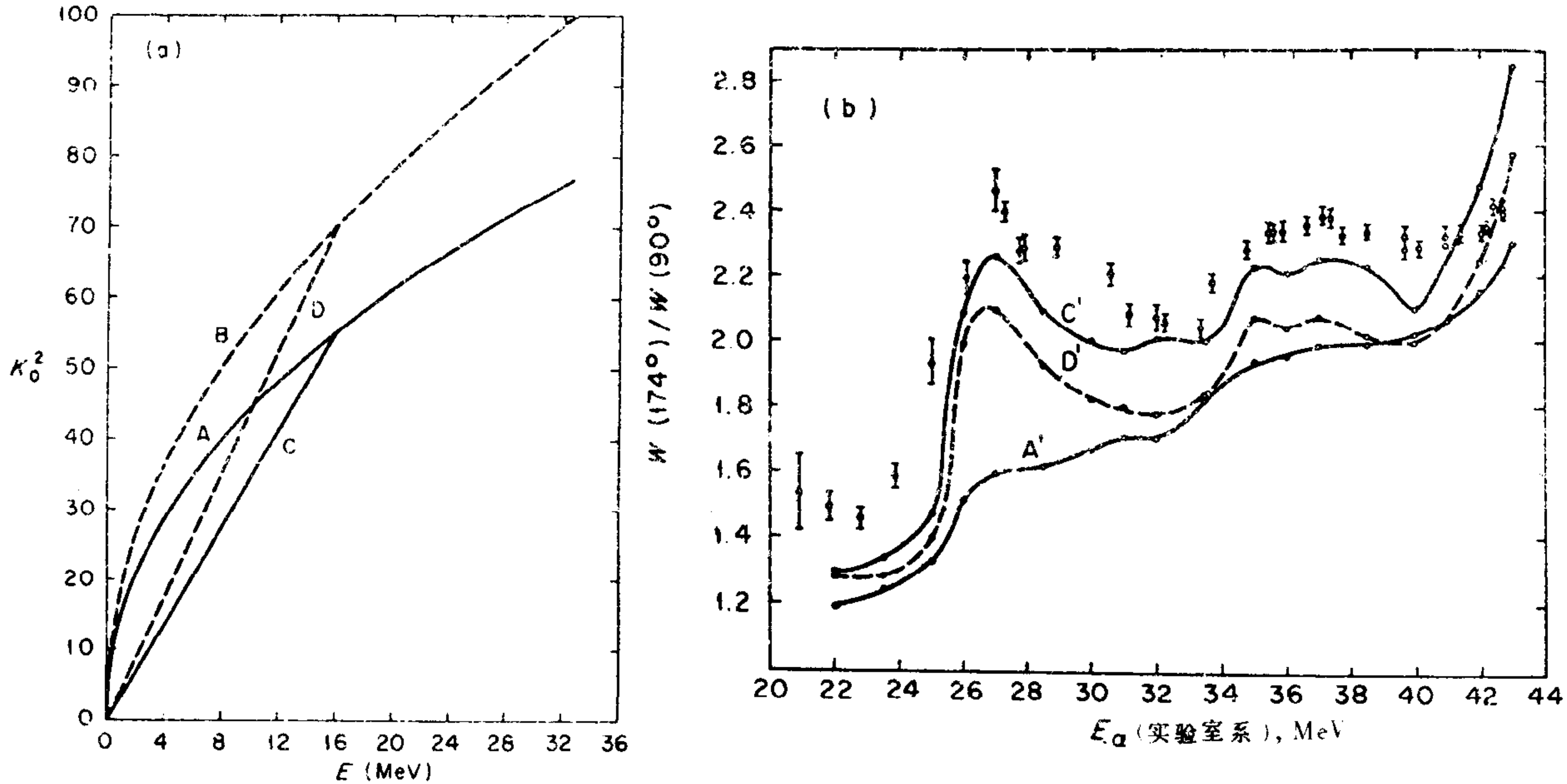


图 Ⅵ-17　实验观测的 K_0^2 随能量变化关系与理论结果的比较。低能处 K_0^2 实验值是从 ^{239}Pu(n, f) 反应的碎片角分布得到的。高能处实验值是从氦离子引起裂变得到的(Vandenbosch等,1961)。费米气体统计理论用虚线抛物线表示。超导体模型在低激发能处给出直线，而在临界能 E_C 以上给出抛物线。零激发能和抛物线为零处的能量之间的差是由于核的对效应所获得的能量。[根据 Griffin(1965)。]



图Ⅵ-18 （a）K_0^2随激发能的变化。这些K_0^2值用于计算在（b）图中所示的氦离子引起镭裂变时的碎片各向异性随能量的变化关系。实验各向异性由带有误差竖线的点给出。（b）图上曲线用带撇的字母标记，以表示对于奇A核，在（a）中所示的不带撇字母标记的理论曲线已作了小的修正（奇A核的K_0^2较大）。［根据Gindler等（1964）。］

E．过渡核的形状

在适当大的激发能处，预期费米气体统计模型将能相当精确地描述中间过渡核能级的K分布。已经讨论过，这样一种模型预言K分布是高斯型的。高斯分布标准偏差的平方K_0^2，可根据方程（Ⅵ-6）由$\mathscr{I}_{eff}/\hbar^2$和温度$t$定出。

在统计模型中，量$\mathscr{I}_{eff}$是由刚体核的转动惯量$\mathscr{I}_\perp$和$\mathscr{I}_\parallel$而定义的，其中下标表示转动轴分别垂直及平行于对称轴。温度是通过状态方程$E=E^*-B_f=at^2-t$由过渡核的激发能确定的，这里a是能级密度参数。因此，如果a已知，实验上定出K_0^2，就可给出$\mathscr{I}_{eff}$的度量以及过渡核的形状。

21 MeV氘核引起裂变（Bate等，1963）和42.8 MeV氦离子引起裂变（Reising等，1966）的各向异性实验值画在图Ⅵ-19和Ⅵ-20上。各种裂变核的K_0^2值是采用光学模型势算出的透射系数从这些各向异性推导出来的。虽然初始复合核的激发能大得足以使统计模型适用于过渡核，但多次机会裂变使得用方程（Ⅵ-6）直接计算$\mathscr{I}_{eff}$复杂化了。当发生多次机会裂变时，K_0^2的实验值是与各次机会裂变相联系的平均值，每次机会裂变都有其不同的过渡核，以及与此相关联的温度。

如果α_i代表第i次机会裂变的份额，当α_1是占优势的项时，方程（Ⅵ-6）可以直接使用。对于$Z\leqslant 83$的靶核，α_1预期是占优势的，因为对于这些核，裂变宽度与中子宽度之比Γ_f/Γ_n随激发能减少而很快地减少（第七章）。在图Ⅵ-19和Ⅵ-20的横坐标的另一极端，即Z^2/A具有最大值处，α_1重新占优势。但是，对于中间的Z^2/A值，第二次和更高次机会裂变对实验各向异性有贡献。

首先，我们将讨论各向异性随裂变核的Z^2/A变化的总的图景。对于21 MeV氘核引起裂变和42.8 MeV氦离子引起裂变两种反应，各向异性都随着Z^2/A值的减少而迅速地增加。这是$\mathscr{I}_{eff}$随Z^2/A的减少而迅速减少的一个直接结果。

在某些Z^2/A为中间值的核的各向异性中，存在着某些不规

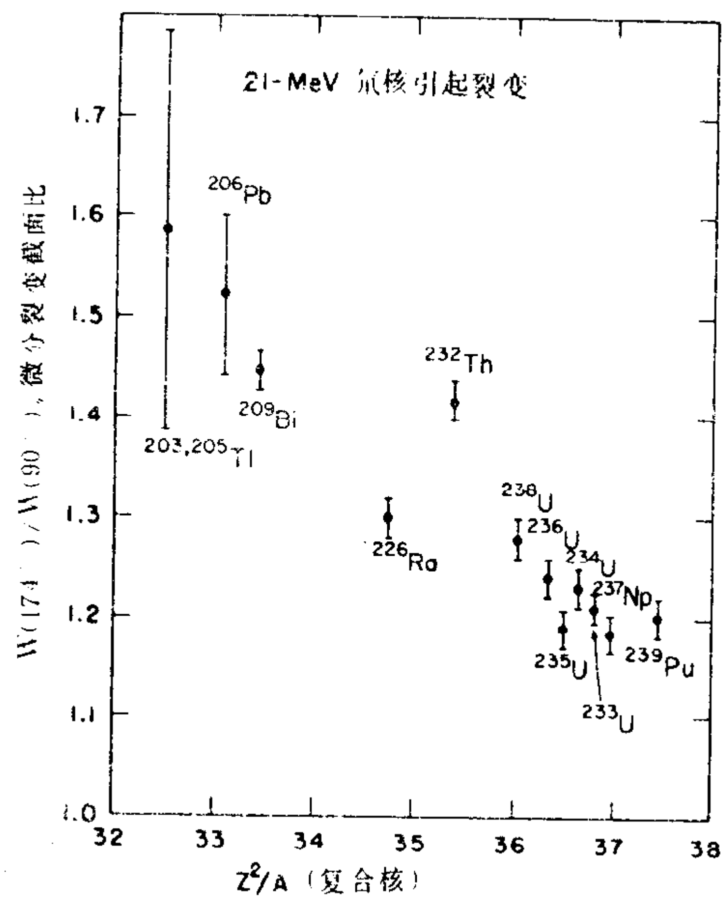


图 VI-19　在氘核引起各种靶核(图上已标出)裂变时，碎片各向异性随复合核Z^2/A值的变化。[根据Bate等(1963)。]

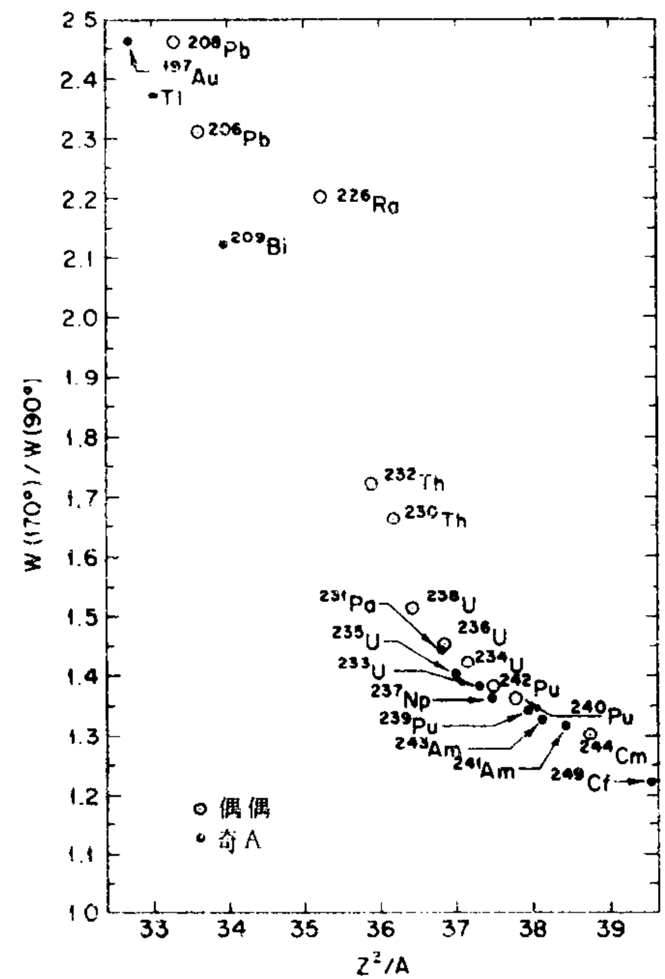


图 VI-20　42.8MeV 氮离子引起各种靶核(图上已标出)裂变时，碎片各向异性随复合核Z^2/A的变化。[根据Reising等(1966)。]

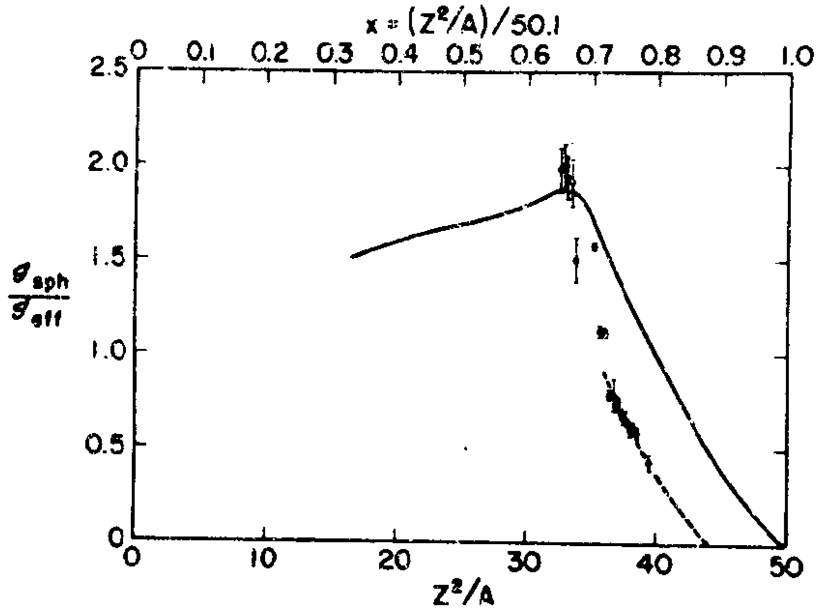
则性。这是由于第二次和更高次机会裂变的贡献所致，这些裂变发生时的激发能较低，相应的K_0^2显然是较小的。对于氚核引起的裂变，^{232}Th的各向异性比^{226}Ra的大。氚核引起^{226}Ra的裂变大部分是第一次机会裂变，而氚核引起^{232}Th 的裂变却有着明显的较高次机会裂变的贡献。同样地，氦离子引起 ^{226}Ra、 ^{232}Th 和 ^{230}Th裂变时，较高次机会裂变的贡献是不一样的。

使用裂变宽度与中子宽度之比Γ_f/Γ_n(见第七章)，有可能对各向异性观测值进行关于第二次和较高次机会裂变的修正。引入了这个小的修正之后，就允许我们把所有靶核在几乎相同而且较高的激发能处的第一次机会裂变各向异性进行比较。由此得到的对应于第一次机会裂变的K_0^2值用于计算核形状参数$\mathscr{I}_{eff}$随Z^2/A变化的函数关系。像以前提到过的那样，我们假设转动惯量用刚体的值，而温度则由$E^*-B_f = at^2-t$定出，其中E^*-B_f表示过渡核的激发能。

$\mathscr{I}_{eff}$值随Z^2/A的变化画在图 Ⅵ-21上。纵坐标实际上是比值$\mathscr{I}_{sph}/\mathscr{I}_{eff}$，其中$\mathscr{I}_{sph}$是一个归一化因子，它等于一个等体积球形核的刚体转动惯量。用于计算$\mathscr{I}_{sph}=\frac{2}{5}MR^2$的半径参数是$1.216\times 10^{-13}A^{1/3}$厘米。实验上确定的$\mathscr{I}_{sph}/\mathscr{I}_{eff}$值随$Z^2/A$ 值的减小而迅速地增加，与理论计算一致。图Ⅵ-21中的实线表示$\mathscr{I}_{sph}/\mathscr{I}_{eff}$随$Z^2/A$的理论变化关系。它是在Cohen和Swiatecki(1963) 以及 Strutinsky 等(1963)用了$(Z^2/A)_{crit}=50.1$所作带电液滴模型计算的基础上得出的。

图 Ⅵ-21 中所示的实验和理论之间的差异显得是真实的。Strutinsky通过修改核的液滴模型改进了理论拟合，他的模型允许表面张力随核表面曲率而改变。由于裂变同质异能态(它是由双峰势垒所引起的一个结果)的发现，提出了在低激发能区对液滴模型作进一步改进的方案。

既然实际的裂变势垒与液滴裂变势垒是显著不同的，我们当然可以问，究竟哪一个势垒形状决定着裂变各向异性。在低激发



图Ⅵ-21　由第一次机会裂变各向异性算得的鞍点或过渡态形变随复合核Z^2/A的变化。(——)在用了$(Z^2/A)_{crit}=50.1$所作带电液滴模型计算基础上得出的理论预言(Cohen和Swiatecki,1963;Strutinsky等,1963)。(----)由^{231}Pa和更重的元素外推到零鞍点形变处，以重新估计$(Z^2/A)_{crit}$值，它等于45。外推曲线时所用过渡核的能级密度参数是$a=A/8$。[引自Reising等(1966)。]

能处，Strutinsky假定第二垒(见图Ⅴ-24和有关的讨论)决定着裂变各向异性。但是，当激发能增加时，中间过渡核的形状预期会由第二垒的形状变到液滴形状(Ramamurthy等，1970)。这是因为，对于高激发能区，在裂变路径上能级数目的极小值处对应于液滴势垒形状。

应用不同类型的单粒子能级，已经作了重核能级密度随激发能和变形二者变化关系的计算。如果一个核在它的基态形变处被激发到一特定的激发能，我们感兴趣的是，对于该特定能量，如何定出最小能级密度的形变或鞍点形状。不同变形下的激发能由初始激发能与形变势能(从基态形变的势能算起)之差给出。势能曲面是用Strutinsky方法计算的。对于在低的复合核激发能处的

裂变，鞍点处的最小能级密度发生在壳修正给出势能中局部极大值的变形处(也就是说或者在第一垒处，或者在第二垒处)。这是因为，对于确定能级密度来说，资用的激发能对形变的依赖关系(激发能在势垒形变处最低)比起单粒子能级密度参数（它在势垒形变处最大)对形变的依赖关系更为重要的缘故(见第七章B.3节)。当复合核激发能增加时，资用的激发能中随形变变化的部分变小,因而单粒子能级密度参数对形变的依赖关系就起着更重要的作用。在很高能量处，这两种效应之间的相互作用导致在接近液滴鞍点形变处有最小的能级密度。这个高能极限可以用另一种方式描述：注意到在高能时壳效应消失，所以如果资用的激发能是使用液滴势能曲面得到的，并且如果我们使用一个与形变无关的单粒子能级密度参数，那么能级密度的最小值就将发生在液滴鞍点形变处。

裂变鞍点形变与液滴鞍点形状相符合的那一激发能值并没有为当前的理论很好地确定。这主要是由于在较大形变处势能曲面的不确定性所致。例如，在锕系元素区域，引入P_3和P_5自由度可使第二垒减低很多。在大变形处势能减小的速度，对于我们计算最少的出射道数目所在的变形是有影响的。以前提到并显示在图Ⅵ-21中的实验鞍点形状与液滴理论之间的差异，或许部分地是由于在中等激发能处鞍点形变大于液滴鞍点形变的缘故。因此,要借助鞍点形状对中等能量各向异性结果作更仔细的了解,有赖于对这些元素的势能曲面和能级密度作更正确的估算。

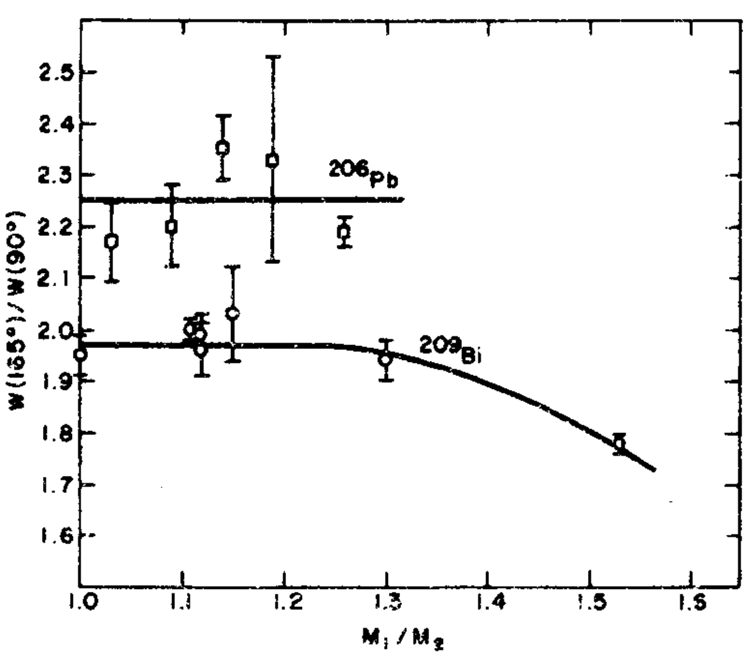
F. 特定质量裂变碎片的角度各向异性

在某些很早期的关于裂变碎片各向异性的研究中，观察到不对称裂变碎片比对称碎片显出更大的各向异性。但是，对于早期所研究的裂变体系来说，这种现象的解释由于多次机会裂变而弄含糊了。因此，长期以来，一直觉得这种效应只是反映了对称与不对称裂变之比随激发能的变化，而不一定反映角度各向异性和质量不对称性之间更本质的关系。如本章前面对于多次机会裂变

所讨论的那样，那些在发射一个或更多个中子以后再发生的裂变事件，由于产生较低的温度 t 并且 K_0^2 值减小，会具有较大的各向异性。与此同时，这些较低能的裂变事件是有较多不对称碎片的。这就说明了，为什么它们的各向异性较大。

为了研究裂变碎片各向异性与碎片质量的依赖关系，必须选择单次机会(α_1)裂变占优势的裂变体系。铅附近区域的裂变核就属于这种情况，即使在激发能较高处也是如此。对于较重的元素，激发能必须保持足够低，使得在能量上只有单次机会裂变是可能的。

在铅区所研究的裂变体系是42MeV氦离子引起 ^{206}Pb 和 ^{209}Bi 的裂变。裂变碎片用安装在散射室内与束方向成90°和165°质心角处的薄的铝收集箔来收集。用标准放射化学程序把几种元素与箔材料进行化学分离并提纯。测量了钌(^{105}Ru)、钯($^{109、112}Pd$)、银($^{111、112、113}Ag$)、锶($^{91、92}Sr$)、钼(^{99}Mo)以及溴(^{83}Br)的微分截面比 $W(165°)/W(90°)$。其结果示于图Ⅵ-22。在这些实验中定出的 $W(165°)/W(90°)$ 平均值与用半导体探测器所得到的结果符合得极好。此外，由图Ⅵ-22可以看出，在实验误差



图Ⅵ-22　42MeV氦离子引起 ^{206}Pb 和 ^{209}Bi 裂变时碎片各向异性随质量比的变化。[根据Flynn等(1964)。]

范围内，在质量比从1.0到1.3区域，各向异性是与碎片质量无关的。所有这些质量比产生自具有实际上共同形状的组态（忽略掉核温度的变化）。这些核与很重的核不同之处在于它们的鞍点组态的形状几乎与断点形状完全一样。因此，对于这些核来说，裂变碎片角度各向异性与质量之间存在某些关联应当是不奇怪的。^{209}Bi裂变时，^{83}Br($M_1/M_2=1.53$)的各向异性比其它碎片少10%。这可能与具有50N壳的组态的$\mathscr{J}_{eff}$的增加有关系。

对于重元素，测量裂变碎片各向异性与质量不对称性的函数关系，必须在低能量处进行，在那里只发生单次机会裂变。一种明显的完成这种实验的方法是用兆电子伏能量的中子来引起裂变。这样的中子给出可探测的各向异性，而且只要它们的能量保持在大约5 MeV以下，(n, n′f)过程在能量上是禁阻的。但是，在用兆电子伏中子引起裂变研究各向异性和质量不对称性之间的关系时，困难之一是可利用的这种中子束的强度较低。虽然已有报道说，4 MeV中子引起^{235}U裂变时，各向异性随碎片质量有变化，但目前还必须把这个结果看作是不确定的。

(d, pf)反应是研究裂变碎片各向异性随质量不对称性变化的另外一种方法，这种研究是在固定的激发能条件下进行的，其激发能低得足以消除第二次机会裂变的可能性。实验时要采用裂变与出射质子之间符合的技术。通过选择特定能量间隔的质子，就可把所需要的事件选出来。碎片质量分布用两个裂变碎片能量探测器符合测量，考虑到动量守恒条件就可得到质量比。^{234}U(d, pf)实验的结果见图Ⅵ-23。画出了两个不同能段裂变碎片各向异性随碎片质量的变化。在这两个能段处，只有单次机会裂变在能量上是可能的。在这个实验的精度以内，没有观测到各向异性随质量不对称性有可探测的变化。

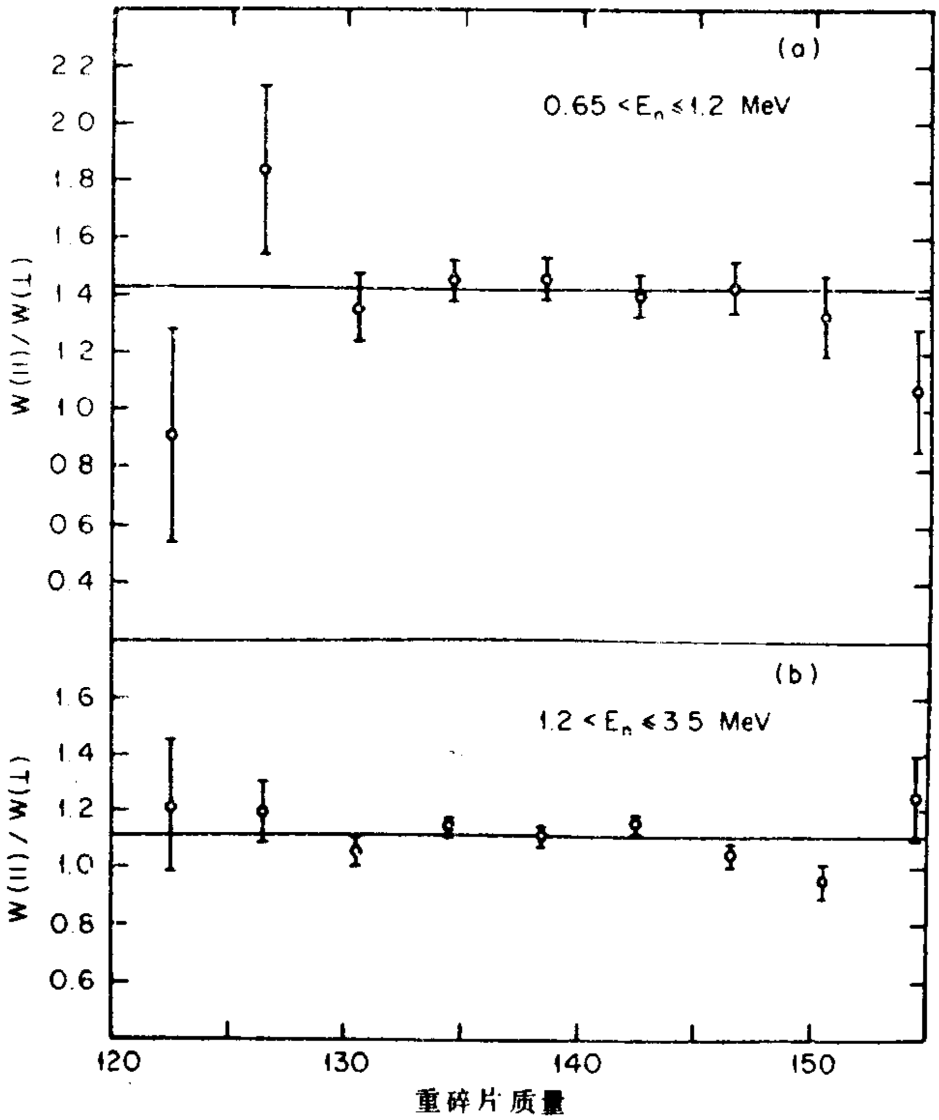


图 Ⅵ-23 在两个不同的能段(以俘获中子的动能来表示)处,裂变碎片各向异性随碎片质量的变化。在这两种激发能处,只有单次机会裂变在能量上是可能的。纵坐标表示与重核反冲方向平行及垂直的碎片的产额比。[根据Vandenbosch等(1965)。]

G. 裂变碎片之间的角关联

为了把裂变碎片角分布随激发能的变化与统计理论作比较,必须知道初始角动量分布随轰击能量的变化。在中等激发能处,通常假定全部的非弹性截面都是导致形成复合核的。然后使用光学模型透射系数来计算复合核的初始角动量分布。对于较高能量

的轻入射粒子(Kapoor等，1966；Viola等，1971)和重离子入射粒子(Sikkeland等，1962)，上述假定不一定总是适用的。因此，如果我们要将实验与理论作比较，必须对直接反应的份额作出估计。特别是，我们必须估计由于直接反应的贡献而引起的初始角动量分布的变化。

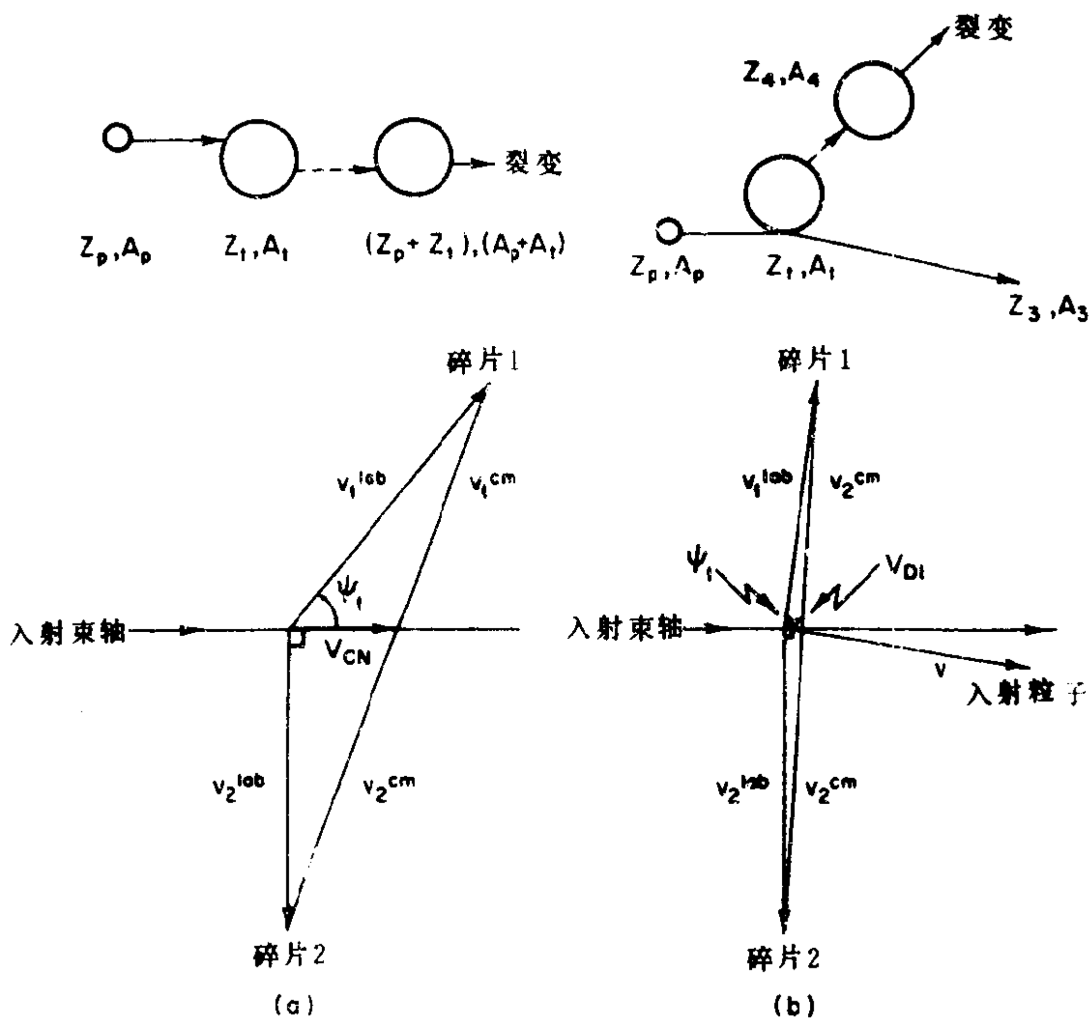
对在直接相互作用以后发生的裂变的量(指与在复合核形成后发生的裂变相比的相对份额)的第一个直接估计是由Nicholson和Halpern(1959)作出的。直接相互作用在这里定义为这样一种反应：在这种反应中，被冲击的核在裂变时的向前的动量与假如入射粒子一开始被完全吸收而本应有的向前的动量不同。关于裂变核的动量的资料可以由相符合的一对裂变碎片的角关联的测量得到。如果形成了复合核，则被吸收的入射粒子的全部向前的动量必然出现在裂变碎片上。描述在复合核形成之后发生的以及直接相互作用之后发生的二分裂反应的示意矢量图见图Ⅵ-24。

对于63.5MeV α粒子轰击^{238}U反应，相符合的一对裂变碎片之间的同面角关联示于图Ⅵ-25。

最可几的关联角是80.5±0.2°。在实验误差范围内，此值与基于复合核形成的计算值符合得很好。但是，角关联对于80.5°角不是对称的，而是向着接近90°的角歪斜。这个效应是由于直接相互作用后的裂变造成的，在这种反应中，由入射粒子转移给靶核的动量是不完全的。

在定量确定直接相互作用后裂变事件的份额时，我们假定，复合核裂变事件的角关联函数对于最可几关联角是对称的。在图Ⅵ-25中，把角关联的小角度部分相对最可几关联角作反射，给出点虚线。在这条曲线下的那些事件被认为是代表复合核形成后裂变的。剩余的事件(阴影面积)则归于直接相互作用后的裂变。为了把全部三维角关联函数积分并得到总的直接相互作用后裂变事件的份额，必须对同面和不同面的关联两者都作测量。对于上述反应得到直接相互作用后裂变事件的百分比为7.5±1.0%。在对这些事件作了修正之后，Viola等(1971)得出结论说，对于^{242}Pu，

直到63.5MeV 为止的轰击能量，$\mathscr{I}_{eff}$ 值都是与激发能及角动量无关的。



图Ⅵ-24 描述二分裂反应的示意矢量图，(a) 复合核形成后发生的；(b) 直接相互作用之后发生的。在矢量图中 V_{CN} 和 V_{DI} 分别为复合核形成后以及直接相互作用后反冲核的速度。量 v^{lab} 和 v^{cm} 分别为实验室系和质心系中裂变碎片的速度。碎片 2 的实验室角度固定在270°，而 ψ_1 表示互补碎片1的关联角。[引自Viola 等(1971)。]

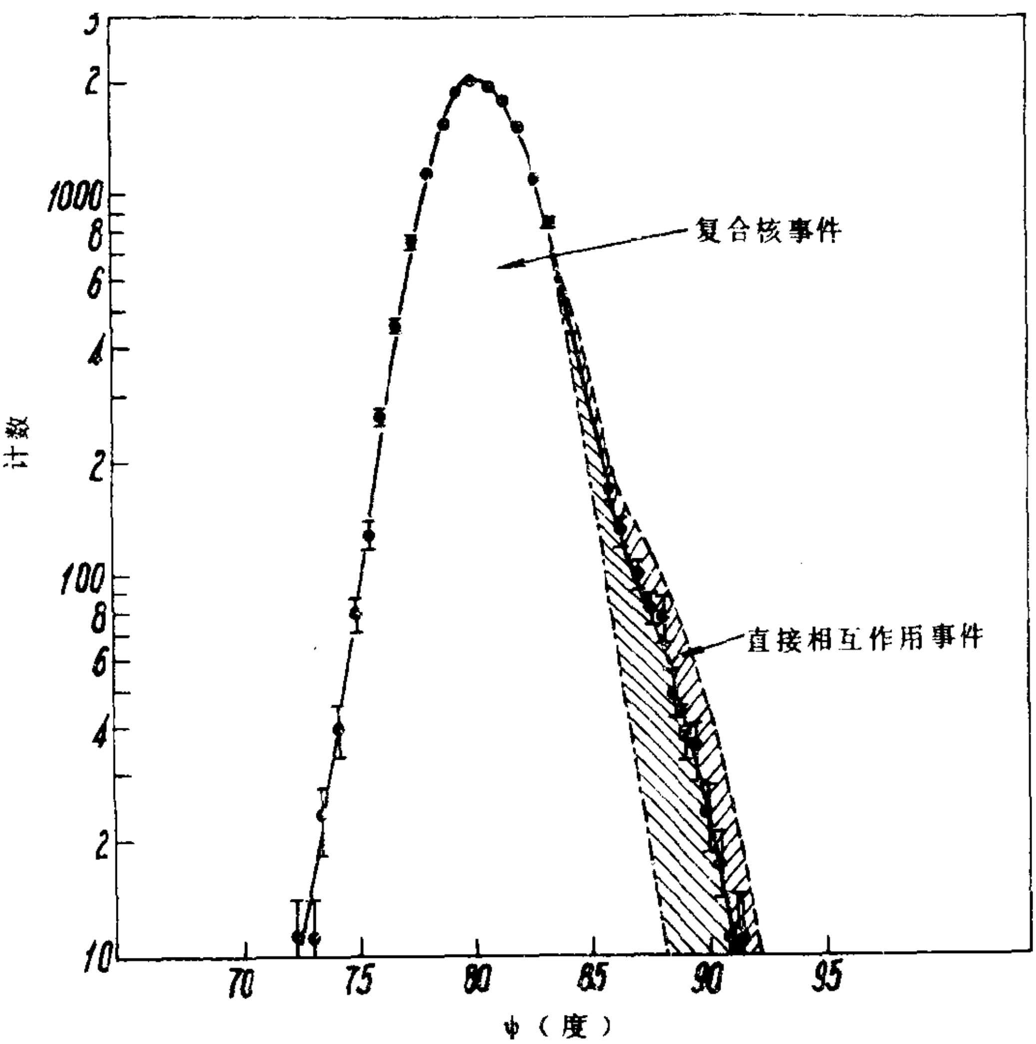


图 Ⅵ-25　63.5 MeV α 粒子轰击^{238}U产生的裂变碎片同面角关联。实线代表总的实验角关联。里面的线（点虚线）表示将小角度值相对80.5° 最可几关联角作反射而得出的复合核形成后裂变事件。外面的虚线给出由于直接相互作用后裂变事件不同面角关联较宽引起的附加贡献。阴影面积代表直接相互作用后裂变事件的总的份额。［引自Viola等(1971)。］

参 考 文 献

Bardeen, J., Cooper, L. N., and Schrieffer, J. R. (1957). *Phys. Rev.* **108**, 1175.

Bate, G. L., and Huizenga, J. R. (1964). *Phys. Rev.* **133**, *B* 1471.

Bate, G. L., Chaudhry, R., and Huizenga, J. R. (1963). *Phys. Rev.* **131**, 722.

Cohen, S., and Swiatecki, W. J. (1963). *Ann. Phys.* (*New York*) **22**, 406.

Flynn, K. F., Glendenin, L. E., and Huizenga, J. R. (1964). *Nucl. Phys.* **58**, 321.

Gindler, J. E., Bate, G. L., and Huizenga, J. R. (1964). *Phys. Rev.* **136**, *B* 1333.

Gordon, G. E., Larsh, A. E., Sikkeland, T., and Seaborg, G. T. (1960). *Phys. Rev.* **120**, 1341.

Griffin, J. J. (1963). *Phys. Rev.* 132, 2204.

Griffin, J. J. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **1**, p. 23. IAEA, Vienna.

Halpern, I., and Strutinsky, V. M. (1958). *Proc. U.N. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, 2nd*, **15**, p. 408, *P*/1513. United Nations, New York.

Huizenga, J. R. (1965). *In* "Nuclear Structure and Electromagnetic Interactions" (N. MacDonald, ed.), p. 319. Oliver & Boyd, Edinburgh.

Huizenga, J. R., Behkami, A. N., and Moretto, L. G. (1969). *Phys. Rev.* **177**, 1826.

Kapoor, S. S., Baba, H., and Thompson, S. G. (1966). *Phys. Rev.* **149**, 965.

Migdal, A. B. (1959). *Nucl. Phys.* **13**, 655.

Moretto, L. G., Gatti, R. C., Thompson, S. G., Huizenga, J. R., and Rasmussen, J. O. (1969). *Phys. Rev.* **178**, 1845.

Nicholson, W. J., and Halpern, I. (1959). *Phys. Rev.* **116**, 175.

Ramamurthy, V. S., Kapoor, S. S., and Kataria, S. K. (1970). *Phys. Rev. Lett.* **25**, 386.

Reising, R. F., Bate, G. L., and Huizenga, J. R. (1966). *Phys. Rev.* **141**, 1161.

Sikkeland, T., Haines, E. L., and Viola, V. E., Jr. (1962). *Phys. Rev.* **125**, 1350.

Simmons, J. E., and Henkel, R. L. (1960). *Phys. Rev.* **120**, 198.

Strutinsky, V. M., Lyashchenko, N. Ya., and Popov, N. A. (1963). *Nucl. Phys.* **46**, 639.

Vandenbosch, R., Warhanek, H., and Huizenga, J. R. (1961). *Phys. Rev.* **124**, 846.

Vandenbosch, R., Unik, J. P., and Huizenga, J. R. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **1**, p. 547. IAEA, Vienna.

Viola, V. E., Jr., Minor, M. M., Salwin, A. E., Bondelid, R. O., and Theus, R. B. (1971). *Nucl. Phys. A* **174**, 321.

Wheeler, J. A. (1963). *In* "Fast Neutron Physics" (J. B. Marion and J. L. Fowler, eds.), Pt. II, p. 2051. Wiley (Interscience), New York.

第七章　裂变和中子发射之间的竞争

A．实验测定低激发能和中激发能的Γ_n/Γ_f值

存在着一些不同类型的数据，从中可以导出发射中子宽度与裂变宽度的比值。可考察的激发能范围既与所考虑数据的类型有关，也与Γ_n/Γ_f的量级大小及其随激发能如何变化有关。

1．裂变截面

对于那些裂变势垒远大于中子结合能的较轻元素来说，反应截面中只有一小部分属于裂变。这些核裂变与中子发射的相对几率也随激发能很快的增加，因此发射中子之后再发生的裂变可以忽略。在这种情况下，总裂变截面与反应截面之比σ_f/σ_R就等于初始核在初始激发能处的Γ_f/Γ_n。(由于历史的原因，对于不易裂变的核，我们用Γ_f/Γ_n来表征裂变与中子发射的竞争，而对于较易裂变的核，用Γ_n/Γ_f来表征。)在激发能很高处，Γ_f/Γ_n的增加比较缓慢，第二次机会裂变（初始复合核发射中子之后再裂变）开始有贡献，对此必须进行适当的修正。带电粒子的发射也可能开始与中子发射及裂变相竞争。对于相当多的核素，其中包括较重的稀土元素和铅铋区的元素，已经通过带电粒子引起的裂变截面及计算得到的反应截面求出了Γ_f/Γ_n值。在表Ⅶ-1中汇总了现有的数据。表中我们略去了重离子入射所得到的数据，因为重离子反应的角动量效应会增加问题的复杂性。

如果尝试把这种分析方法推广到带电粒子引起较重元素的裂变，我们发现，一旦能量足以通过库仑势垒，激发能就已足够高，而可裂变性大得使第二次机会裂变产生显著的贡献。但是，我们可以从二次机会裂变阈下能区的快中子裂变截面抽取出有关$\Gamma_n/$

表 Ⅶ-1

不易裂变元素的σ_f/σ_R一览表

靶核	入射粒子	复合核	最低及最高激发能(MeV)	这些能量处的 $\sigma_f/\sigma_R \approx \Gamma_f/\Gamma_n$	参考文献
^{169}Tm	α	^{173}Lu	40.5	3.2×10^{-9}	a
			75.7	1.2×10^{-5}	
^{175}Lu	α	^{179}Ta	36.2	1.7×10^{-9}	a
			75	4.2×10^{-5}	
$^{185,187}Re$	α	$^{189,191}Ir$	29.5	3.5×10^{-9}	a
			75	8.2×10^{-4}	
^{197}Au	p	^{198}Hg	22.5	7.8×10^{-10}	b
			56.8	1.7×10^{-3}	
^{197}Au	α	^{201}Tl	23	3.8×10^{-11}	b,c,d
			58.8	4×10^{-3}	
$^{203,205}Tl$	α	$^{207,209}Bi$	32	2.3×10^{-5}	d
			38.2	3.5×10^{-4}	
^{206}Pb	p	^{207}Bi	21.5	2.4×10^{-11}	b
			53	6.4×10^{-3}	
^{208}Pb	p	^{209}Bi	23	7.1×10^{-12}	b
			53	3.1×10^{-3}	
^{206}Pb	α	^{210}Po	19.7	7.8×10^{-12}	b,d,e
			120	2.45×10^{-1} f	
^{209}Bi	p	^{210}Po	20.2	3.8×10^{-11}	b
			54.4	1.8×10^{-2} f	
^{207}Pb	α	^{211}Po	28.1	5.3×10^{-5}	b,e
			100	1.2×10^{-1} f	
^{208}Pb	α	^{212}Po	15.6	1.4×10^{-11}	b,e
			116.5	1.7×10^{-1} f	
^{209}Bi	α	^{213}At	15.4	3.2×10^{-11}	b,d,e
			41.4	2×10^{-2} f	

a. Raisbeck 和 Cobble (1967)。　　b. Khodai-Joopari (1966)。

c. Burnett 等(1964)。　　d. Huizenga 等(1962)。

e. Halpern 和 Nicholson (1960)。

f. 这些σ_f/σ_R的值太大了，以致$\Gamma_f/\Gamma_n \approx \sigma_f/\sigma_R$的近似关系不再成立。

Γ_f的资料。忽略掉质子发射和γ射线的退激，中子裂变截面可表示为

$$\sigma_f = \sigma_R \Gamma_f / (\Gamma_f + \Gamma_n)$$

如σ_f及σ_R已知，则Γ_n/Γ_f可以由下式给出，

$$\Gamma_n/\Gamma_f = (\sigma_R/\sigma_f) - 1$$

表Ⅶ-2汇总了现有的Γ_n/Γ_f数据。对于那些最易裂变的核， 这

表 Ⅶ-2

从2MeV及5MeV中子裂变截面导出的Γ_n/Γ_f值。假定反应截面为3.1靶[a]

复合核	$(\Gamma_n/\Gamma_f)_{2\,MeV}$	$(\Gamma_n/\Gamma_f)_{5\,MeV}$
^{227}Ra		1.2×10^{5}[g]
^{231}Th	6.6[b]	
^{233}Th	27	20
^{232}Pa	1.2[c]	
^{234}U	0.62	1.17
^{235}U	1.05	1.48
^{236}U	1.37	2.0
^{237}U	2.7	2.7
^{239}U	4.9	5.2
^{238}Np	0.82	1.2
^{239}Pu	0.3[c,e]	
^{240}Pu	0.56	0.9
^{241}Pu	0.94	1.14
^{242}Pu	0.74	1.17
^{243}Pu	1.4[e]	
^{245}Pu	2.1[h]	2.73[h]
^{242}Am	0.8[e]	
^{244}Am	1.21	
^{245}Cm	0.55[d]	
^{246}Cm	0.41[i]	
^{247}Cm	0.77[i]	
^{249}Cm	0.79[i]	
^{250}Bk	1.6[j]	
^{253}Cf	0.17[j]	

a. 除开注明的以外，裂变截面均取Davey (1968)的评价值。
b. *Sov. J. At. Enevgy* (1961)。
c. BNL 325 (1965)。
d. *Nat. Bur. Stand. (U.S.)*(1968). Spec. Publ. 299。
e. Fomushkin and Gutnikova (1970)。
f. Vorotnikov 等(1970)；Fomushkin 等(1972)。
g. *Babenko* 等 (1969)。
h. Auchampaugh 等(1971)。
i. Moorte 和Keyworth(1971)。
j. Moore 等(1971)。

种分析对反应截面相当灵敏。根据Howerton（1958）的分析，反应截面被假定为3.1barn。一种与此密切相关的实验类型是，在(d, p)和(t, p)反应中，测量给定能量的与裂变符合的质子数与总质子数之比，如果仍然假定只有中子发射和裂变是重要的衰变方式，那么这个比值就等于$\Gamma_f/(\Gamma_f+\Gamma_n)$。这里(d, pf)反应没有特别的意义，因为由快中子轰击同一靶核得到的复合核是与此相同的，而用快中子裂变研究起来更方便。但是(t, pf)反应却可以产生中子引起裂变所达不到的核素。在激发能超过中子结合能2 MeV处，用这种方法导出的Γ_n/Γ_f值列于表Ⅶ-3。对于可以进行比较的情况，表Ⅶ-3的值比用快中子入射所得的值略高，产生这个分歧的原因不清楚。

表 Ⅶ-3
从(t, pf)实验导出的Γ_n/Γ_f值，激发能为高于中子结合能2 MeV处[a]

复合核	Γ_n/Γ_f
^{232}Th	16
^{234}Th	30
^{235}U	1.5
^{236}U	1.7
^{237}U	3.3
^{238}U	4.6
^{240}U	6.1
^{241}Pu	1.4
^{242}Pu	1.3
^{244}Pu	1.8

a. 引自Cramer 和 Britt (1970)。

2. 光致裂变截面和光中子截面

假使光中子的吸收截面已知，我们将可以用与快中子裂变相同的方法从光致裂变的测量求得Γ_n/Γ_f。不幸的是光子吸收截面

了解的很差，所以还希望测量光中子截面。已经测量了 ^{232}Th 和 ^{238}U的光致裂变截面和光中子截面，发现在 8—12MeV 能区得到的Γ_n/Γ_f值在实验误差范围内与激发能无关。另一方面，用另一种技术进行的测量(Bowman 等，1964)表明，对于^{235}U，在7—10MeV能区，Γ_n/Γ_f 值有显著增长。大多数光致裂变和光中子发射的测量是用韧致辐射完成的，因此它们代表一个平均值。（平均是对小于最大能量的所有能量进行的。）在Γ_n/Γ_f 与激发能无关、中子发射的阈能和裂变阈之间差别很小这两个条件得以满足的范围内，韧致辐射的结果应该代表介于阈值与韧致辐射最大能量之间能量处的Γ_n/Γ_f。表 Ⅶ-4汇总了现有的数据。这些Γ_n/Γ_f值的不确定度比从快中子裂变截面得到的要大得多。

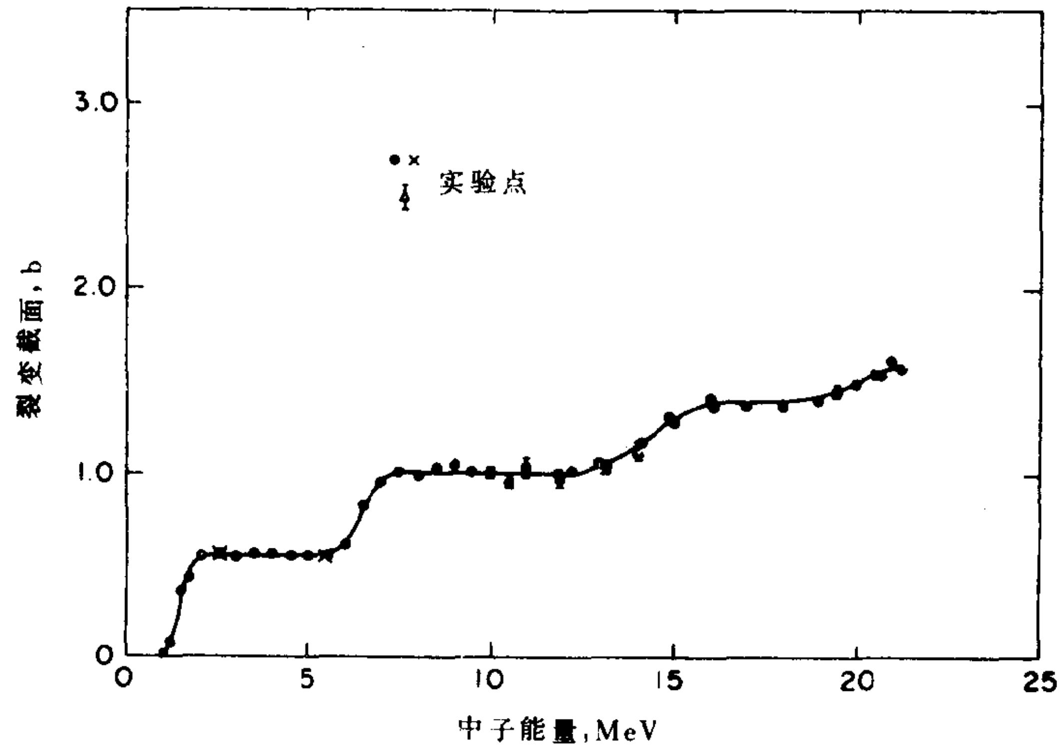
表 Ⅶ-4

从12MeV 韧致辐射的光致裂变和光中子发射截面导出的Γ_n/Γ_f 值

复合核	Γ_n/Γ_f	
	Huizenga(1958)	Katz等(1958)
^{230}Th	4.9	
^{232}Th	12	10
^{233}U	1.0	1.6
^{234}U	1.6	
^{235}U	1.6	
^{236}U	2.1	
^{238}U	4.0	4.9
^{237}Np	1.0	
^{239}Pu	0.4	0.3

3. 从高能中子裂变截面导出的Γ_n/Γ_f平均值

前面所描述的方法使我们能在单一的或接近单一的（在光致裂变的情况下）激发能处得到Γ_n/Γ_f。如果考察快中子裂变激发函数，我们发现，在裂变阈值以上一个MeV的范围之内，截面通常达到第一个坪台值。中子能量超过 5 或 6 MeV处，裂变截面再次上升，在约 8 MeV处达到一个新的坪台。这种现象的一个典型例子画在图Ⅶ-1上。裂变截面上的附加贡献来自中子发射之后的



图Ⅶ-1 ^{238}U中子裂变截面随中子能量的变化。

裂变。如果想要研究更高的激发能或更容易裂变的核，我们就不得不考虑代表在两个或更多个激发能处平均了的Γ_n/Γ_f数据，这些激发能对应于初始复合核发射中子前后两种情况下的竞争。作为例子，我们看看10MeV中子引起的裂变截面。发射一个中子的初始核的份额等于：质量数为A、激发能为$E^*=10+B_n$的复合核的中子发射宽度与中子宽度加裂变宽度之比，即$[\Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f)]_{A,E^*=10+B_n}$。与此类似，发射中子后的剩余核，还具有足够的激发能可以发射第二个中子或者进行裂变，这时发射一个中子的几率是$[\Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f)]_{A-1,E^*=10-2T}$。这里竞争是在质量数为$A-1$的核上发生的，其平均激发能比初始复合核的激发能约低$B_n+2T\fallingdotseq 8$ MeV。我们假定了中子平均动能是核温度的两倍，典型的核温度是0.5— 1 MeV。中子发射前后免于裂变的核的份额是$(\sigma_c-\sigma_f)/\sigma_c$，它将由下式给出，

$$(\sigma_c-\sigma_f)/\sigma_c=$$

$$[\Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f)]_{A,E^*=10+B_n}[\Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f)]_{A-1,E^*=10-2T}$$

从下式可以得到Γ_n/Γ_f的平均值，

$$\Gamma_n/\Gamma_f = [(\sigma_c - \sigma_f)/\sigma_c]^{1/2} / \left\{ 1 - [(\sigma_c - \sigma_f)/\sigma_c]^{1/2} \right\}$$

平均的裂变核用质量数符号$A-0.5$表征。从中子能量为10MeV处的裂变截面导出的Γ_n/Γ_f平均值列于表Ⅶ-5。

表 Ⅶ-5

从10MeV中子裂变截面导出的Γ_n/Γ_f平均值[a]

平均裂变核	Γ_n/Γ_f
$^{232.5}Th$	19
$^{233.5}U$	1.3
$^{234.5}U$	1.47
$^{235.5}U$	1.94
$^{236.5}U$	1.94
$^{238.5}U$	4.5
$^{237.5}Np$	0.89
$^{239.5}Pu$	1.05
$^{240.5}Pu$	1.94
$^{241.5}Pu$	1.05

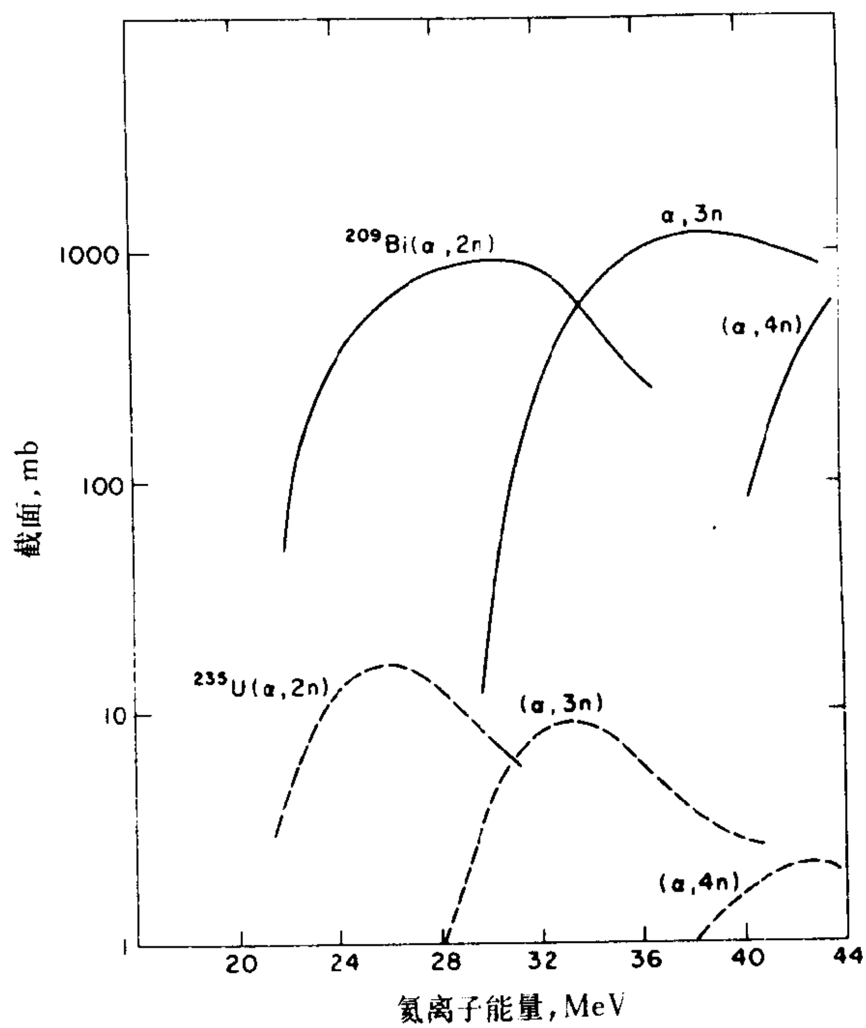
a. 数据引自Davey (1968)的评价，总反应截面假定等于2.9 barn。

原则上可以希望，假使从其它数据可以知道第二步，即低激发能处的Γ_n/Γ_f的话，竞争第一步的Γ_n/Γ_f能够被单一地定出 。(这些其他数据可以是，例如低激发能处的中子裂变截面。但产生这些裂变的靶核的质量数应比所考虑的第二个坪区裂变截面的靶核质量数小 1)。曾经尝试过抽取这种资料(Vandenbosch和Huizenga, 1958)，但不幸的是，这类结果对于了解的很差的反应截面非常灵敏，尤其对于更易裂变的核。

4. 从带电粒子引起的散裂反应截面导出的Γ_n/Γ_f平均值

当用带电粒子轰击重元素核素时，产生的激发能通常是足够高的，使裂变有机会沿着一条蒸发链与中子发射相竞争，这种蒸发链由母体复合核和由于中子蒸发而形成的各相继子核所组成。这个效应见图Ⅶ-2。图上把难裂变核^{209}Bi和易裂变核^{235}U的

(α, 2n)、(α, 3n)和(α, 4n)反应激发函数作了比较。^{235}U 散裂的产额降低了很多，这是由于裂变的竞争所致。每多发射一个中子，裂变就有一次新的竞争机会，所以随着发射中子数目的增加，激发函数减弱得更厉害。因此，将可裂变同位素的散裂产额与假定不发生裂变时相应的虚拟产额进行比较，可以得到中子发射和裂变之间的竞争的度量。



图Ⅶ-2 难裂变靶核^{209}Bi和易裂变靶核^{235}U的散裂激发函数。[^{209}Bi的数据引自Ramler 等(1959)，^{235}U数据引自Vandenbosch 等(1958)。]

为了导出因裂变竞争使某一特定蒸发产物下降的程度，我们必须知道，在假定不发生裂变的情况下，应该得到的产额会是多少。Jackson (1965) 描述了一个简单的中子蒸发模型，它包括下

列假设：

(1) 中子能谱由表达式$\varepsilon\exp(-\varepsilon/T)$给出。其中$\varepsilon$是中子动能，$T$是核温度；

(2) 只要能量上允许，就一定发射中子；

(3) 忽略质子蒸发；

(4) 核温度T与激发能无关。

最后一点假设是相当粗糙的近似，但或许对于计算不致引入太大的误差。令$P(E, x)$为具有初始激发能E的核刚巧蒸发x个中子的几率计算值，那么一个特定散裂反应在激发能E处的截面是

$$\sigma_{xn}=P(E, x)\,\sigma_c$$

Jackson 指明，$P(E, x)$由下式给出，

$$I(\Delta_x, 2x-3)-I(\Delta_{x+1}, 2x-1)$$

式中I是 Pearson 氏不完全Γ函数，而

$$\Delta_x=\left(E-\sum_{i=1}^{x}B_i\right)/T$$

其中B_i是第i个中子的结合能，T是核温度。第一个不完全Γ函数给出初始复合核至少发射x个中子的几率；第二个不完全Γ函数则给出剩余核激发能大于最后一个中子的结合能的几率。

为了包括进裂变的竞争，必须作两点改变。在退激的每一步i，只要裂变能够与中子发射相竞争，散裂反应截面的公式中就必须引入一个相乘因子$[\Gamma_n/(\Gamma_n+\Gamma_f)]_i$，以后简写作$G_{ni}$。发射了第$i$个中子后的剩余终核的裂变阈$E_f$可能低于这个核的中子结合能，这样的可能性也必须考虑进来。如果剩余核激发能高于裂变阈，但不够蒸发一个中子，则假设将会裂变。这个效应可以合并在上面的式子里，只要把Δ_{x+1}表达式中的B_{x+1}换成E_f就可以了。进一步假定，在出射中子各种可能的动能所对应的整个激发能范围内，$\Gamma_n/(\Gamma_f+\Gamma_n)$与激发能无关，则

$$\sigma_{xn}=\sigma_c G_{n1} G_{n2}\cdots G_{nx}[P(E, x)]$$

表 Ⅶ-6

从带电粒子引起的散裂反应导出的Γ_n/Γ_f的几何平均值[a]

靶核	反应	截面参考文献	平均裂变核	$\overline{(\Gamma_n/\Gamma_f)}$	靶核	反应	截面参考文献	平均裂变核	$\overline{(\Gamma_n/\Gamma_f)}$
^{226}Ra	α, 4n	10	$^{228.5}$Th	4.2	^{239}Pu	d, 2n	21	$^{240.5}$Am	0.44
^{232}Th	p, 3n	19	^{232}Pa	2.2	^{239}Pu	d, 3n	21	^{240}Am	0.35
^{230}Th	α, 4n	10	$^{232.5}$U	0.50	^{240}Pu	d, 2n	24	$^{241.5}$Am	0.46
^{232}Th	α, 4n	20	$^{234.5}$U	0.92	^{240}Pu	d, 3n	24	^{241}Am	0.36
^{233}U	d, 2n	21	$^{234.5}$Np	0.25	^{238}Pu	α, 2n	9	$^{241.5}$Cm	0.33
^{233}U	d, 3n	21	^{234}Np	0.28	^{238}Pu	α, 4n	9	$^{240.5}$Cm	0.15
^{235}U	d, 2n	13	$^{236.5}$Np	0.43	^{239}Pu	α, 2n	9	$^{242.5}$Cm	0.28
^{235}U	d, 3n	13	^{236}Np	0.37	^{239}Pu	α, 3n	9	^{242}Cm	0.22
^{238}U	d, 2n	13	$^{239.5}$Np	0.89	^{239}Pu	α, 4n	9	$^{241.5}$Cm	0.22
^{233}U	α, 2n	11	$^{236.5}$Pu	0.16	^{240}Pu	α, 4n	25	$^{242.5}$Cm	0.20
^{233}U	α, 3n	11	^{236}Pu	0.12	^{242}Pu	α, 2n	9	$^{245.5}$Cm	2.8
^{234}U	α, 4n	22	$^{236.5}$Pu	0.21	^{242}Pu	α, 4n	9	$^{244.5}$Cm	0.46
^{235}U	α, 4n	11	$^{237.5}$Pu	0.28	^{243}Am	α, 2n	26	$^{246.5}$Bk	0.81
^{235}U	α, 3n	11	^{238}Pu	0.29	^{243}Am	α, 4n	26	$^{245.5}$Bk	0.57
^{235}U	α, 2n	11	$^{238.5}$Pu	0.38	^{244}Cm	α, 2n	27	$^{247.5}$Cf	0.34
^{236}U	α, 4n	10	$^{238.5}$Pu	0.34	^{244}Cm	α, 3n	27	^{247}Cf	0.23
^{238}U	α, 4n	23	$^{240.5}$Pu	0.61	^{244}Cm	α, 4n	27	$^{246.5}$Cf	0.18
^{237}Np	α, 2n	21	$^{240.5}$Am	0.34	^{249}Bk	α, 2n	28	$^{252.5}$E	0.53
^{237}Np	α, 3n	21	^{240}Am	0.33	^{249}Bk	α, 4n	28	$^{251.5}$E	0.41
^{238}Pu	d, 2n	24	$^{239.5}$Am	0.24	^{252}Cf	α, 4n	29	$^{254.5}$Fm	0.24[b]
^{238}Pu	d, 3n	24	^{239}Am	0.26					
		补遗							
^{238}U	α, 2n	*c*	$^{241.5}$Pu	1.15					
^{238}U	α, 3n	*c*	^{241}Pu	0.84					
^{238}U	α, 4n	*c*	$^{240.5}$Pu	0.61					
^{235}U	α, 3n	*c*	^{237}Pu	0.33					
^{238}U	d, 4n	*d*	$^{238.5}$Np	0.62					
^{236}U	d, 3n	*d*	^{237}Np	0.53					
^{234}U	d, 3n	*d*	^{235}Np	0.31					

a. 数据引自 Vandenbosch 和 Huizenga（1958）；表上的资料的号码是此文的参考资料号码。

b. 下限值。

c. Wing 等（1959）。

d. Lessler（1958）。

把实测激发函数的大小与上式给的预期值去匹配，可以定出归一化常数，

$$G_{n1}\,G_{n2}\cdots G_{nx}=\prod_{i=1}^{x}G_{ni}$$

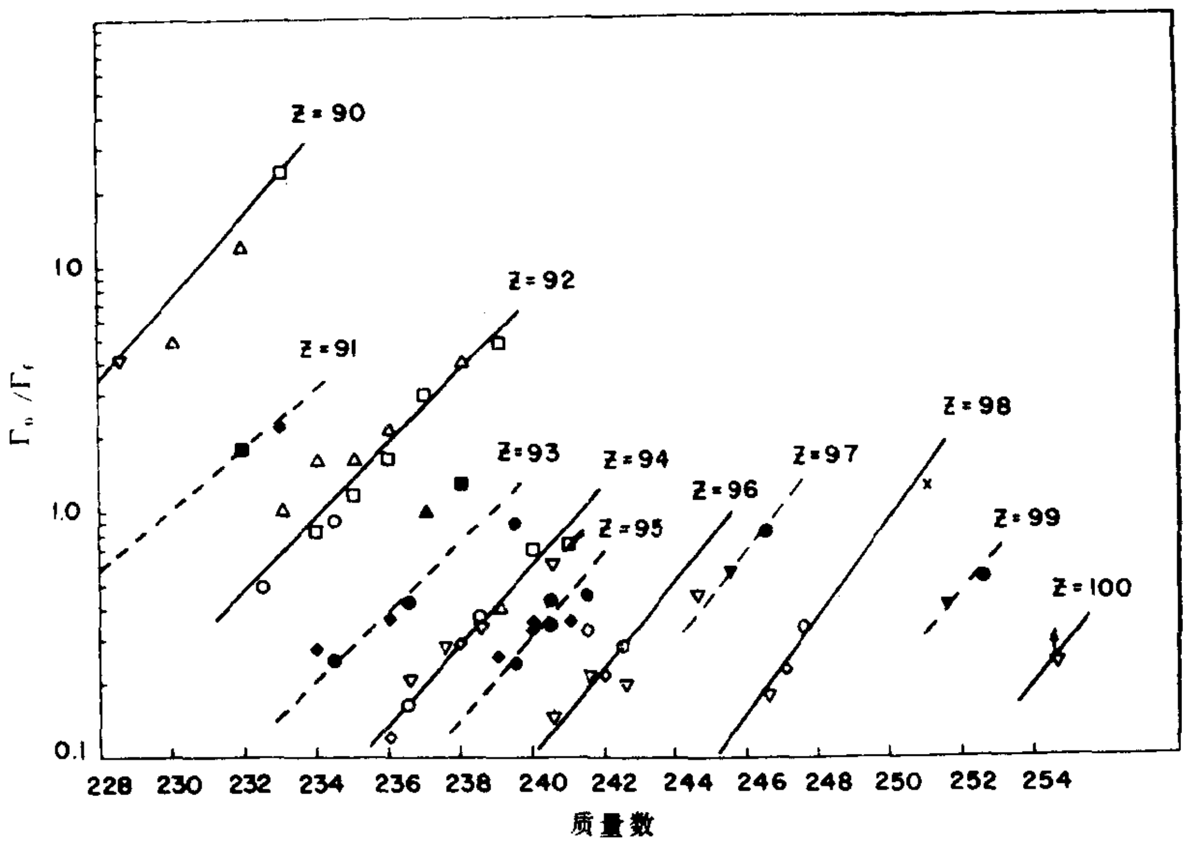
对于整个竞争过程涉及的核和激发能范围，Γ_n/Γ_f 的平均值可以从 G_{ni} 的几何平均值定出，

$$\bar{G}_n=\left(\prod_{i=1}^{x}G_{ni}\right)^{1/x}$$

以前曾经作过发射2—4个中子情况的数据分析(Vandenbosch 和 Huizenga, 1958)。这些数据加上较新的数据一起汇总在表Ⅶ-6上。

5．Γ_n/Γ_f 实验值的概况

较重核的 Γ_n/Γ_f 值随激发能的变化不大，见图Ⅶ-3。将Γ_n/Γ_f 对质量数作图，数据点看来都落在分得相当开的一些平行线上，每条线代表一个原子序数。对于给定的 Z，Γ_n/Γ_f 值与质量数有很强的依赖关系，这主要由于，中子结合能随质量数的增加实际上是单调减小的。在较小程度上还由于势垒高度随质量数而增加。图上最使人感兴趣的特点之一就是，Γ_n/Γ_f 随原子序数的变化关系在 $Z=93$ 附近有一完全确定的突变。在 $Z>93$ 处，Γ_n/Γ_f 随 Z 的变化很小，不象 $Z<93$ 处那样强烈。这是由于，在这个区域里，Z^2/A 增加时，裂变势垒的下降并不象液滴模型所预料的那样快。



图Ⅶ-3 Γ_n/Γ_f 随质量数的变化。空心和实心的符号分别表示偶数和奇数原子序数的裂变核。(△)从光中子和光致裂变实验得出的数据，其激发能为8—12 MeV。(□)从3MeV中子裂变截面得出的数据，相应的激发能为8—10MeV。(○,◇,▽)从散裂反应激发函数得出的 Γ_n/Γ_f 平均值，相应的平均激发能分别为13、18、23 MeV左右。[引自 Vandenbosch 和 Huizenga (1958)。]

B. 关于 Γ_n/Γ_f 的理论预言

Ⅰ. 低能处的中子宽度和裂变宽度

为了评价在 Γ_n/Γ_f 的通常表达式中所固有的假定，我们从前面讨论低能共振裂变时所用的中子宽度和裂变宽度表达式入手。对于单一的中子衰变道，中子宽度是 $\Gamma_n=(D/2\pi)T$。其中 T 是透射系数。如果能够达到的末态多于一个，那么就应对导致不同末态的透射系数 T 求和，

$$\Gamma_n=(D/2\pi)\sum T$$

式中D是自旋宇称与复合核相应的那种能级的间矩。对于裂变宽度也有类似的表达式。上述中子宽度的表达式只在低能处，即只发生 s 波($l=0$)中子发射时成立。在能量较高处，其他分波有贡献，应对角动量求和(但不是对不同的末态能级求和)，变成$\Sigma_l(2l+1)T_l$的形式。在高能时这个式子可以用积分$\int(2l+1)T_l\,dl$来代替。如果假定 l 从零直到l_m 处(l_m 是中子能够带走的最大可能的角动量)T_l 都等于1，而当 $l>l_m$ 时 $T_l=0$，则上面的积分将为

$$\int_0^{l_m}(2l+1)T_l\,dl=l_m^2=$$

$$(Rp/\hbar)^2=2mR^2\varepsilon/\hbar^2$$

式中 l_m 是这样估计的，即考虑从核表面半径为R处，沿切线方向发射一个质量为m、能量为ε的中子。如果用对剩余核的能级[$\rho(E-B_n-\varepsilon)$]的积分来代替对末态能级求和，并且考虑到中子内禀的自旋简并g，则得

$$\Gamma_n=(D/2\pi)(2mR^2g/\hbar^2)\int_0^{E-B_n}\varepsilon\,\rho(E-B_n-\varepsilon)\,d\varepsilon \qquad (\text{Ⅶ}-1)$$

对于裂变宽度，通常我们只是简单地把表达式

$$\Gamma_f=(D/2\pi)\Sigma T$$

中的透射(势垒穿透)系数之和用对鞍点能级的积分来代替。假定中子能量高于势垒E时，$T=1$，低于势垒E时，$T=0$，得

$$\Gamma_f=(D/2\pi)\int_0^{E-E_f}\rho(E-E_f-K)\,dK \qquad (\text{Ⅶ}-2)$$

式中K是在裂变自由度上的动能。如果把势垒穿透包括进来，方程式(Ⅶ-2)将变成

$$\Gamma_f=\frac{D}{2\pi}\int_{-\infty}^{E-E_f}\left[\frac{\rho(E-E_f-K)}{1+\exp(-2\pi K/\hbar\omega)}\right]dK$$

K的负值是与相应于能量为 E_f-K(能量从基态量起)的过渡态的那些势垒的穿透相联系的。实际上，只有当K值接近于0时，

才对积分有显著贡献。

现在很清楚，比起裂变来我们已对中子发射引进了附加的自由度，因为我们把中子发射看成一个三维问题，而对裂变则是作为在裂变坐标上的一维问题来处理的。

出现中子发射的三维图象的原因是，中子发射利用了一个自由粒子所有可能的相空间。对于裂变，情况就不同了，因为核在通过鞍点之后就肯定裂变了，这远在最终碎片达到其本体之前。不过，对于通过鞍点确实是一个一维过程这种假设，没有多少直接的证据来支持。鉴别鞍点处的其他有关的简单自由度，并在估计裂变宽度时把这些自由度明白地包含在内，或许是很有意义的。然而，如果与这些鞍点自由度相联系的频率很高，则它们在更高能量处对于相空间的贡献将显不出来，由于核能级密度随激发能作指数增长，因而它们的效应将难以分离出来。

结合(Ⅶ-1)和(Ⅶ-2)两式，可以得到 Γ_n/Γ_f 的表达式如下，

$$\frac{\Gamma_n}{\Gamma_f}=\frac{2mr_0^2g}{\hbar^2}\frac{A^{2/3}\int_0^{E-B_n}\varepsilon\,\rho(E-B_n-\varepsilon)\,d\varepsilon}{\int_0^{E-E_f}\rho(E-E_f-K)\,dK} \tag{Ⅶ-3}$$

如果核能级密度取适当的函数形式，那么(Ⅶ-3)式可以积分出来，得到 Γ_n/Γ_f 严格的函数表达式。能级密度的最简单形式是恒温能级密度：

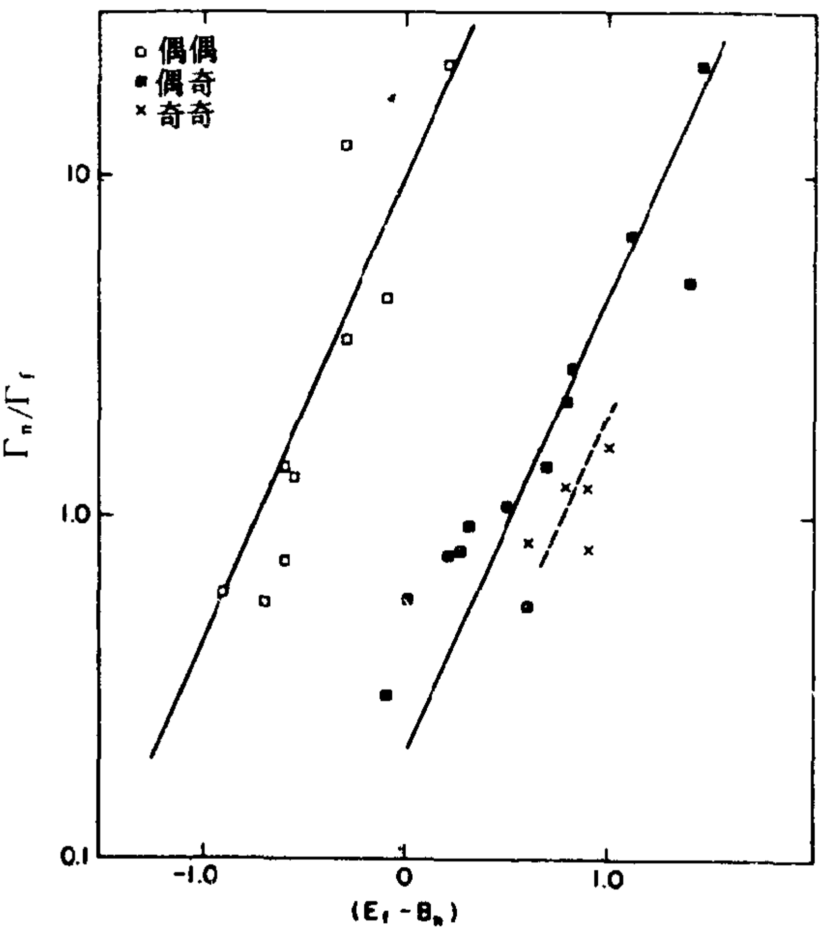
$$\rho(E)=\text{const}\cdot\exp(E/T) \tag{Ⅶ-4}$$

舍弃一些小项，可得

$$\frac{\Gamma_n}{\Gamma_f}=\frac{2TA^{2/3}}{K_0}\exp[(E_f-B_n)/T] \tag{Ⅶ-5}$$

式中 $K_0=\hbar^2/2mr_0^2\approx10$ MeV。这个表达式预期只在一个比较有限的激发能范围内成立，并且要求 E_f 和 B_n 的大小相近。重元素中子裂变截面上存在一个相当平的坪区，这与核温度在几个MeV能量范围内不变的假定定性地一致。式(Ⅶ-5)的函数形式暗示，如果以 Γ_n/Γ_f 的对数对裂变阈与中子结合能之差作图，将有简单

的关系。图Ⅷ-4是用重元素2MeV中子裂变截面得到的Γ_n/Γ_f值作的图。所用的裂变阈是表Ⅷ-1中列出的实验值。可以看出，实验数据分别落在几条直线上，视裂变核的奇偶性质而定。对于给



图Ⅷ-4　从2MeV中子裂变截面或(t, p f)实验得出的Γ_n/Γ_f值对裂变阈(实验值)与中子结合能之差作图。[从(t, p f)实验得出的Γ_n/Γ_f值乘上一个0.7的因子，以保持一致，因为观察到两种方法得出的数据不一样，(t, p f)的值普遍偏高。]

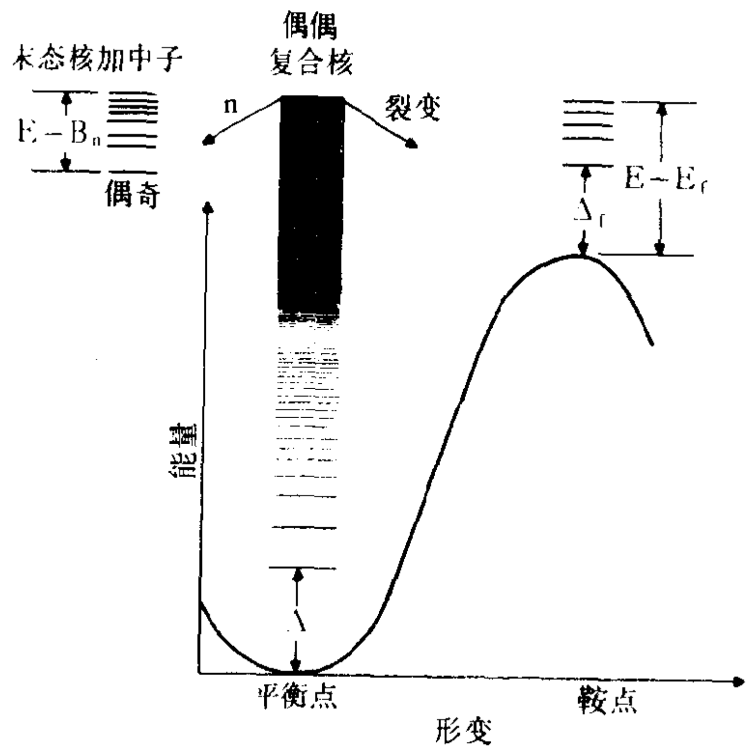
定奇偶类型的核，观察到Γ_n/Γ_f与E_f-B_n的差值有很强的关联。直线的斜率给出核温度为0.33MeV。鉴于剩余核的平均激发能只有2MeV左右，这个结果并不是不合理的。不同奇偶性核的数据点之间的位移，很容易从核能级密度的奇偶效应来理解。如果取奇A核的数据作为参考面，那么偶偶核的有效激发能将比名义上的激发能小一个Δ量，而奇奇核的有效激发能将大一个Δ量。如果考虑到，在鞍点处的Δ与在平衡形变处相应于发射中子的Δ

可能会不一样，那末，有效裂变阈E'_f与有效中子结合能 B'_n 之差将为

$$E'_f - B'_n = E_f - B_n + \Delta_f \quad （偶偶裂变核）$$

$$E'_f - B'_n = E_f - B_n - \Delta_n \quad （偶奇裂变核）$$

这些修正用图来给以说明，偶偶复合核见图Ⅶ-5，奇A复合核见图Ⅶ-6。

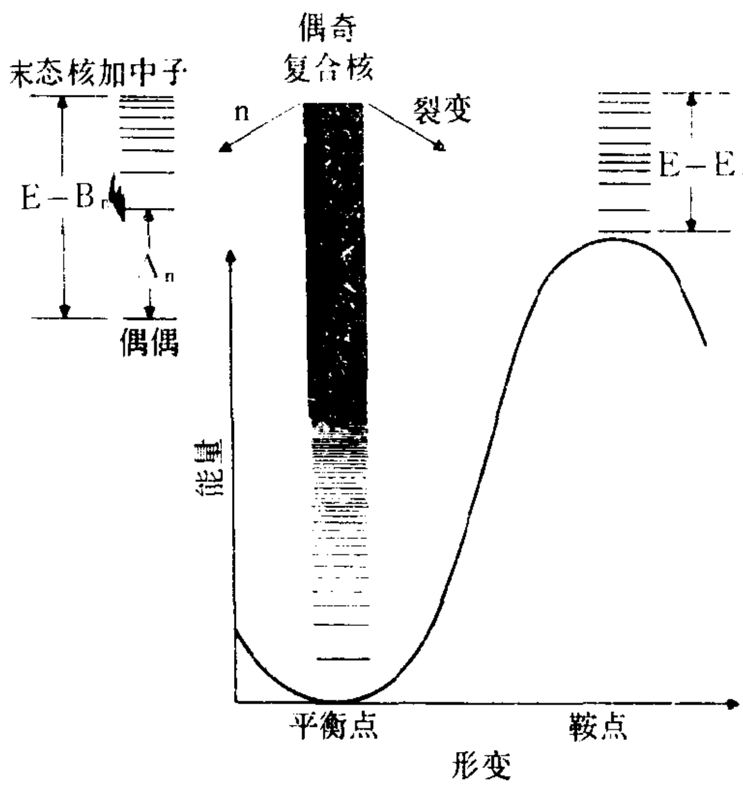


图Ⅶ-5 偶偶核在平衡形变处及裂变鞍点形变处的内禀核子态谱，以及中子发射后剩余核（偶奇核）的内禀核子态谱。假定以奇A核的能量面作为参考面。［引自 Huizenga 和 Vandenbosch(1962)。］

除了能级密度上的对效应之外，还有壳效应也常混入Δ 修正。这些壳效应与激发能有关，当它较大时（在闭壳层附近），就必须单独明显地处理，并加在上述对效应之上。

从偶偶裂变核 Γ_n/Γ_f 和偶奇裂变核 Γ_n/Γ_f 之间的位移可知，$\Delta_n + \Delta_f = 1.25\text{MeV}$。少数几个奇奇核的实验点更加分散，但暗示着 $\Delta_f - \Delta_n = 0.25\text{MeV}$。这将给出 $\Delta_n \doteq 0.5\text{MeV}$，而 $\Delta_f \doteq 0.7\text{MeV}$，尽管不确定度相当大，或许 Δ_f 实际上就等于 Δ_n，特

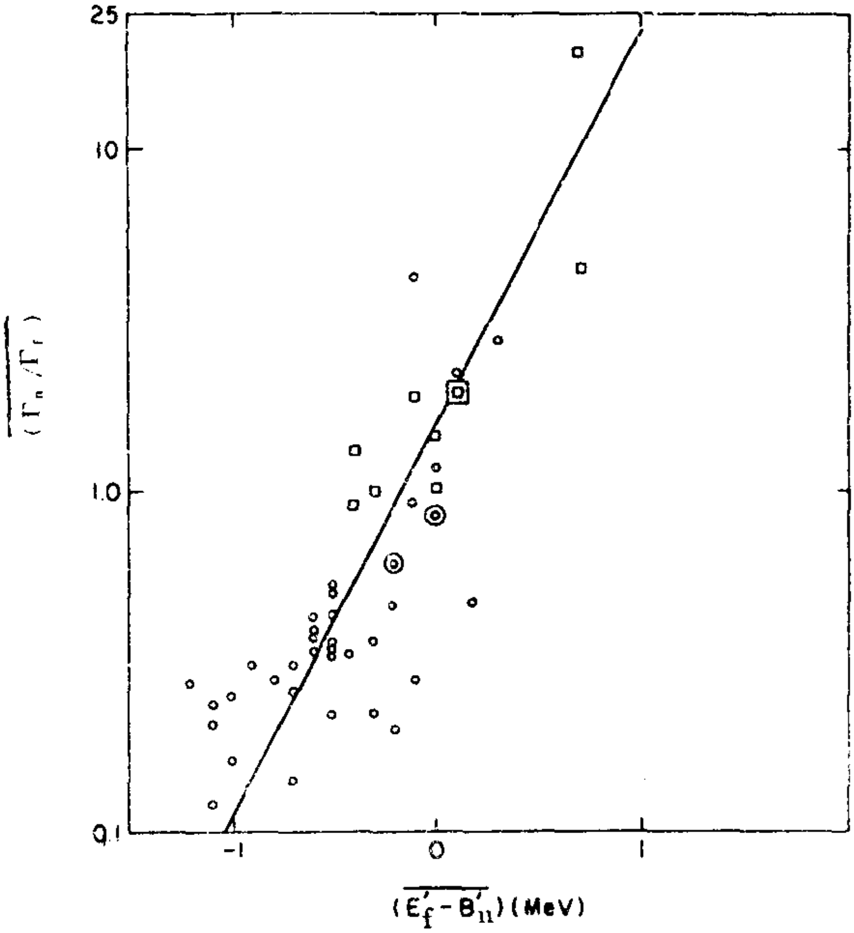
别是假如奇奇核的势垒由于“特增能量”效应而略高一点的话。因为这些核的势垒只从中子裂变激发函数定出过，我们或许可以预期存在着这种类型的系统效应。从以上分析得出的 Δ_n 值，与基态质量的奇偶差得出的 $\Delta_n \doteq 0.6\text{MeV}$ 符合得很好。



图Ⅶ-6　偶奇核在平衡形变处及裂变鞍点形变处的内禀核子态谱，以及发射中子后剩余核的内禀核子态谱。假定以奇 A 核的能量面作为参考面。
[引自 Huizenga 和 Vandenbosch（1962）。]

若我们采纳 Δ_n 的估计值为0.5MeV，Δ_f 为0.7MeV，我们可将重元素的 Γ_n/Γ_f 平均值对 $E_f'-B_n'$ 的平均值作图。如图Ⅶ-7所示。由图可见，数据点更加分散了。分散的原因，部分是由于图上数据所代表的激发能范围太宽，在这样宽的范围内还认为核温度是常数已经不再合理了。另一部分是由于数据本身的不精确所造成。图中所画直线的斜率相应于 $T=0.4\text{MeV}$，仅稍高于从低能中子裂变得出的值。而考虑到这里所研究的竞争所处的激发能较高这一点，至少变化方向是合理的。在 $E_f'-B_n'=0$ 处，

Γ_n/Γ_f 的绝对值比从(Ⅶ-5)式预期值的一半还要小。



图Ⅶ-7 Γ_n/Γ_f 平均值与有效裂变阈能和有效中子结合能之差平均值的关系。Γ_n/Γ_f 平均值数据来自散裂截面的分析(○)和快中子引起的第二个坪台的裂变截面(□)。略去了超锔元素的数据，因为没有裂变阈的实验值，而外推又不可靠。

详细地考察图Ⅶ-7，可以发现Cm(图中最重的元素)的各点 Γ_n/Γ_f 值有落在直线右侧的系统倾向。这可能反映出，Cm的裂变势垒非常高，它显然是由于强的壳效应所造成。在所列核反应中被取样的较高激发能处，这类壳效应中有一些可能已被减弱。这一效应也可以说明 Γ_n/Γ_f 对 $E_f'-B_n'$ 直线的斜率以及由此得出的较低核温度值。

2. Γ_n/Γ_f 随激发能的变化

要讨论 Γ_n/Γ_f 随激发能的变化，就得用更接近真实的能级

密度表达式来代替前面那个恒温表达式。一种是所谓的费米气体表达式：

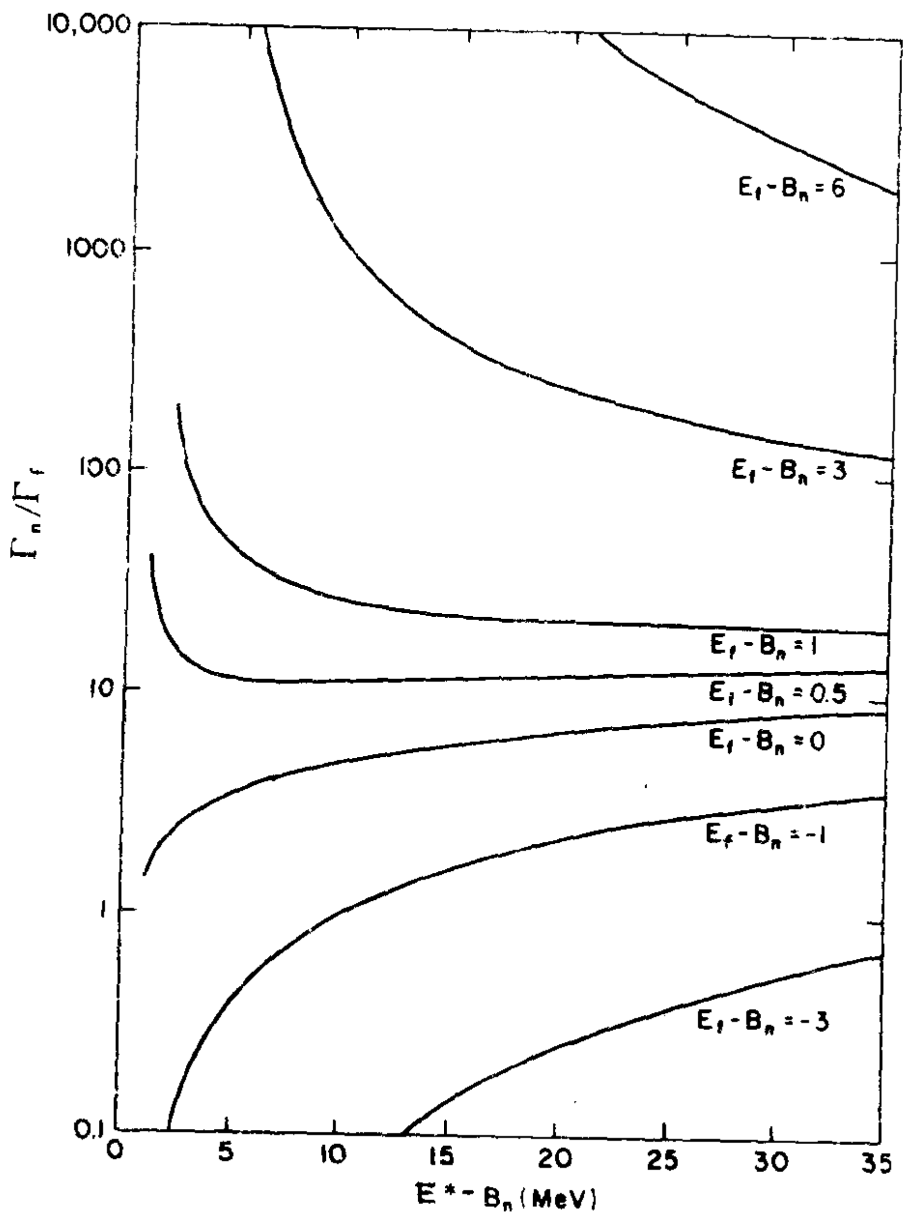
$$\rho(E)\sim\exp[2(aE)^{1/2}] \qquad (\text{Ⅶ}-6)$$

式中 a 是核能级密度参数。更严格的能级密度公式还包含一个指数前能量因子，但其中子宽度及裂变宽度的最终表达式不能以严格形式积分出来。把（Ⅶ-6）式代入（Ⅶ-3）式并舍弃一些小项，得

$$\frac{\Gamma_n}{\Gamma_f}=\frac{4A^{2/3}a_f(E-B_n)}{K_0a_n[2a_f^{1/2}(E-E_f)^{1/2}-1]}$$
$$\exp[2a_n^{1/2}(E-B_n)^{1/2}-2a_f^{1/2}(E-E_f)^{1/2}]$$
$$(\text{Ⅶ}-7)$$

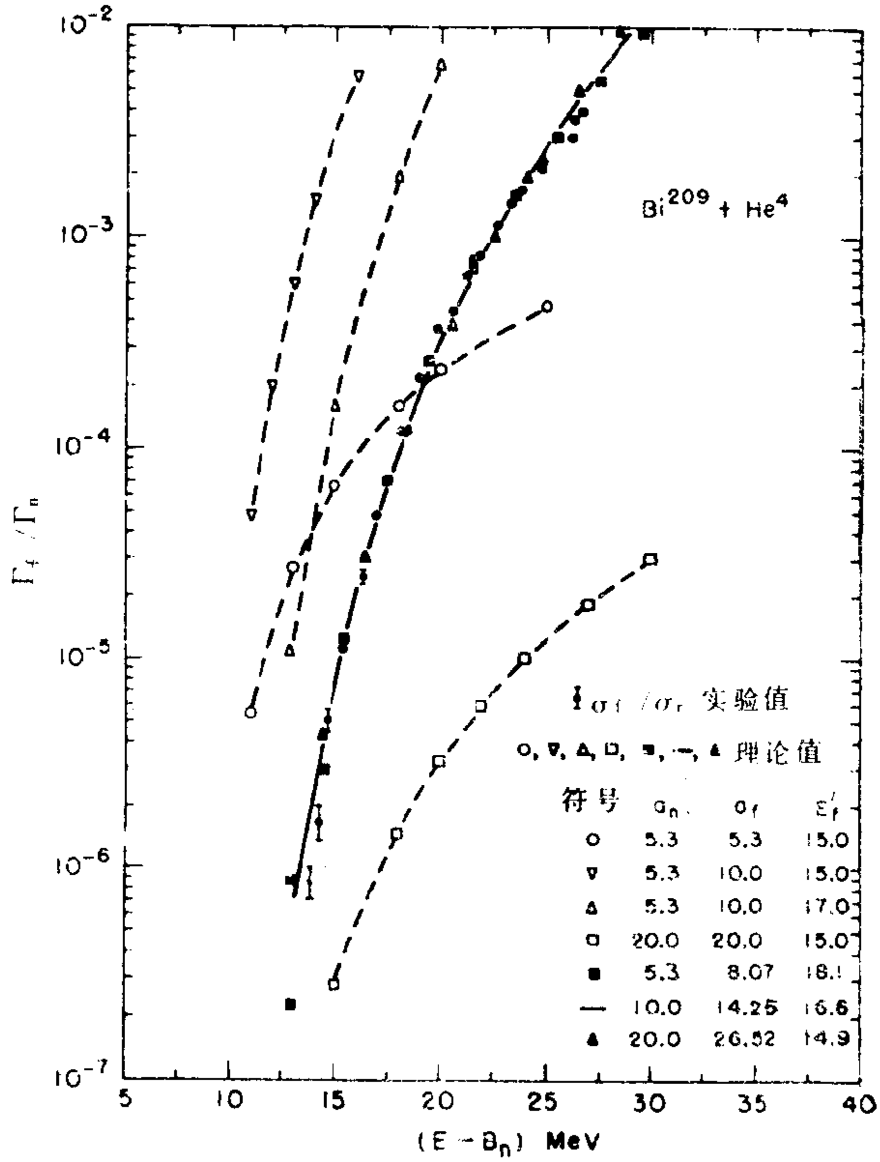
这里我们已预先考虑到，适用于鞍点的能级密度参数 a_f 可能与适用于平衡形变的能级密度参数 a_n 不同。Γ_n/Γ_f 随激发能而变化的大小以及这种变化与(E_f-B_n)的关系见图Ⅶ-8。采用包含有指数前能量因子的能级密度表达式进行数字积分，所得到的曲线与（Ⅶ-7）式所得的极为相似，只是要把 a_f 及 a_n 值提高约20%。很清楚，当裂变势垒与中子结合能相差很大的时候，Γ_n/Γ_f 对激发能的依赖关系最强。对于 $E_f\ll B_n$ 的情况，没有已掌握的实验数据，但对于 $E_f\gg B_n$ 的情况，数据却是相当多的。（在第七章 A.1节已评论过。）在这些数据出现后不久，Halpern 和 Nicholson（1960）发现，假使认为 $a_n=a_f$，那就不可能同时拟合 Γ_f/Γ_n 的绝对值及其随能量的变化。a_f/a_n 的比值总是必须大于 1，通常大20%—30%。图Ⅶ-9是说明这种效应的一个例子。在一段时间内，曾以为这是由于所研究的核接近 $Z=82$、$N=126$壳，因而感到壳效应或许会使 a_n 异常地小，而在相应于裂变垒顶的核形变处，这些壳效应或许会消失。后来研究了离开满壳的更轻的核，弄清楚了 a_f/a_n 仍然大于1，尽管比铅铋区相应的值要略小一点。产生这个效应的一个可能的原因将在下一节讨论。

把 Γ_f/Γ_n 随激发能变化的实验数据用诸如（Ⅶ-7）式来进行拟合，可以相当单值地定出 a_f/a_n 和 E_f-B_n 值。这个拟合对于 a_f（或 a_n）的绝对值相对不灵敏，而对 B_n（或 E_f）的绝对值就要灵



图Ⅷ-8　在不同的($E_f - B_n$)值下，Γ_n/Γ_f 与激发能的关系[根据(Ⅷ-7)式]。这里假定能级密度参数 a_f 及 a_n 都等于 25 MeV^{-1}，B_n 为 6 MeV。

敏一些。进行这种数据拟合的目的之一，是为了定出裂变阈值。在



图Ⅶ-9　为了拟合 Γ_n/Γ_f 随激发能的变化，a_f 必须大于 a_n 的例证。实圆点是实验数据。
[引自 Huizenga 等，(1962)。]

表Ⅶ-7列出了 E_f 和 a_f/a_n 的值，分析的时候用了中子结合能的

实验值。在 $Z=82$，$N=126$壳附近的区域，这种简单的分析形式是不适用的。一个近似的处理方法是把壳效应归入有效中子结合能中。实际上，这个修正量的大小（或者 a_n 值）预期是激发能的函数。估计在激发能上的壳修正量 Δ_n^S的一个方法是，在 B_n 上加上一个能量，这个能量等效于平滑液滴模型质量与真正实测（有壳影响的）质量之差的一部分。通过有效 B_n' 把壳效应包括进来，将趋向于使裂变阈增加并使 a_f/a_n 减小。对壳效应的更合理的处理方法将在 $B.3$节描述。

表 Ⅶ-7

从分析裂变激发函数得出的E_f及a_f/a_n值

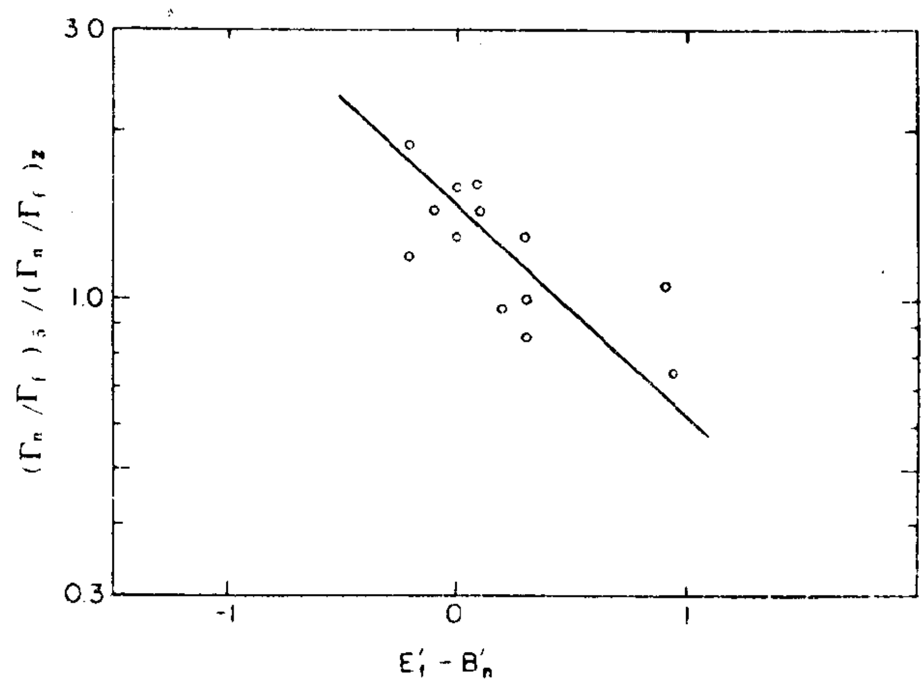
复合核	E_f (MeV)	a_f/a_n	参考文献
^{173}Lu	28.7±2.5	1.08	Raisbeck 和 Cobble (1967)
^{178}W	23.0±3.5	1.25	Sikkeland 等 (1971)
^{179}W	25.2±3.5	1.24	Sikkeland 等 (1971)
^{179}Ta	27.5±2.5	1.11	Raisbeck 和 Cobble (1967)
^{180}W	28.7±3.5	1.19	Sikkeland 等 (1971)
^{181}Re	25.0±3.5	1.21	Sikkeland 等 (1971)
^{186}Os	25.8±3.5	1.20	Sikkeland 等 (1971)
^{187}Ir	21.8±3.5	1.20	Sikkeland 等 (1971)
^{189}Ir	21.7±2.5	1.10	Raisbeck 和 Cobble (1967)
^{191}Ir	22.8±2.5	1.10	Raisbeck 和 Cobble (1967)
^{194}Hg	19.4±3.5	1.20	Sikkeland 等 (1971)
^{198}Hg	21.8±1.5	1.19	Khodai-Joopari (1966)
^{201}Tl	22.5±1.5	1.35	Burnett 等 (1964)
^{207}Bi	21.2±1.5	1.41	Khodai-Joopari (1966)
^{209}Bi	22.6±1.5	1.44	Khodai-Joopari (1966)
^{210}Po	20.4±1.5	1.46	Khodai-Joopari (1966)
^{212}Po	18.6±1.5	1.40	Khodai-Joopari (1966)
^{213}At	16.8±1.5	1.51	Khodai-Joopari (1966)

当裂变阈与中子结合能接近相等时，研究 Γ_n/Γ_f与激发能的

依赖关系是非常困难的。一个原因是，预期的依赖关系很弱，另一个原因来自可利用的实验数据的本性。既然可以预期，如果Γ_n/Γ_f随激发能有任何变化，总是在低激发能处变化最明显，那么在中子裂变截面上第一个坪台的斜率就可望反映出这种变化关系。为了定性地预言这种依赖关系的类型，我们假定：2 MeV 中子的$(\Gamma_n/\Gamma_f)_2$正比于$T_2\exp[(E_f'-B_n')/T_2]$，5 MeV中子的$(\Gamma_n/\Gamma_f)_5$正比于$T_5\exp[(E_f'-B'_n)/T_5]$。据此，

$$\frac{(\Gamma_n/\Gamma_f)_5}{(\Gamma_n/\Gamma_f)_2}=\frac{T_5}{T_2}\exp[(E_f'-B_n')(\frac{1}{T_5}-\frac{1}{T_2})]$$

图Ⅶ-10是两种能量(Γ_n/Γ_f)之比与$E_f'-B_n'$的关系。$E_f'-$



图Ⅶ-10　5 MeV 中子裂变的(Γ_n/Γ_f)与2MeV 中子裂变的(Γ_n/Γ_f)之比随着有效裂变阈与有效中子发射阈差值的变化关系。

B_n'是实验阈值之间的差，两个阈值都作了奇偶效应的修正。比值$(\Gamma_n/\Gamma_f)_5/(\Gamma_n/\Gamma_f)_2$随着$(E_f'-B_n')$的增加而减小，这可以这样来理解：当$E_f'-B_n'$变大时，相应的核变得较难裂变了，而我们已知，对于这些核来说，Γ_n/Γ_f是随激发能的增长而减小的。在$E_f'-B_n'$比零略大一点的地方，$(\Gamma_n/\Gamma_f)_5/(\Gamma_n/\Gamma_f)_2$

等于1。这从 Γ_n/Γ_f 式中指数前因子与温度的关系可以预计到。假设 $T_2=0.33$ MeV(从图Ⅶ-4),则图Ⅶ-10上通过数据点所画直线的斜率及截距分别独立给出相同的估计值，$T_5=0.5$ MeV。

尽管对于较难裂变元素已观察到 Γ_n/Γ_f 随激发能变化很大，对于较重的核也有证据说明在低能处有较小的变化，这种变化与差值($E_f'-B_n$)有关，但是较重元素高激发能处 Γ_n/Γ_f 与激发能的依赖关系还是不很清楚的。有一些结果指出,较重元素的 Γ_n/Γ_f 值随激发能变化並不大。

在少数情况下，把相邻同位素导致相同末态核的散裂截面进行比较，有可能定出相当高激发能处的 Γ_n/Γ_f。考虑 ^{236}U(α,4n)反应和 ^{235}U(α,3n)反应两种散裂截面之比，轰击能量选择得使末态核的平均激发能相同，则可得

$$\frac{\sigma_{\alpha,4n}}{\sigma_{\alpha,3n}}=\frac{G_{240}G_{239}G_{238}G_{237}P_4\sigma_R}{G_{239}G_{238}G_{237}P_3\sigma_R}$$

从这里可以导出在激发能约为36 MeV 处 ^{240}Pu的 Γ_n/Γ_f 值。计算之所以可能，是因为(α,4n)反应中后面三步竞争的核及激发能与(α,3n)反应中相应的三步竞争是一样的，因而就抵消了。所得 ^{240}Pu核在激发能36 MeV 处 Γ_n/Γ_f 值为0.62,这与同一个核在 9 MeV 激发能处 Γ_n/Γ_f 值0.74相当接近。后面的值从 3 MeV中子引起 ^{239}Pu裂变的截面得出。另一个相似的例子，从 ^{236}U(d,3n)和 ^{235}U(d,2n)反应可以得到24MeV 激发能处^{238}Np的 Γ_n/Γ_f 值为0.85。而从 ^{237}Np 3 MeV 中子裂变截面得出,在 9 MeV 激发能处,^{238}Np的 Γ_n/Γ_f 值为0.9。这两个值也可以作比较。

存在着另外一些例子，其中可得出平均裂变核相同但激发能不同的 Γ_n/Γ_f 平均值。例如，从^{232}Th(α,4n)反应激发函数得出的 Γ_n/Γ_f 值代表在平均裂变核$^{234.5}$U(蒸发链的中点)上的裂变竞争。如果我们在从3 MeV中子引起^{233}U、^{234}U裂变数据所得 Γ_n/Γ_f 值中间进行内插，就可获得 $^{234.5}$U核在较低激发能处的 Γ_n/Γ_f 值。表Ⅶ-8列出了可以进行这类比较的一些例子。再一次可以看出，Γ_n/Γ_f 随激发能的变化是相当缓慢的。所有这些,包括表

Ⅶ-8中的例子以及上一段所述两个更单值的测定在内，差值 $E_f'-B_n'$都是非常接近于零的。从图Ⅶ-8可以看出，Γ_n/Γ_f 几乎是与激发能无关的，尽管当 $a_f=a_n$时我们本应预计 Γ_n/Γ_f随激发能的增长会比实验指明的略大一些。

表 Ⅶ-8 平均裂变核相同，但平均激发能不同的Γ_n/Γ_f值的比较[a]

反应	平均中间核	Γ_n/Γ_f	初始激发能(MeV)	平均激发能(MeV)
$^{232}Th+P$	^{232}Pa	2.2	27	18
$^{231}Pa+n$	^{232}Pa	1.85	9	9
$^{233}Th+\alpha$	$^{234.5}U$	0.92	36	22.5
^{232}U、$^{234}U+n$	$^{234.5}U$	1.0	9	9
$^{238}U+\alpha$	$^{240.5}Pu$	0.61	36	22.5
^{239}Pu、$^{240}Pu+n$	$^{240.5}Pu$	0.72	9	9

[a] 引自Vandenbosch和Huizenga (1958)。

有迹象表明，Γ_n/Γ_f 对激发能的近似无关性，可延伸到比迄今考虑的能量高得多的能区。曾经尝试过计算能量超过300MeV的质子引起的散裂截面。反应的初始阶段，用Monte-Carlo方法跟随核子-核子碰撞来处理。快级联过程后的剩余核还可能有相当高的激发能，因而研究了裂变与蒸发十来个核子中每一个的竞争效应。假定在低激发能处得出的 Γ_n/Γ_f 值可以用在高激发能处，则这样算得的截面与实验值符合得相当好。如果在计算中认为 Γ_n/Γ_f 按(Ⅶ-7)式随激发能而变化，则得出的结果不太成功，尽管这类计算中至少有一个使用的理论裂变阈可能不很正确。

除了前面叙述过的实验方法之外，还有另外一种类型的实验测量，从中或许有希望导出关于 Γ_n/Γ_f，特别是 Γ_n/Γ_f 随激发能变化的知识。这种实验就是，从中子与裂变碎片方向的角关联来测定裂变前和裂变后发射中子的相对数目，裂变前中子实际上是各向同性的，而裂变后中子与碎片方向却有强烈的角关联。这

种方法曾用于能量相差很大的两种质子引起 ^{238}U 裂变的实验。一个实验是 Cheifetz 等(1970)用155MeV 质子做的，得到的结论是：裂变前中子与裂变后中子的份额接近相等，这和 Γ_n/Γ_f 与激发能无关的假定不一致，但却与(Ⅶ-7)式给出的 Γ_n/Γ_f 随能量的关系定性相符。在另一个实验中(Bishop 等，1972)详细地研究了低能区 Γ_n/Γ_f 与激发能的关系(质子的能量从11.5MeV变到22MeV)。结果是，除非 a_f/a_n 是在1.1和1.15之间，否则不能解释观察到的 Γ_n/Γ_f 随激发能的变化关系。

3. 能级密度参数 a 与形变的关系

已经知道，a_f/a_n 在铅铋区明显大于 1 。当从铅铋区移向更轻的核时，a_f/a_n 从紧靠 $Z=82$，$N=126$ 壳层处的值下降。在铅铋区的 a_f/a_n 值比较大，以前一般把它归因于发射中子时球形核或近球形核的能级密度上的壳效应。但实验表明：a_f/a_n 不为 1 的核并不局限于闭壳层附近。除了上一节提到的质子引起铀裂变时 a_f 大于 a_n 之外，还有证据说明，对于比 $Z=82$，$N=126$ 壳轻得多的核，a_f/a_n 也不回到 1 ，在壳间中部的重稀土元素，a_f/a_n 值在1.1—1.2之间。这样看来，a_f/a_n 对 1 的偏离不能完全归因于球形幻核的壳效应。

在单粒子能级密度随形变的变化关系上存在着系统的特征，它能够解释，为什么远离闭壳层的核与靠近闭壳层的核一样，其 a_f/a_n 倾向于大于 1 。Myers 和 Swiatecki (1967)曾经指出过，在费米面处的局部单粒子能级密度与核质量之间紧密地存在着联系(见第二章)。对于给定的核及给定的形变，单粒子能级密度低，将会使核的质量低于平滑液滴质量公式所给出的值，而单粒子能级密度高，则导致相反的效应。对于一个给定的核来说，单粒子能级密度可能随形变有足够强的变化，以致离开球形的形状可以是稳定的。Strutinsky 已经表明，为什么这些效应不仅能解释基态平衡形变，而且也能解释势能曲线上存在第二个极小，后者是产生自发裂变同质异能素的原因。这些壳修正的实质是：对应于中子发射的基态形变处，能级密度要比平均单粒子能级密度低，而壳效

应倾向于在能级密度高于平均单粒子能级密度的变形处产生一个裂变势垒。这种情形见图Ⅶ-11，图上简单的画着形变核能与导向裂变的形变之间的关系，并标明了各个极大和极小处的局部单粒

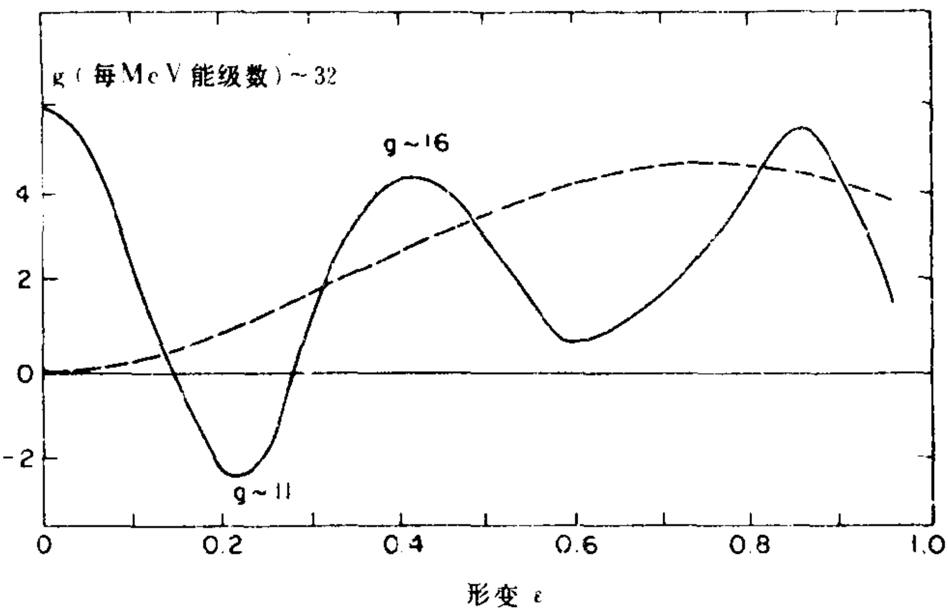


图 Ⅶ-11 局部单粒子能级密度随形变而改变的图示。 (—)Tsang和Nilsson作了壳修正之后的^{242}Pu势能曲线；(---)液滴模型势能曲线。当在描述核形状时引入反射不对称自由度，壳修正曲线的外垒将会降低。[引自Bishop等(1972)。]

子能级密度。这些平均能级密度值是通过简单地数出最靠近费米表面2 MeV区间内能级数目来求出的。在非常低的激发能处，应当用一较小的平均间隔。这或许将增加我们看到的不同形变处g值之间的差异。因为能级密度参数是正比于g的，所以看来a_f/a_n值预计是1.5。(假定a值由裂变势垒的第一个峰处决定)。随着激发能增加，更远离费米表面的单粒子能级密度变得更加重要，a_f/a_n将减小。

比起图Ⅶ-11上建议的那种简单的一维图象来，裂变势垒处的情况实际上可能更加复杂。考虑到其他自由度时（例如质量不对称自由度，它使重元素的外垒降低），势垒处单粒子能级密度的局部最大值可能会降低。

关于核能级密度与形变及激发能有关的这些想法，在一些工作中(Ramamurthy等，1970；Moretto和Stella，1970a；Vandenbosch和Mosel，1972；Williams等，1972)已经进行了更定量的探讨。这种计算的出发点是与各有关形变相应的一套现实的单粒子能级，这些能级可从形变谐振子势或 Woods-Saxon 类型的势得到。(在有限势情况下，如果要得到高能处总的核能级密度，就必须把非束缚态即连续态考虑进来)。总的核能级密度可以从单粒子能量算出，或者用组合方法(Hillman 和 Grover，1969；Williams等，1972)或者用统计方法(Decowski 等，1968；Moretto等，1970b)。尽管核能级密度与激发能的关系已不再具有(Ⅶ-6)式的简单函数形式(它适用于等间距的单粒子能极)，但为了易于说明起见，还是可以定义一个有效 a 值(现在它随激发能而变)而把结果用参数表示出来。图Ⅶ-12给出了有效 a 值随激发及形变而变化的某些例子。图上也给出了 ^{240}Pu 的 a_f/a_n 随激发能的变化。随着能量U的增加，a_f/a_n 的值並不很快地趋近其渐近值1。这个事实並不能解释为激发能上升时壳效应被克服得非常慢。而更可能是由于我们选取的零能量参考值（激发能从它量起）引起的。我们选择了真实的，即考虑了壳效应影响的基态和势垒能量作为基准。要是我们从液滴能量曲面出发来度量激发能的话，那么随着激发能的增加，a_f/a_n 会很快趋近于1。

在计算能级密度时，如果把对相互作用一起考虑进来，则图Ⅶ-12上所示的单粒子效应会略有减小。这是因为，对能隙也与单粒子能级密度有关联：较高的单粒子能级密度，会导致较大的对能隙，並使基态能量（相对于激发态）降低得更多。这样，尽管单粒子能级密度高会使核能级数目增加，但是这将出现在较高的能量处(能量是相对于基态能量而言的)。因此，对效应使总的核能级密度上的壳效应有所减小，这种情形与第二章讨论过的对效应使势能曲面上壳效应引起的起伏有所衰减是相似的。

核能级密度随形变而改变，它对裂变宽度及中子宽度的影响可从对方程(Ⅶ-1)及(Ⅶ-2)作数值积分而得出。图Ⅶ-13给出了较难

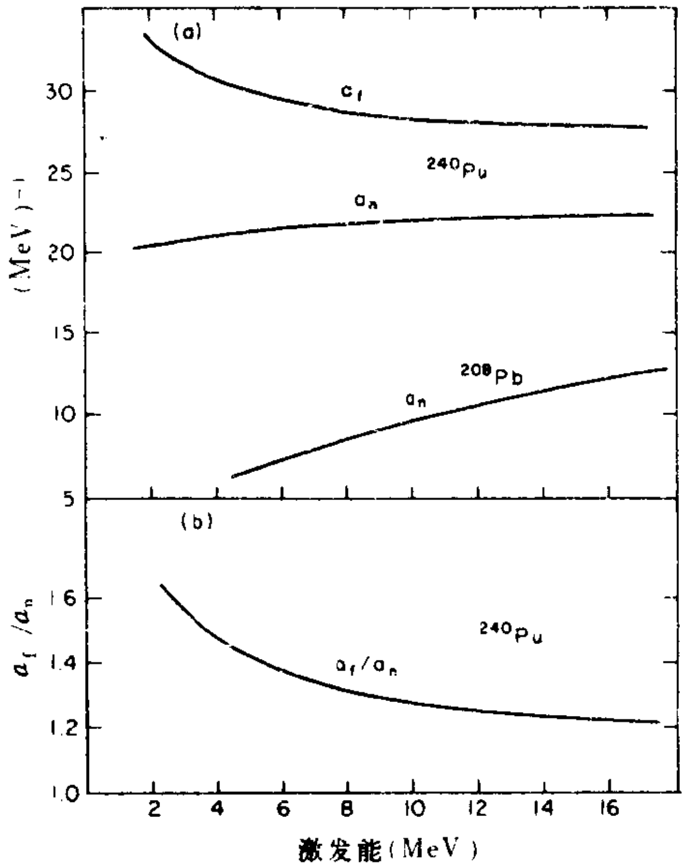
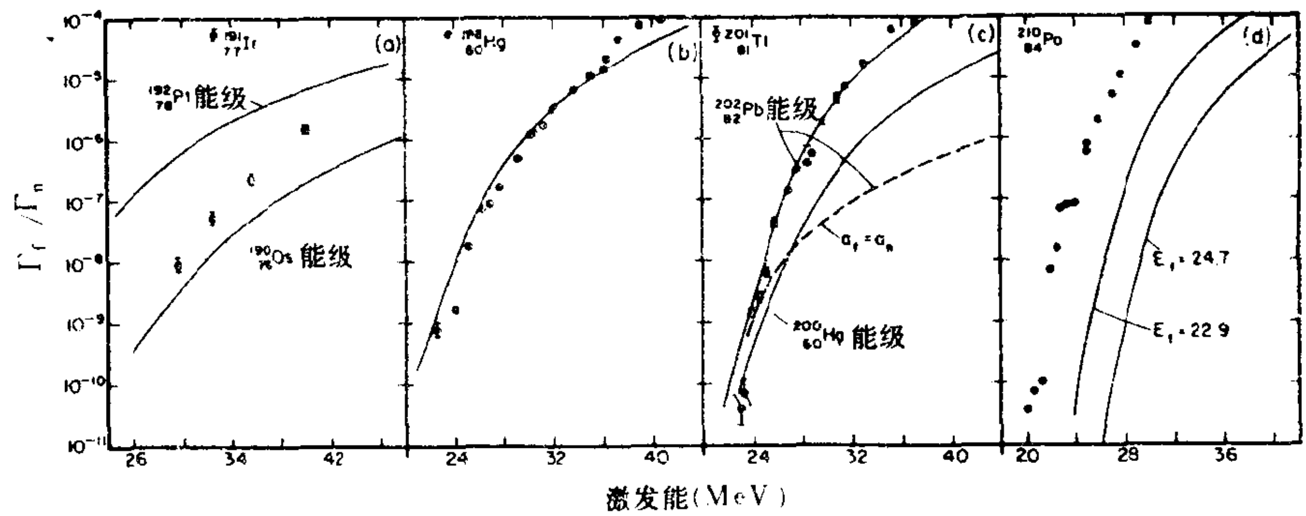


图 Ⅶ-12 (a)能级密度参数a_f和a_n与激发能的关系(激发能的量度分别是超过裂变势垒和中子结合能的能量)。对于^{240}Pu，中子发射时的基态形变是$\varepsilon=0.22$，鞍点形变是$\varepsilon=0.44$，也显示了双幻数核^{208}Pb($\varepsilon=0$)的a_n上强烈的壳效应。(b)^{240}Pu a_f/a_n比值。[引自Bishop等(1972)。]

裂变元素的某些结果。对于铀区元素，也完成了类似的计算，结果与实验符合得很好(Bishop等，1972)。



图Ⅶ-13 Γ_f/Γ_n 理论值与实验值的比较。曲线是根据理论结果得到的，并没有试图调整参数去拟合实验数据。图(c)说明了单粒子能级密度随形变而改变的重要性。图上用虚线画出了假如 $a_f=a_n$ 的预期结果。对于 ^{210}Po 的情况，计算曲线与实验曲线有一个位移，这是因为计算时用的理论势垒高度比经验值高出 4 MeV 的缘故。其中 2 MeV 是来自计算基态壳修正时理论与实验的差值，剩下的差别后来(图已制好之后)发现是由于计算中限于反射对称的鞍点形状所致。[引自 Vandenbosch和Mosel(1972)。]

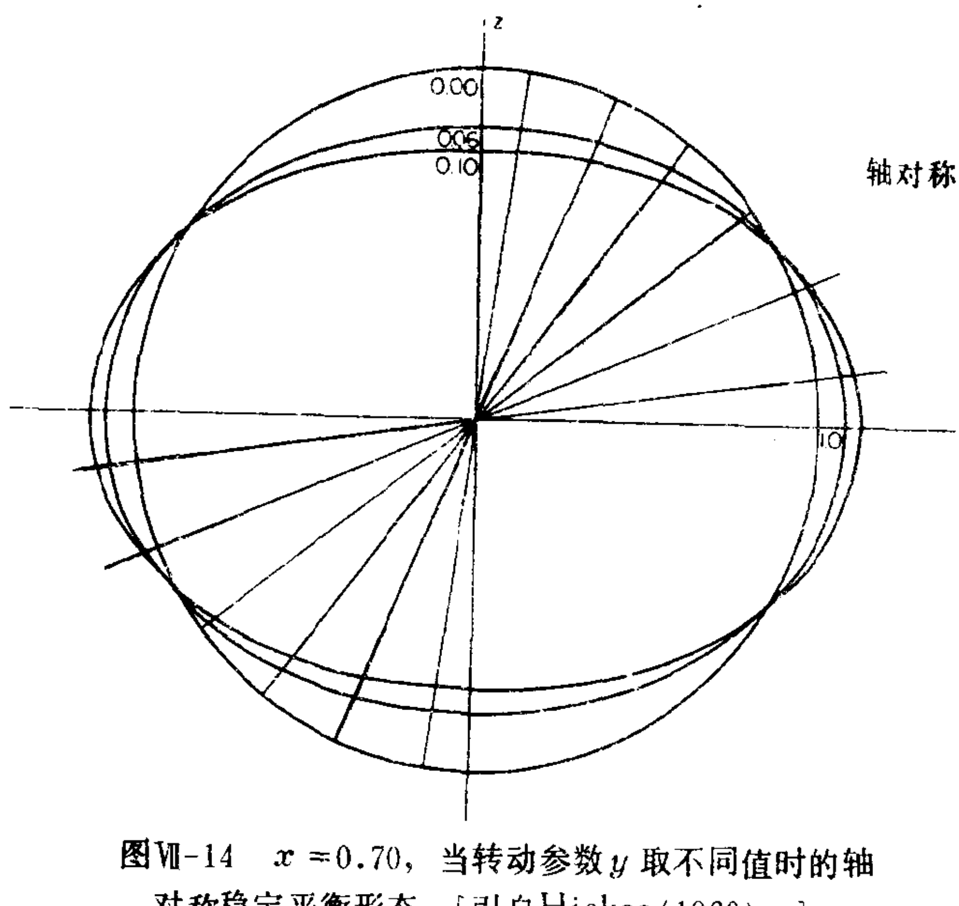
C. 角动量对于 Γ_n/Γ_f 的影响

1. 理论考虑

激发核具有的角动量原则上可通过两种途径影响中子发射和裂变之间的竞争，第一种效应只不过是因为，高度变形鞍点核的转动惯量(垂直于对称轴)要比稳定平衡的球形或近球形核的转动惯量来得大。这意味着鞍点处束缚在转动上的能量比稳定平衡形状处要小，因而裂变的有效势垒相对于中子发射的有效阈来说，是降低了。其后果是，当体系的角动量增加时，一般地说，裂变在与中子发射相竞争时更有利了。但应指出，角动量值增加时，有效裂变阈和有效中子发射阈两者都是增高的。这些有效阈能是

相对于基态能量而定出的。如果 $E_f \gg B_n$，在激发能稍高于裂变势垒处，角动量效应可能会使 Γ_f/Γ_n 降低。例如当转动能与非转动的裂变势垒之和超过资用的激发能时，就是如此。一般说来，如果裂变阈是相对于转动平衡形状的能量而度量的，则角动量增长时它将下降。

第二种效应是，角动量的存在会改变核的形状，既改变稳定平衡处(相应于中子发射)的核形状，也改变不稳定平衡处(鞍点)的核形状。Pik-Pichak(1958)及Hiskes(1960)曾经探讨过与均匀带电液滴模型的转动相联系的能量改变及形状改变。大小适中的角动量对稳定平衡形状的影响是，使球拉平成扁椭圆旋转体，见图Ⅶ-14。(当角动量非常大时，扁椭圆旋转体的轴对称性将被破坏掉。)对于不稳定平衡的形状，角动量的效应是使鞍点形变能降



图Ⅶ-14 $x=0.70$，当转动参数 y 取不同值时的轴对称稳定平衡形态。[引自Hiskes(1960)。]

$x = E_C^{(o)}/2E_S^{(o)} = 0.70$

$y = E_R^{(o)}/E_S^{(o)} = 0.0, 0.06, 0.10$

低。当鞍点形状有缩进去的颈时，随着转动增加，颈部趋向于填

满。(同样，在角动量非常大的情况下，轴对称性将遭到破坏)。因为变形能和转动能同时变化，形状变化对于Γ_n/Γ_f与角动量依赖关系的影响是难以捉摸的。文献上报道的一些计算不能使我们明确无疑地分清这两个效应。

为了较为定量地探讨角动量效应，我们定义几个适当的量。我们把在有转动存在时的裂变阈记为E_f^r，以便与$J=0$的最低阈E_f区别开。

$$E_f^r=(M_{sad}^r+R_{sad}^r)-(M_{eq}^r+R_{eq}^r) \qquad (\text{Ⅶ}-8)$$

这里M_{sad}^r及M_{eq}^r分别是转动鞍点形状及转动平衡形状的质量(以能量单位表示)，R_{sad}^r及R_{eq}^r是相应的转动能。转动平衡基态能量E_H，相对于转动球的能量来说应等于

$$E_H=(M_{eq}^r+R_{eq}^r)-(M_{sph}+R_{sph}) \qquad (\text{Ⅶ}-9)$$

式中M_{sph}是球形核的质量(以能量单位表示)，R_{sph}是相应的转动能*。

有效裂变阈E_f^{eff}和有效中子结合能B_n^{eff}相对于M_{sph}将为

$$\begin{aligned}E_f^{eff}&=M_{sad}^r+R_{sad}^r-M_{sph}=\\&E_f^r+E_H+R_{sph}\end{aligned} \qquad (\text{Ⅶ}-10)$$

$$\begin{aligned}B_n^{eff}&=M_{eq}^r+R_{eq}^r-M_{sph}+\\&B_n=E_H+R_{sph}+B_n\end{aligned} \qquad (\text{Ⅶ}-11)$$

这里B_n是通常的中子结合能。

如果中子与裂变的竞争用所谓的费米气体能级密度来计算，那么分别将式(Ⅶ-10)及式(Ⅶ-11)给出的有效裂变阈和有效中子结合能代入式(Ⅶ-7)，就可以把角动量考虑进去，球的转动能为$R_{sph}=(\hbar^2/2\mathscr{J})J(J+1)$。$E_f^r$及$E_H$的值在表Ⅶ-9及表Ⅶ-10中给出，都以球的表面能$E_{sph}^s$为单位，考察表Ⅶ-9我们发现，对于每个$x$值，随着转动能$y$的增加，裂变阈$E_f^r$趋向于零。例如：

---

* 在文献中可看到量E_{pp}，它的定义为$(M_{sad}+R_{sad}^r)-(M_{sph}+R_{sph})$或即以转动球能量为参考值的转动鞍点能量，它等于$E_f^r+E_H$。

表 Ⅷ-9

转动核的裂变势垒 E_f^r 与可裂变性参数 x 及转动能参数 y 的关系[a]

y \ x	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25
0.0	0.280	0.243	0.221	0.2080	0.1950	0.1800
0.1	0.211	0.186	0.170	0.1506	0.1360	0.1200
0.2	0.152	0.131	0.1155	0.0960	0.0795	0.0625
0.3	0.0972	0.0795	0.0650	0.0506	0.0375	0.0253
0.4	0.0577	0.0455	0.0341	0.0235	0.014	0.0065
0.5	0.0332	0.0235	0.0153	0.0081	0.001	0
0.6	0.0162	0.009	0.0032	0	0	0
0.7	0.0071	0	0	0	0	0

y \ x	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
0.0	0.1800	0.1695	0.1515	0.1330	0.1155	0.0949
0.05	0.1495	0.1363	0.1165	0.0990	0.0815	0.0594
0.1	0.1200	0.1032	0.0864	0.0678	0.0469	0.0280
0.15	0.0900	0.0725	0.0556	0.0370	0.0190	0.0057
0.2	0.0625	0.0450	0.0304	0.0160	0.0050	0
0.25	0.0406	0.0264	0.0151	0.0052	0	0
0.3	0.0253	0.0144	0.0027	0	0	0
0.35	0.0141	0.0060	0	0	0	0
0.4	0.0065	0.0008	0	0	0	0
0.45	0.0020	0	0	0	0	0
0.5	0	0	0	0	0	0

y \ x	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
0.0	0.0949	0.0755	0.0564	0.0382	0.0223	0.0121	0.00588	0.00242	0.00069	0.0001
0.01	0.0873	0.0684	0.0490	0.0306	0.0162	0.00740	0.00267	0.00055	0	0
0.02	0.0801	0.0610	0.0418	0.0235	0.0108	0.00373	0.00071	0		
0.03	0.0730	0.0540	0.0350	0.0178	0.0062	0.00125	0			
0.04	0.0661	0.0470	0.0284	0.0120	0.0025	0				
0.05	0.0594	0.0404	0.0220	0.0065	0					
0.06	0.0528	0.0340	0.0159	0.0020	0					
0.07	0.0465	0.0277	0.0100	0						
0.08	0.0401	0.0217	0.0044	0						
0.09	0.0339	0.0158	0.00024	0						
0.10	0.0280	0.0106	0							
0.11	0.0219	0.0064	0							
0.12	0.0164	0.0025	0							
0.13	0.0122	0								
0.14	0.0085	0								
0.15	0.0057	0								
0.16	0.0035	0								
0.17	0.0016	0								

a．E_f^r 值以球的表面能 $E_{s,ph}^{(0)}$ 为单位给出，y 的单位是球的转动能 $R_{s,ph}$ 与其表面能 $E_{s,ph}^{(0)}$ 之比。[Plasil 和Swiatecki(1972)。]

表 Ⅶ-10

E_H与 x 及 y 的关系[a]（E_H是稳定平衡转动形状的能量，以转动球能量为基准）

y \ x	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25
0	0	0	0	0	0	0
0.1	−0.0057	−0.0058	−0.0060	−0.0061	−0.0062	−0.0063
0.2	−0.0193	−0.0203	−0.0211	−0.0220	−0.0230	−0.0245
0.3	−0.0402	−0.0427	−0.0456	−0.0497	−0.0540	−0.0616
0.4	−0.0755	−0.0812	−0.0899	−0.0988	−0.1090	−0.1200
0.5	−0.1273	−0.1356	−0.1470	−0.1592	−0.1745	−0.1897
0.6	−0.1755	−0.1986	−0.2128	−0.2296	−0.2510	
0.7	−0.255	−0.271	−0.291			
0.8	−0.354					

y \ x	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
0	0	0	0	0	0	0
0.05	−0.0018	−0.0019	−0.0021	−0.0024	−0.0025	−0.0030
0.1	−0.0063	−0.0070	−0.0076	−0.0083	−0.0091	−0.0095
0.15	−0.0150	−0.0158	−0.0166	−0.0192	−0.0217	−0.0250
0.2	−0.0245	−0.0254	−0.0290	−0.0351	−0.0478	−0.0613
0.25	−0.0387	−0.0438	−0.0532	−0.0622	−0.0845	
0.3	−0.0516	−0.0717	−0.0821	−0.0972		
0.35	−0.0793	−0.1014	−0.1138			
0.4	−0.1200	−0.1340	−0.1503			
0.45	−0.1528	−0.1710	−0.1907			
0.5	−0.1897	−0.2133				

y \ x	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.01	−0.00012	−0.00014	−0.00016	−0.00013	−0.00020	−0.00024	−0.00029	−0.00036	−0.00065	−0.00089
0.02	−0.00047	−0.00050	−0.00058	−0.00065	−0.00074	−0.00085	−0.00101	−0.00124		
0.03	−0.00100	−0.00105	−0.00124	−0.00138	−0.00156	−0.00179	−0.00275			
0.04	−0.00176	−0.00190	−0.00211	−0.00235	−0.00263	−0.00298				
0.05	−0.00300	−0.00308	−0.00318	−0.00352	−0.00392					
0.06	−0.00374	−0.00410	−0.00444	−0.00488						
0.07	−0.00530	−0.0055	−0.00585	−0.00640						
0.08	−0.00632	−0.0070	−0.00742							
0.09	−0.00790	−0.0085	−0.01022							
0.10	−0.00944	−0.0102	−0.01420							
0.11	−0.0112	−0.0133								
0.12	−0.0130	−0.0178								
0.13	−0.0165	−0.0254								
0.14	−0.0203									
0.15	−0.0250									
0.16	−0.0304									
0.17	−0.0363									
0.18	−0.0423									

a. E_H的值以球的表面能$E^{S}_{(0)}$为单位给出。y 的单位是球的转动能$R_{(0)}$对球的表面能$E^{S}_{(0)}$之比。[Plasil 和Swiatecki (1972)。]

对于 $x=0.65$ 的情形，在 $y=0.07$（大致相应于 $J=90$）时，E_f^r 即等于零。

如用恒温模型，Γ_n/Γ_f 将由等式（Ⅶ-5）给出。当存在转动能时，在这个模型里感兴趣的量是 $E_f^{eff}-B_n^{eff}$。从（Ⅶ-10）及（Ⅶ-11）式可知，它简单地就等于 $E_f^r-B_n$。对于 $x=0.65$ 的情形（即一个在Bi区的核，在这个区域液滴模型是相当成功的），$y=0.03$ 时，裂变势垒要减低到原来高度的一半以下。这大约相当于，裂变势垒从24.0MeV（对于 $J=0$）减小到11.2MeV（对于 $J=60$）。定性地说，当 y 值使得 E_f^r 接近等于 B_n 时，裂变就将是重要的衰变道。y 值大的角动量态将主要通过裂变而衰变，它们对散裂截面的贡献，即使有也是极小的。

如果我们假定：$M_{sad}^r+R_{sad}^r=M_{sad}+R_{sad}$，则式（Ⅶ-10）可改写成

$$E_f^{eff}=M_{sad}+R_{sad}-M_{sph}=E_f+R_{sad} \qquad (Ⅶ\text{-}12)$$

这里 M_{sad} 及 R_{sad} 分别为角动量等于零时鞍点形状的质量（以能量单位表示）及转动能，E_f 是角动量为零的裂变阈。另外，如果再假定 $M_{eq}^r+R_{eq}^r=M_{sph}+R_{sph}$，则（Ⅶ-11）简化为

$$B_n^{eff}=B_n+R_{sph} \qquad (Ⅶ\text{-}13)$$

式中 $R_{sad}=\hbar^2J^2/2\mathscr{I}$，$R_{sph}=\hbar^2J^2/2\mathscr{I}_{sph}$。Huizenga和Vandenbosch（1962）提出，把裂变中角动量效应作这种简单处理，是为了得到有效裂变阈和有效中子结合能的一级近似。Sikkeland（1964）曾将此种近似用于 Γ_n/Γ_f 恒温形式，其中

$$E_f^{eff}-B_n^{eff}=E_f-B_n+R_{sad}-R_{sph} \qquad (Ⅶ\text{-}14)$$

在这个近似中，转动的效应简单地表现为无角动量时鞍点转动能与球形转动能之差，这个近似可与更仔细的理论进行数值比较。在某些 x 值区域，这个近似相当精确（见图Ⅶ-15的说明）。角动量对 Γ_f/Γ_n 的影响见图Ⅶ-15，图上对 $J=0$ 及 $J=50$ 时所算得的 Γ_f/Γ_n 与激发能的关系进行了比较。

以上讨论角动量对裂变势垒的影响时，我们假定了鞍点形态是围绕与核对称轴垂直的轴而旋转的，这是能量上最有利的情形。

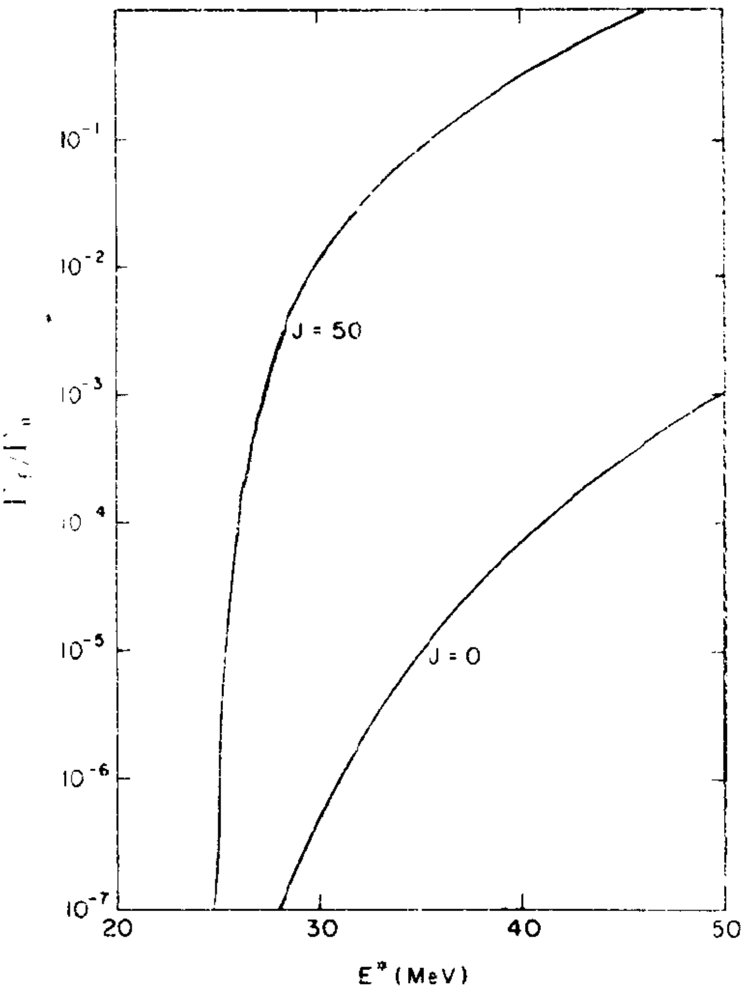


图 Ⅶ 15　$J=0$ 及 $J=50$ 两种情况下计算所得 Γ_f/Γ_n 与激发能关系的比较。可裂变性参数取为 $x=0.66$，相应的液滴模型裂变势垒 $E_f=21\,\mathrm{MeV}$，鞍点转动惯量与球的转动惯量之比 $\mathscr{I}/\mathscr{I}_{sph}$ 为3.75。本例的其他参数为：$B_n=8\,\mathrm{MeV}$、$a_f=25\,\mathrm{MeV}^{-1}$、$a_n=20\,\mathrm{MeV}^{-1}$。用近似式(Ⅶ-14)算出的 $E_f^{eff}-B_n^{eff}$ 值大约比更精确的理论算出的值小1 MeV。

但从裂变碎片角分布可知，碎片有时(尽管几率较少)出现在平行于核对称轴的方向上。一般说来，鞍点转动能由下式给出，

$$R_{sad}=\hbar J^2/2\mathscr{I}_{\perp}+\hbar^2K^2/2\mathscr{I}_{eff}$$

其中 $1/\mathscr{I}_{eff}=(1/\mathscr{I}\ )-(1/\mathscr{I}\ )$，而 $\mathscr{I}_{\perp}$ 和 $\mathscr{I}_{\parallel}$ 分别是围绕垂直及平行于核对称轴的轴旋转的转动惯量。K 是 J 在核对称轴上的投影。从统计考虑可知，K 的均方值等于

$$K_0^2=\mathscr{I}_{eff}T/\hbar^2$$

这里 T 是核温度。

当 J 很大时，平均转动能将变成 $R_{sad}=\hbar^2J^2/2\mathscr{I}_{\perp}+T/2\cong$

$\hbar^2 \mathscr{J}^2/2\mathscr{J}_{\perp}$。

这样，围绕平行于对称轴的轴而旋转的能量所占份额仅仅是 $T/2$，它通常比资用激发能小得多。

2. 与实验作比较

观察角动量对 Γ_f/Γ_n 影响的最直接方法是,在相同激发能处，对具有不同角动量的同一复合核进行裂变竞争的研究。这可以用适当选择入射粒子与靶核来实现。Sikkeland (1964)以三种不同的方式形成了 ^{181}Re复合核，並导出了 Γ_f/Γ_n 随激发能的变化关系。带入的角动量随入射粒子质量而增加。也观察到了，随着入射粒子质量的增加，裂变的竞争确实更有利，见图Ⅶ-16。Sikk-

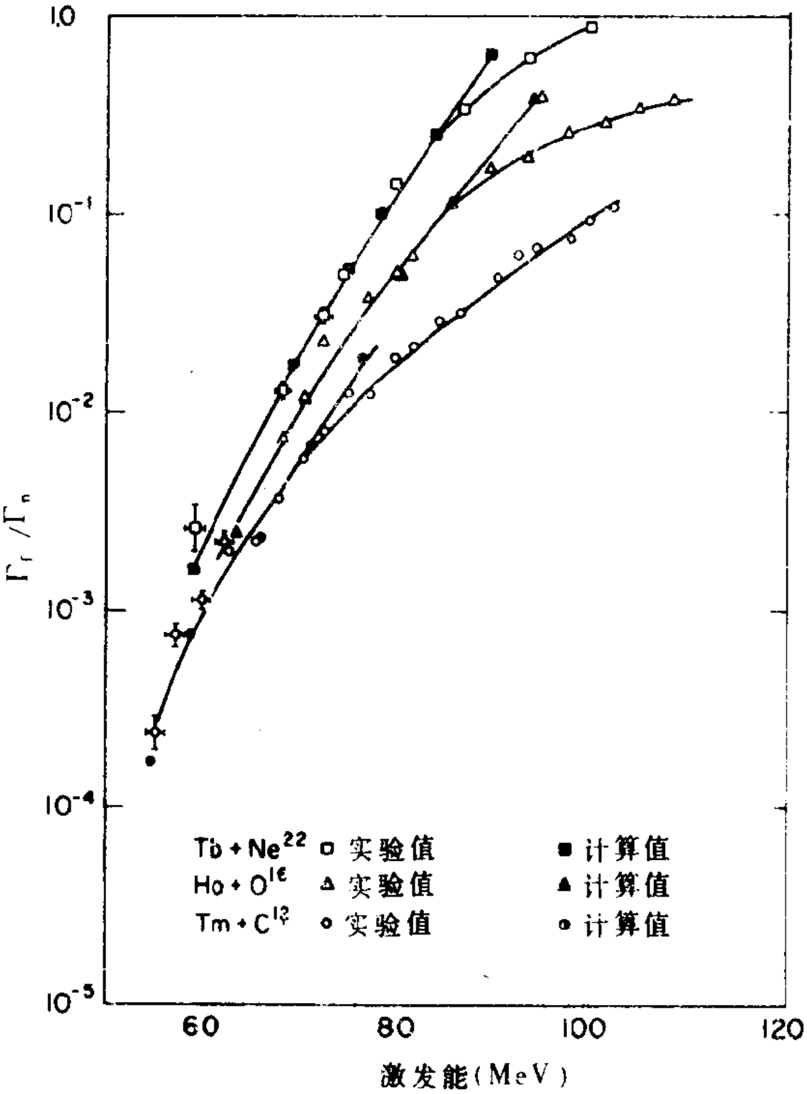


图 Ⅶ-16　三种核反应形成复合核^{181}Re时，Γ_f/Γ_n 随激发能的变化关系。计算时假定只有一次机会裂变，因此，当 Γ_f/Γ_n 不再比 1 小很多时，预计到计算值将偏离真实情况。[引自Sikkeland(1964)。]

eland 作理论拟合时用了$\mathscr{I}_{sph}/\mathscr{I}_{sad}=0.5$，这个值比液滴模型的预期值略大。几种核反应带入的角动量值也多少有点不确定。

3. 直接裂变

从复合核理论可以预期，粒子引起重核裂变时，碎片角分布对于与束成90°的平面是对称的。尽管各向异性(由角动量在裂变核对称轴上的投影K决定）可以很大(见第六章)，但复合核寿命足够长，以致核在裂变以前就来得及围绕角动量轴转动好几次，这样的论据使我们可以预期，在质心系中裂变碎片产额对于与束成90°的平面是对称的。

假使入射粒子转移给核的能量足够多，使之超过裂变的临界能量，那么裂变会不通过复合核的中间态而发生。我们可以把这种机制看作直接裂变*。因为这个过程发生在约10^{-21}秒时间之内(即核子穿过核的特征时间)，如果转移给核的角动量足够大，核的直接裂变就可能发生。

因为这种直接裂变过程所需要的时间比转动的周期短得多，所以重(或轻)碎片就有可能在向前方向优先发出。有几个实验，根据观察到的前后不对称性的大小定出了上限。在把实验室坐标系的裂变碎片角分布实验值转换到质心系之后，算得的对称及不对称碎片群在与束流方向平行及反平行方向的强度是相等的，这些实验是：22 MeV 质子(±2%)、43 MeV 氦离子(±5%) 以及 14 MeV 中子(±5%)作入射粒子，靶核是重元素($Z\geqslant 90$)。从实验的观点看，我们应该用重离子轰击低裂变阈的靶核来寻找直接裂变，因为预期这种体系直接裂变的可能性比上述实验大得多。对于可裂变性参数x不同的各种核，使裂变阈减到零所需的转动能已在表 Ⅶ-9 列出。

* 直接裂变与第五章D节所述的过程不一样，那里是直接相互作用之后接着裂变，在那种过程中裂变还是经过通常的复合核机制而发生的。

参 考 文 献

Auchampaugh, G. F., Farrell, J. A., and Bergen, D. W. (1971). *Nucl. Phys. A* **171**, 31.

Babenko, Yu. A., Ippolitov, V. T., Nemilov, Yu. A., Selitskii, Yu. A., and Funshtein, V. B. (1969). *Sov. J. Nucl. Phys.* **10**, 133.

Bishop, C. J., Halpern, I., Shaw, R. W., Jr., and Vandenbosch, R. (1972). *Nucl. Phys. A* **198**, 161.

Blatt, J. M., and Weisskopf, V. F. (1952). "Theoretical Nuclear Physics," pp. 386–390. Wiley, New York.

BNL 325 (1965) 2nd ed. Suppl. 2.

Bohr, N., and Wheeler, J. A. (1939). *Phys. Rev.* **56**, 426.

Bowman, C. D., Auchampaugh, G. F., and Fultz, S. C. (1964). *Phys. Rev.* **133**, B 676.

Burnett, D. S., Gatti, R. C., Plasil, F., Price, P. B., Swiatecki, W. J., and Thompson, S. G. (1964). *Phys. Rev.* **134**, B 952.

Cheifetz, E., Fraenkel, Z., Galin, J., Lefort, M., Peter, J., and Tarrago, X. (1970). *Phys. Rev. C* **2**, 256.

Cramer, J. D., and Britt, H. C. (1970). *Nucl. Sci. Eng.* **41**, 177.

Davey, W. G. (1968). *Nucl. Sci. Eng.* **32**, 350.

Decowski, P., Grochulski, W., Marcinkowski, A., Siwek, K., and Wilhelmi, Z. (1968). *Nucl. Phys. A* **110**, 129.

Fomushkin, E. F., and Gutnikova, E. K. (1970). *Sov. J. Nucl. Phys.* **10**, 529.

Fomushkin, E. F., Gutnikova, E. K., Maslov, A. N., Novoselov, G. V., and Panin, V. I. (1972). *Sov. J. Nucl. Phys.* **14**, 41.

Halpern, I. (1959). *Annu. Rev. Nucl. Sci.* **9**, 245.

Halpern, I., and Nicholson, W. J. (1960). Annu. Prog. Rep. Univ. of Washington Cyclotron Res.

Hillman, M., and Grover, J. R. (1969). *Phys. Rev.* **185**, 1303.

Hiskes, J. R. (1960). Rep. UCRL-9275. Univ. of California, Berkeley.

Howerton, R. J. (1958). Semi empirical neutron cross sections. UCRL-5351. Univ. of California, Livermore.

Huizenga, J. R. (1958). *Phys. Rev.* **109**, 484.

Huizenga, J. R., and Vandenbosch, R. (1962). *In* "Nuclear Reactions", Vol. II, p. 42. North-Holland Publ., Amsterdam.

Huizenga, J. R., Chaudhry, R., and Vandenbosch, R. (1962). *Phys. Rev.* **126**, 210 (1962).

Hyde, E. K. (1964). "The Nuclear Properties of the Heavy Elements." Vol. III "Fission Phenomena." Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Jackson, J. D. (1956). *Can. J. Phys.* **34**, 767.

Katz, L., Baerg, A. P., Brown, F. (1958). *Proc. U.N. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, 2nd, September 1958*, **15**, p. 188. United Nations, Geneva.

Khodai-Joopari, A. (1966). Thesis Rep. UCRL-16489. Univ. of California, Berkeley.

Lessler, R. M. (1958). Thesis, Rep. UCRL-8439. Univ. of California, Berkeley.

Lindner, M., and Turkevich, A. (1960). *Phys. Rev.* **119**, 1632.

Moore, M. S., and Keyworth, G. A. (1971). *Phys. Rev.* C **3**, 1656.

Moore, M. S., McNally, J. H., and Baybarz, R. D. (1971). *Phys. Rev. C* **4**, 273.

Moretto, L. G., and Stella, R. (1970a). *Phys. Lett. B* **32**, 558.

Moretto, L. G., Stella, R., and Crespi, V. C. (1970b). *Energ. Nucl.* **17**, 436.

Myers, W. D., and Swiatecki, W. J. (1967). *Ark. Fys.* **36**, 343.

Nat. Bur. Stand. (*U.S.*) (1968). *Spec. Publ.* No. 299, **1**, 567.

Pik-Pichak, G. A. (1958). *Sov. Phys. JETP* 7, 238.

Plasil, F. (1963). Rep. UCRL-11193. Univ. of California, Berkeley.

Plasil, F., and Swiatecki, W. J. (1972). Private communication of unpublished results.

Raisbeck, G. M., and Cobble, J. W. (1967). *Phys. Rev.* **153**, 1270.

Ramamurthy, V. S., Kapoor, S. S., and Kataria, S. K. (1970). *Phys. Rev. Lett.* **25**, 386.
Ramler, W. J., Wing, J., Henderson, D. J., and Huizenga, J. R. (1959). *Phys. Rev.* **114**, 154.
Sikkeland, T. (1964). *Phys. Rev.* **135**, B 669.
Sikkeland, T., Clarkson, J. E., Steiger-Shafrir, N. H., and Viola, V. E. (1971). *Phys. Rev. C* **3**, 329.
Sov. J. At. Energy (1961). **8**, 125.
Vandenbosch, R., and Huizenga, J. R. (1958). *Proc. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, 2nd*, **15**, p. 284. United Nations, Geneva.
Vandenbosch, R., and Mosel, U. (1972). *Phys. Rev. Lett.* **28**, 1726.
Vandenbosch, R., *et al.* (1958). *Phys. Rev.* **111**, 1358.
Vorotnikov, P. E., Dubrovina, S. M., Otroschenko, G. A., Chistyakov, L. V., Shigin, V. A., and Shubko, V. M. (1970). *Sov. J. Nucl. Phys.* **10**, 419.
Williams, F. C., Jr., Chan, G., and Huizenga, J. R. (1972). *Nucl. Phys. A* **187**, 225.
Wing, J., Ramler, W. J., Harkness, A. L., and Huizenga, J. R. (1959). *Phys. Rev.* **114**, 163

第八章　裂变势垒高度

A．裂变势垒高度的实验值

在这一章里，我们收集了从一些不同的实验数据导出的裂变势垒高度。我们扼要地讨论从中能够导出势垒高度的数据种类以及包含的不确定度。我们也指明有关的章节，其中对于所涉及的过程给出较完整的说明。只要有可能，裂变势垒高度将用穿透率为0.5处的能量来标志。对于抛物线势垒，这就等于势垒高度。表Ⅷ-1是势垒高度实验值的汇总。

B．从核反应定出裂变势垒高度的方法

1．从Γ_n/Γ_f与激发能的关系导出势垒高度

表 Ⅷ-1

裂变势垒高度一览[a]

核素	势垒高度 (MeV)	参考文献	核素	势垒高度 (MeV)
^{173}Lu	28.7±3	Raisbeck 和 Cobble (1967)	^{234}U	6.0
^{191}Ta	27±3	Raisbeck 和 Cobble (1967)	^{235}U	5.8
^{186}Os	23.4±0.5	Moretto 等 (1972)	^{236}U	5.9
^{187}Os	22.7±0.5	Moretto 等 (1972)	^{237}U	6.1
^{188}Os	24.2±0.5	Moretto 等 (1972)	^{238}U	5.8
^{189}Ir	22±3	Raisbeck and Cobble (1967)	^{239}U	6.2
^{191}Ir	23±3	Raisbeck and Cobble (1967)	^{240}U	5.7
^{198}Hg	21.8±0.7	Khodai-Joopari (1966)	^{237}Np	5.6±0.3
^{201}Tl	22.3±0.5	Khodai-Joopari (1966), Burnett 等 (1964)	^{238}Np	6.0
^{207}Bi	21.2±0.5	Khodai-Joopari (1966)	^{239}Pu	5.8
^{209}Bi	22.6±0.5	Khodai-Joopari (1966)	^{240}Pu	5.9
^{210}Po	20.4±0.5	Khodai-Joopari (1966)	^{241}Pu	5.9
^{211}Po	19.7±0.5	Moretto 等 (1972)	^{242}Pu	5.8±0.3
^{212}Po	18.6±0.5	Khodai-Joopari (1966)	^{243}Pu	5.8
^{213}At	16.8±0.5	Khodai-Joopari (1966)	^{244}Pu	5.4±0.3
			^{245}Pu	5.4

续表

核素	势垒高度 (MeV)	参考文献	核素	势垒高度 (MeV)
			^{241}Am	5.9±0.3
^{226}Ra	8.5±0.5	Zhagrov 等 (1968)	^{242}Am	6.4
^{227}Ra	8.5±0.5		^{244}Am	6.3
^{231}Th	6.2		^{245}Cm	6.2
^{232}Th	6.0		^{247}Cm	5.9
^{233}Th	6.4		^{249}Cm	5.5
^{234}Th	6.1		^{249}Bk	5.9
^{232}Pa	6.3			
^{233}U	5.7±0.3		^{253}Cf	5.3±0.3

a. 原则上是最低过渡态穿透率等于0.5处的能量。实际上，对于重元素，它们常是裂变截面达到其坪值一半处的能量。对于呈现双垒的核，表上列的是较高的垒。没有指出参考文献的势垒高度值，是本书作者根据已掌握数据作出的评价值。在没有指明误差之处，认为误差约为±0.2 MeV.

对于较轻的元素，裂变势垒典型地要比中子结合能高出几倍。估算裂变势垒的唯一途径是通过对Γ_n/Γ_f的绝对值及其随能量的变化关系进行理论拟合。由于裂变截面低，当激发能向势垒值下降时，最后几个MeV能区常常没有实验数据。这样，我们遇到的是，从最后一个数据点到猜想的势垒高度有几个MeV的地方要用理论指导外推。另一个复杂之点是，特别对于那些紧靠$Z=82$、$N=126$闭壳层的核素，能级密度上有很大的壳效应，它支配着中子竞争。典型的不确定度为1MeV。第七章 B.2节叙述过有关的理论及某些实例。

2. 从(n,f)、(t,pf)、(t,df)及(d,pf)激发函数导出势垒高度

对于重核，势垒高度与中子结合能相当接近，裂变激发函数呈现出一个很特征的阈，曲线在那里上升，随后是一个相当平的坪区(见图 Ⅶ-1)。最精确的势垒高度值可从道分析得出，它（道分析）定量地考虑了γ射线及中子与裂变的竞争(见第五章)。对于奇A核，如果这些过渡态的自旋不相同的话，有时有可能定出势垒处单个过渡态的能量。在未作道分析的情形，截面上升到坪值一半处的能量可取作势垒高度的合理估计值。必须记住，对于

奇A或奇奇核，所用的特定核反应也许没有探索到最低可能的势垒，因为恰好具有最低势垒高度的那种自旋态在该反应中可能没有被占据。一种自旋态的势垒会比另一种自旋态的来得低，这是由于在讲到自发裂变时提及的“特增能量”引起的（见第三章C节）。这种效应的某些例子见图Ⅷ-1，图上把(n, f)反应得出的裂变几

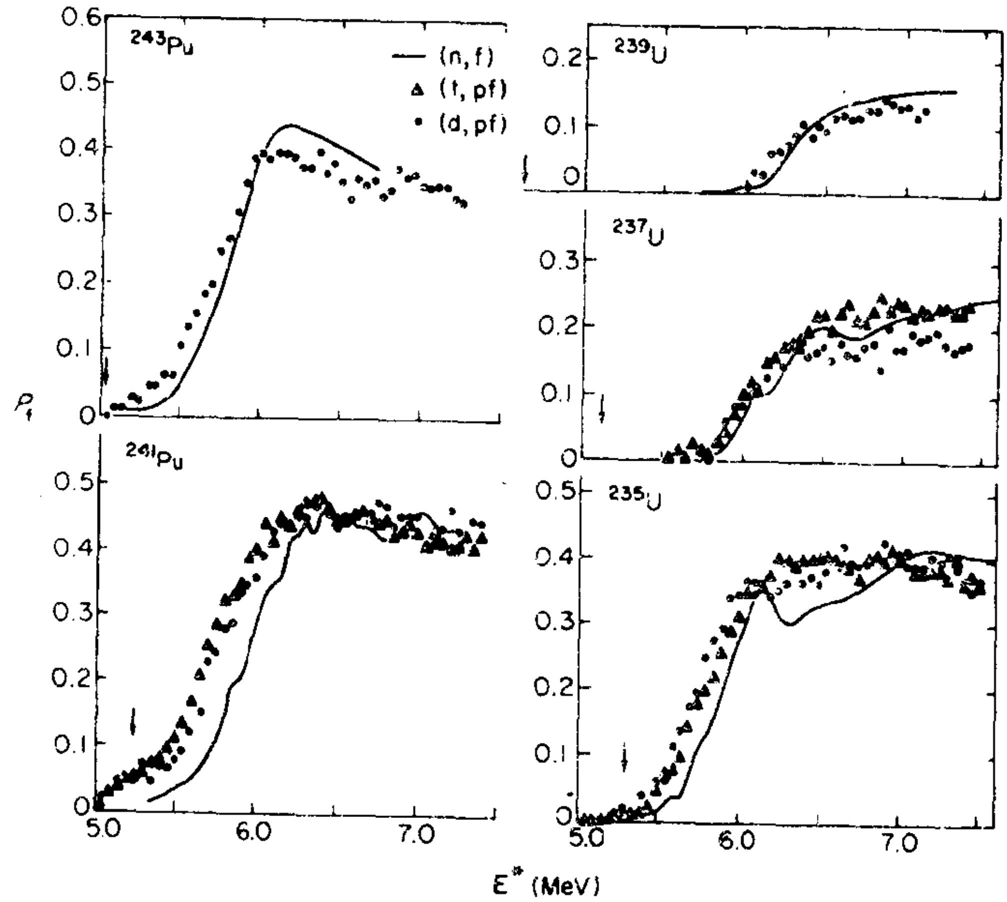


图 Ⅷ-1 三种不同核反应裂变几率的比较。箭头指示出最后一个中子的结合能。裂变几率P_f得自裂变截面与反应截面之比（中子反应），以及比值σ(t, pf)/σ(t, p)或σ(d, pf)/σ(d, p)。在后面的情况，对于氘核崩裂作了修正。[引自Britt和Cramer (1970)。]

率（P_f）激发函数与从（d, pf）及（t, pf）反应得出的P_f激发函数作了比较。某些靶核(d, pf)及(t, pf)反应的阈值比(n, f)反应阈值低几百 keV。这可归因于下列事实：在中子反应里，阈区平均角动量转移约为1.5$\hbar$（中子能量约 ¾ MeV），而在(d, pf)及(t, pf)反应里是 3 — 4$\hbar$。因而，在后面两种反应中，较多种类的自旋态可以作出贡献。当阈处于较高中子能量时（如^{239}U的情

形），（n, f）反应的平均角动量转移变得与其它反应的更加接近，这样（n, f）反应中最低势垒自旋态不被占据的可能性就变小了。

3．从光致裂变激发函数导出势垒高度

存在着几种因素，使得从光致裂变数据抽取势垒高度的问题变得复杂化。首先，我们不很知道光子吸收截面随能量的变化关系。其次，由于光子吸收过程的本性，只有具有限定角动量和宇称值的量子态才能被激发。最后，大多数实验是用轫致辐射做的，在求激发函数时必须对有重叠的产额曲线进行分解（见第五章B节）。

4．呈现双垒核的势垒高度

锕区核呈双垒结构，把内垒和外垒两者都表征出来是很有意义的。想明确无疑地并且不依赖于模型而做到这一点，往往是困难的。除开共振穿透产生的结构以外，裂变几率的激发函数对于两垒中较高一个的高度最灵敏。在给定激发能处存在共振结构，要求两垒的高度与那一激发能相近或比它高。但必须小心注意，某一特定自旋态的共振，可能在高于另一种自旋态最低垒的激发能处被观察到。在表征特定共振的K值方面，各向异性测量是有用的。

考虑自发裂变同质异能素的产额和半衰期（在第三章D节中讨论过），可以得到进一步的资料。对于内垒明显高于外垒，而且同质异能素的γ衰变可以忽略的那些核素，这种分析的含糊之处较少。Britt等（1973）分析了同质异能素产额数据并定出了外垒高度（见表Ⅷ-2的最后一列）。内垒取自其它的研究，首先是取自直接反应裂变几率激发函数。假定的内垒值也在表上给出。

表 Ⅷ-2

呈双垒结构核的裂变势垒高度[a]

核　素	内垒高度（MeV）	外垒高度（MeV）
^{239}Pu	6.27	5.2
^{240}Pu	6.0	5.4
^{238}Am	6.4	5.4
^{239}Am	5.8	4.6
^{240}Am	6.45	5.5

续表

核　素	内垒高度(MeV)	外垒高度(MeV)
^{241}Am	5.7	4.5
^{242}Am	6.4	5.0
^{243}Am	5.8	4.9
^{244}Am	6.2	4.8
^{243}Cm	5.8	4.0
^{244}Cm	6.3	4.4

a．只列出两垒都能定出的核。这些势垒值的根据是Britt等(1973)对裂变同质异能素数据的分析。我们估计，势垒高度的不确定度约为0.3MeV。某些情况下，本表所列较高势垒的高度与表Ⅷ-1所给不一致，这是由于对掌握的数据评价不同所致。

参　考　文　献

Britt, H. C., Bolsterli, M., Nix, J. R., and Norton, J. L. (1973). *Phys. Rev. C* 7, 801.

Britt, H. C., and Cramer, J. D. (1970). *Phys. Rev. C* **2**, 1758 (1970).

Burnett, D. S., Gatti, R. C., Plasil, F., Price, P. B., Swiatecki, W. J., and Thompson, S. G. (1964). *Phys. Rev.* **134**, B 952.

Khodai-Joopari, A. (1966). Rep. UCRL-16489. Univ. of California Radiation Lab. Berkeley (unpublished).

Moretto, L. G., Thompson, S. G., Routi, J., and Gatti, R. C. (1972). *Phys. Lett. B* **38**, 471.

Raisbeck, G. M., and Cobble, J. W. (1967). *Phys. Rev.* **153**, 1270.

Zhagrov, E. A., Nemilov, Yu. A., and Selitskii, Yu. A. (1968). *Sov. J. Nucl. Phys.* **7**, 183.

第九章　鞍点到断裂点的运动：质量与能量分布理论

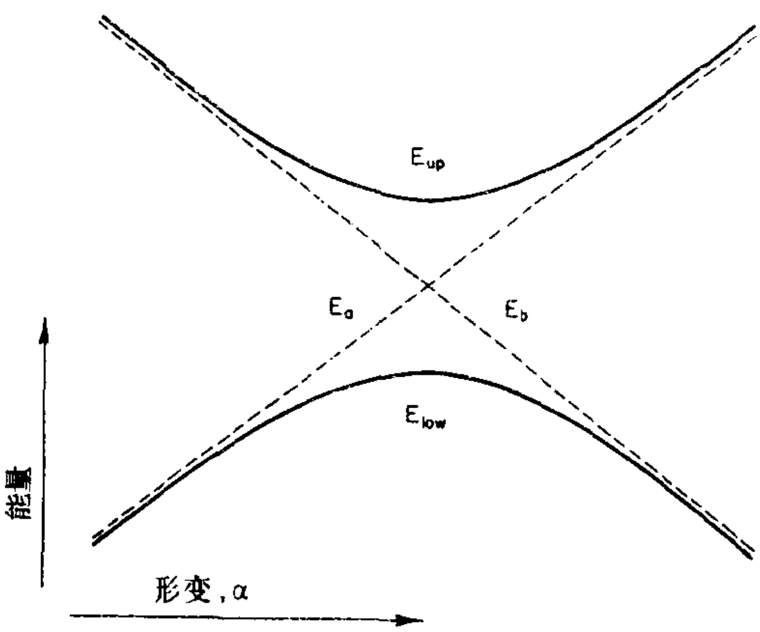
A. 引　言

在裂变现象上最早观察到的事实之一是，重元素在低激发能条件下显著地优先分裂成两个质量不相等的碎片。不对称质量分布已成为裂变过程中最难解决的问题之一。尽管对于这一效应的起因提出过许多设想，但是，这些理论模型要不就是还没有探索得足够完整，要不就是还不能摆脱一些拟合参数使之能被普遍接受。

大多数关于裂变质量及能量分布的理论模型可以分为两类。一类假定从鞍点到断裂点的运动对于粒子自由度是绝热的，另一类认为是非绝热的。如果朝向断裂点的集体运动足够慢，或者，它与内部自由度的耦合足够弱，以致在变形进行过程中，单粒子自由度可以很容易地不断随形变而重新调整，那么绝热近似可能是成立的。在这种情况下，从鞍点到断裂点减少的那部分势能，在断裂点出现于集体自由度，首先是变为初生碎片相对运动的动能。但是，如果运动稍快或耦合稍强，那就将会有集体能量到核子激发的转移，这类似于粘滞生热。如果在到达断裂点时，在单粒子自由度中间已有足够的非绝热能量混合，那么统计模型可能是一个合理的近似。集体能量转移到内部自由度的可能性可以想作是一种核的粘滞度。

集体运动的快慢之间的区别，可用一能级交叉图来说明。考虑两条单粒子能级，在随形变而变化时，要不是有某种剩余相互作用的话，就可能会相交，如图 Ⅸ-1。起初，在图的左边小形变区，下面的能级是充填的，上面的空着。如果形变进行得足够慢

而且耦合足够弱，那么在整个形变过程中较低的能级将一直是充填的。但是，如果形变进行得非常快，将会发生跳跃，在形变达到图右方的值时，上面的能级将是充填的，下面的却空着。



图Ⅸ-1　能级随形变的变化，在能级交叉区域，由于非对角剩余相互作用，能级会分开。[引自Hill和 Wheeler(1955)。]

这里需要提请注意，在有关以上两种近似的时间尺度及其可能有的反馈效应上，存在着表面上的矛盾。绝热近似基于运动足够慢或耦合足够弱，以致当能级交叉时可以重新调整而没有核子激发。按照这种近似进行运动的后果是，从鞍点到断裂点减少的势能，大部分将成为在裂变方向上的动能；因而，当裂变进行时运动将变得更快些。与此类似，假如运动快得足以引起粒子激发，在裂变进行时可以变为裂变模运动上的动能的能量就较少。这样就存在一种反馈机制，在从鞍点到断裂点的运动过程中，这种反馈机制的作用是阻碍任一种近似变得越来越有理。

难以作出足够可靠的理论估计，来明确地指示出绝热近似究竟是否正确。Wilets(1964)从能级交叉模型的观点考察了这个问题，其结论是，尽管过程不大像是绝热的，但也不清楚，非绝热的混合是否强到足以保证统计模型能够成立的程度。Wilets强调，

与对效应相联系的那种大的能隙，可能会使偶偶核低激发能裂变最接近于绝热的。碎片质量分布对于核的奇偶类型不敏感，以及当激发能升高时质量分布是平滑变化的，这些事实暗示，能隙不起主要作用。Fong(1964)试图用时间相依的微扰理论来证明，绝热近似成立所需的条件不可能满足。绝热性的条件是，在核子激发得以发生的时间间隔里，势能的变化量要比粒子激发所涉及的能量变化小得多。这可以表示为$(\tau/\varDelta E)(dV/dt)\ll 1$，式中$\varDelta E$是基态处的能量间距。令$\tau=h/\varDelta E$，则$[h/(\varDelta E)^2](dV/dt)\ll 1$。Fong在对$dV/dt$作数值估算时，把微扰势简单地假设为断裂点处的库仑势。我们已经确认（见第二章），断裂之前，在势能的表面能与库仑能两部分之间，已经有了很大的抵消。因此，Fong估算出的为保证绝热所必需的能量间距值$\varDelta E\gg 8.4$MeV，只是在颈已裂开之后才成立，在裂变过程中这个时刻是太晚了，不能因以判定在计算质量和能量分布时统计模型的适用性。另一方面，把较为合理的dV/dt值代入上式，也不导致明确地满足绝热条件。实际上，从鞍点到断裂点的下降过程无疑是复杂的，某些自由度接近绝热，其余的自由度则有显著的非绝热混合。

在结束涉及鞍点与断裂点之间时间尺度的讨论之前，值得使我们确信，相反的极限情形，即突变近似，是不适用的。就是说，下降是不是快到这种程度，以致势能变化时核子运动根本来不及调整？突变近似成立的条件是，从鞍点到断裂点的下降时间，要比一个核子穿过核的范围所需时间短。核子穿过核的时间是2×10^{-22}秒量级，这比估计的鞍点到断裂点所需时间远远来得小。例如，后面(B.1节)描述的一个基于无粘滞液滴模型的计算，导出了3×10^{-21}秒的时间值。我们肯定，从鞍点到断裂点的下降足够慢，使冲量近似不能适用。但是，颈的断裂和初生碎片的坍缩过程却可能相当快，在裂变的这一阶段，冲量近似可能适用。

前已说明，现在不可能在裂变的绝热模型和统计模型何者正确的问题上作出明确的理论判断。想根据碎片质量及能量分布的实验数据来对这两个极端的模型作出选择，也不可能。这是因为，

即使在一个特定模型的框架内，想把模型用于具体的核以排除某种确定的预言，还存在着相当多的不确定性。不过，有一个实验结果，与这个问题有较直接的关系。第十二章里，我们把自发裂变时的中子产额(这是碎片激发能的一个量度)和总动能与热中子裂变时相应的量作比较。从这两种类型裂变的比较可以看出，在“垒上”中子引起裂变时多出能量的约3/4变成了激发能而不是变成了动能。这意味着，从垒顶下降到自发裂变时势垒穿出处多出来的那部分势能，大部分变成了碎片的激发能。假如绝热模型成立的话，本应预期多出势能的较大部分会变成碎片动能。由于碎片产额及释放动能随质量比的变化曲线是与激发能有关的，对这种实验的解释就变得更加复杂。在更高激发能处，有证据表明平均总动能有所下降。平均总动能的下降是下述变化的结果：对于有一个碎片的质量数接近$A=132$双闭壳层的那种质量比，动能随激发能的增长而下降得很多，而对于更对称及更不对称的质量比，释放动能随激发能只有少量增长(Bishop等，1970)。另一方面，存在着一些不那么直接的证据，支持绝热模型。根据α伴随裂变的数据，一些工作者断言，碎片在断裂点具有的动能，比统计模型预言的要大得多(见第十四章)。因为对于到底哪个模型更好还认识不清，我们将对绝热模型和非绝热模型都加以讨论。

B. 绝热模型

1. 液滴模型

假如把核理想化，看成由无粘滞液体组成的液滴，那么当核从鞍点变形到断裂点时，所有势能将出现在集体自由度上，对单粒子自由度来说，运动是绝热的。对于带电液滴的静力学及动力学，都已作了相当广泛的研究。我们要比较仔细地讨论它们，因为从最少的假定出发，可以作出大量的定量预言。在考虑更具体的模型时，这个简单的模型也指示出有用的方向。

首先回顾一下，根据液滴模型(LDM)得出的关于鞍点形状静力学的知识。对于所有大于～0.4的X值，对称鞍点态在能量上

低于不对称鞍点态，并且对于质量不对称形变是稳定的。[Strutinsky(1964a, b)宣称，在$\chi \simeq 0.8$处，对于不对称形变的稳定性消失了。而Cohen和Swiatecki(1963)及Nix(1967)的研究结果不支持这种说法。] 当χ值小于0.6或0.65时，鞍点有很明显的颈，而断裂组态与鞍点组态十分相似。在从鞍点到断裂点短短的路上，原来对称组态的优先不大像会被破坏掉。

对于重核，鞍点离断裂点较远，必须考虑下降过程的动力学。Hill(1958)以及Hill和Wheeler(1953)的早期计算暗示，观察到的重核裂变质量不对称或许有动力学的起因。可是，更完整的计算表明，上述暗示是一种错觉，最可几的质量比是分成两个相等的部分。

关于从鞍点下降到断裂点的动力学，最广泛的计算是由Nix(1969)完成的。在他的工作中，核表面被定为两个椭圆旋转面，中间用二次旋转表面(例如一个双曲面颈)光滑连接。这种取参数方法能够在大范围内成功地再现鞍点形状，见图Ⅸ-2。总共考虑了六个自由度，它们分别与初生碎片的距离、偏心率以及相对质量相联系。计算过程包括下列步骤：

(1) 画出势能在形变座标上的函数形状。定出鞍点并研究其性质。

(2) 计算出动能作为形变座标及其时间导数的函数。假定为无旋无粘滞的流体动力学流。

(3) 定出体系围绕其鞍点形状振荡的简正模频率及本征位移。

(4) 采用过渡态方法来计算当体系通过鞍点时，在一个给定运动状态发现它的几率。这假设，当体系达到鞍点附近时，统计平衡是已确立的。初态的几率分布用量子统计力学计算。

(5) 在靠近鞍点处对于给定的一组起始条件，经典地解哈密顿运动方程。这最后的一步把近鞍点处运动状态的几率分布，转变为无穷远处观察到的碎片的质量及能量几率分布。应强调指出，在这一计算过程中，没有可调参数，理论的常数都取自对于核质量的分析。

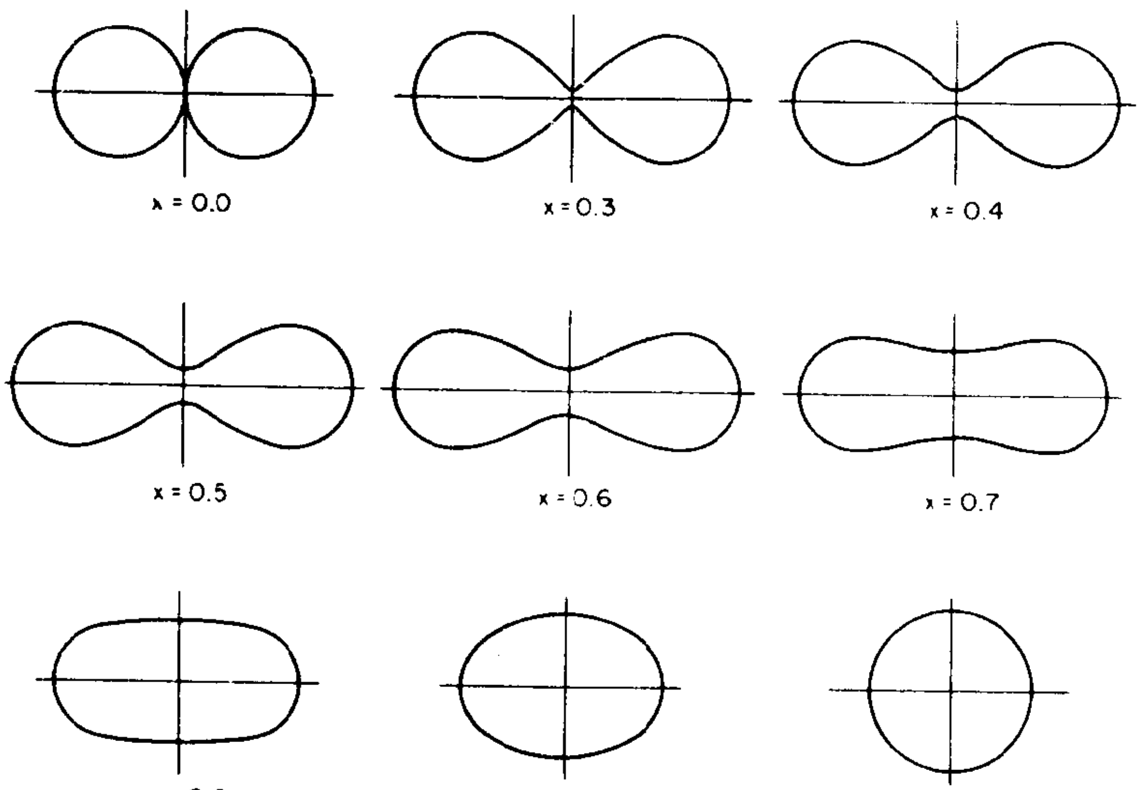


图 IX-2　各种可裂变性参数χ值的鞍点形状。由两个椭圆旋转面加上一个二次旋转表面连接起来所近似描写的核形状与Cohen和Swiatecki(1963)算出的更实际的形状非常接近，几乎不能区别。[引自Nix和Swiatecki(1965)。]

对称与不对称鞍点形状的势能作为χ的函数表示于图 IX-3。如本节前言所述，当χ大于Businaro-Gallone临界点$\chi=0.4$时，不对称鞍点组态在能量上高于对称鞍点组态。对于典型的重元素χ值，不对称鞍点的能量为对称鞍点的两倍还多，对称及不对称鞍点形状的一个例子画在图IX-4上，它是Strutinsky(1964*b*)早期研究的结果。

为了讨论体系在鞍点附近的运动，鉴定一下围绕对称鞍点形状的独立的振荡简正模是合宜的。Nix（1969）的工作中考虑了六种简正模(有五个给了描述的名称)，其特性列在表 IX-1上。

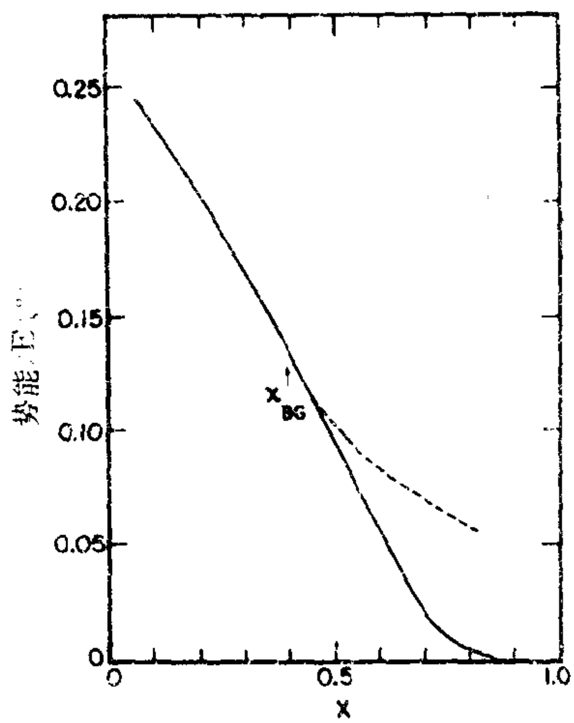


图 Ⅸ-3　鞍点形状的势能(用球的表面能作单位)与可裂变性参数 χ 的关系。(——)对称鞍点形状的能量，(----)不对称鞍点形状的能量。箭头指示出 Businaro-Gallone临界点 X_{BG}。[根据Nix(1969)。]

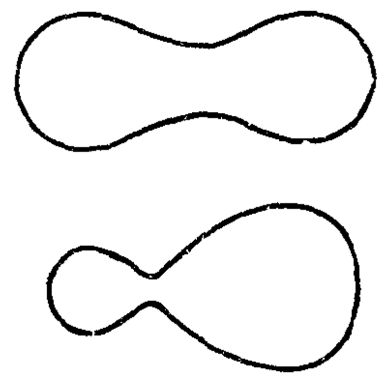


图 Ⅸ-4　$\chi=0.65$时的对称与不对称鞍点形状。不对称鞍点的能量是对称鞍点的两倍。[引自Strutinsky(1964b)。]

表　Ⅸ-1

围绕对称鞍点形状的振荡简正模的特性

n	模　　式	对 称 性	稳 定 性
1	质量中心移动	不对称	中　性
2	裂变	对　称	不稳定
3	质量不对称	不对称	$\chi>0.4$时稳定；$\chi<0.4$时不稳定
4	伸长	对　称	稳　定
5	变形不对称	不对称	稳　定
6		对　称	稳　定

对于任何特别选定的起始条件，可以跟踪其动力学。图Ⅸ-5及Ⅸ-6上画着一些从鞍点下降到断裂点的例子，认为裂变振荡模上的动能是 1 MeV,质量不对称振荡模上的动能也是 1 MeV。从

图 Ⅸ-5可见，与χ值无关，开始时在质量不对称振荡模上的运动并不导致显著的最终质量不对称。如果两个发生中碎片的分开点

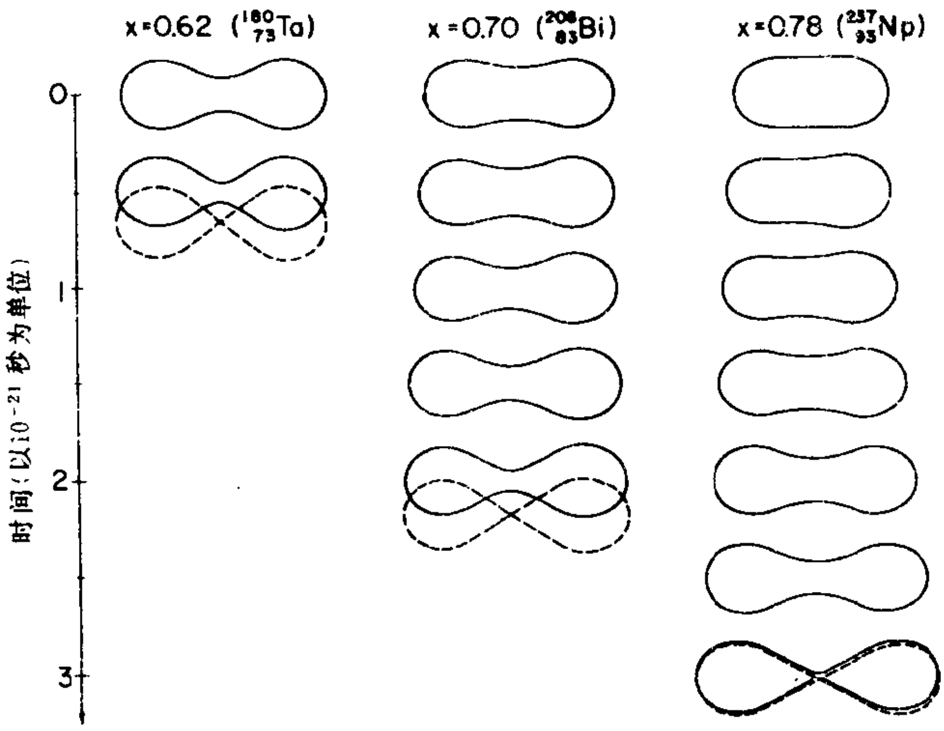


图 Ⅸ-5 在鞍点下降到断裂点期间的液滴形状。从鞍点出发的起始条件是：裂变振荡模上有 1 MeV动能，质量不对称振荡模上也有 1 MeV动能。断裂形状用虚线画出。[引自Nix(1969)。]

取在颈半径最小处，那么对于具有大颈的形状会发生显著的质量不对称振荡。但是（至少在图 Ⅸ-6的例子中），在快到断裂点时，运动已经稳定下来，接近于对称组态。上面提到的Hill（1958）的计算，由于在运动方程积分时受计算机条件的限制，只算到0.3×10^{-21}秒处。（Hill计算中$\chi=0.74$。）这相应于不对称振荡达到它极大值处的时刻，比断裂时的值要大得多。Nix（1969）从以上的解及许多其它起始条件的解得出结论，最可几的质量比是分成两个相等的部分。

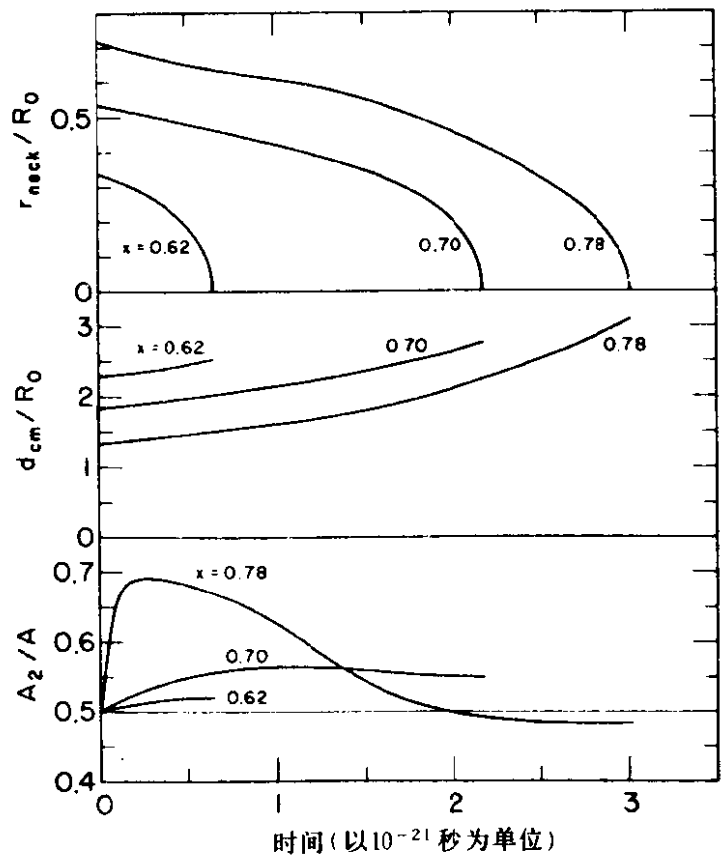


图 Ⅸ-6　最小颈半径 r_{neck}（上图）、发生中碎片质量中心之间的距离 d_{cm}（中图）以及右边发生中碎片的质量（下图）随时间变化情形的例子。起始条件与图 Ⅸ-5相同。R_0是相等体积的球的半径。两个发生中碎片的分开点取在颈半径最小处。[引自Nix(1969)。]

图 Ⅸ-7上画着最可几的最终转移动能，其起始条件为，从鞍点出发时是静止的。对于那些鞍点与断裂点十分接近的x值来说，几乎全部动能都来自断裂后两碎片相互库仑场的加速。对于较重的核，这个模型（假设为无粘滞无旋流）预示，最终总动能的相当一部分是断裂前获得的。存在着某种较为间接的证据支持这一预言，这种证据来自对于裂变过程中发射的长程α粒子能谱及角分布的分析（见图 Ⅸ-9及第十四章）。

在这个模型中，断裂后有一个有趣的效应发生。如图 Ⅸ-8所示，当碎片在其相互的库仑场中分离时，它们会在长球形及扁球

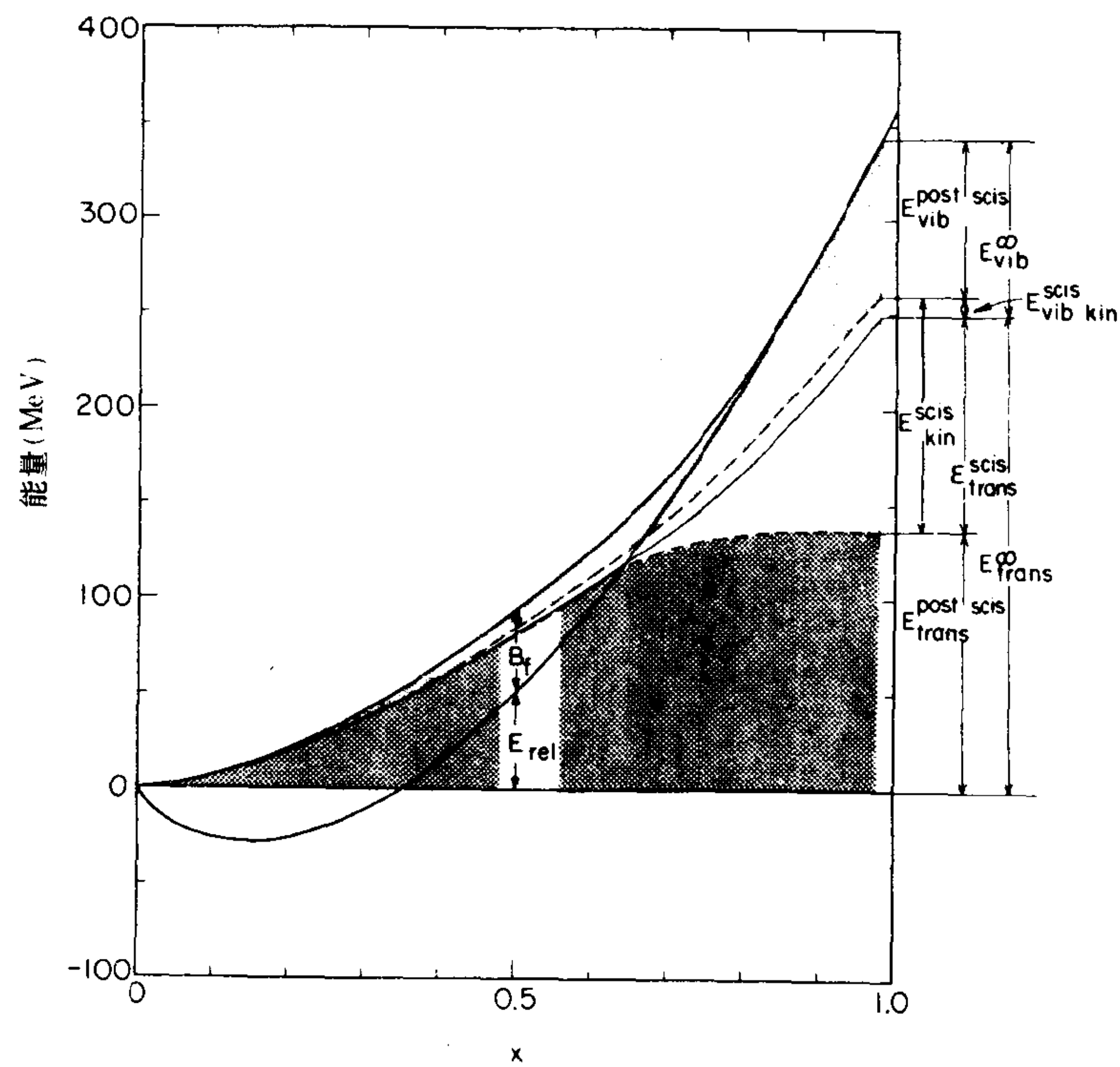


图 Ⅸ-7 沿β稳定线核的最可几裂变碎片能量与可裂变性参数x的关系。最终的转移动能E_{trans}^{∞}包括断裂前获得的转移动能E_{trans}^{Scis}及断裂后获得的动能$E_{trans}^{Postscis}$两部分。最终的碎片内部振动能E_{vib}^{∞}也包括断裂前获得的E_{Vibkin}^{Scis}及断裂后获得的$E_{Vib}^{Postscis}$两部分。[根据Nix(1969)。]

形之间很快地来回振荡。这导致有一部分断裂组态时的库仑相互作用能会变成最终碎片的振动能。这种效应是假设为无粘滞流的结果，假如带一点粘滞性，它将变小(导致较高的转移能量)。

图Ⅸ-9是对称质量分布情况下，最可几转移动能实验值与计算得出的总转移动能值的比较。随可裂变性参数x的变化趋势再

现得很好，但是就能量绝对值而言，存在着系统的估计偏低（约5％）。

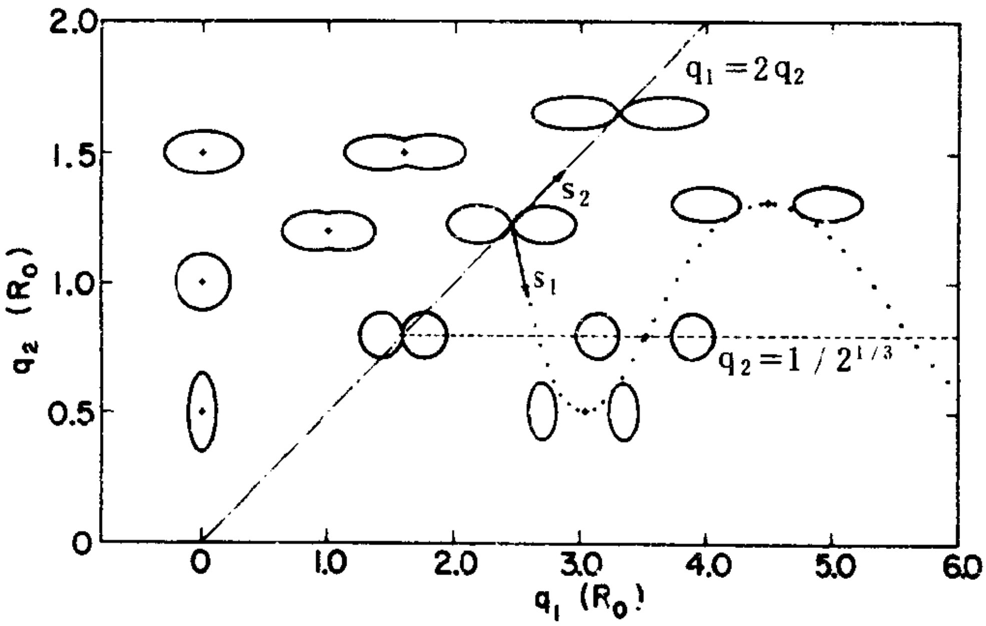


图 Ⅸ-8　$x=0.7$时，两椭圆旋转体近似下碎片的分离与形状振荡。在这一近似下，对本x值鞍点为两相切椭圆旋转体。q_1 是两旋转体中心的距离，q_2 为任一旋转体的半长轴。轨迹上的每一点（相应于从静止出发）是按照间隔为 5×10^{-23}秒的相等时间间距画出的。

为了求得最终的能量及质量比的分布，必须定出不同出发条件的相对几率。为此使用了过渡态方法。这个方法包括，把一个N自由度的体系在鞍点分成两个体系：第一个体系有一个单一的自由度，代表着不稳定运动（例如$n=2$，即裂变振荡模式)；第二个体系联系着剩余的N-1个自由度。$n=1$的振荡模可以忽略，因为它只不过是质量中心的移动。没有考虑$n=2$裂变模的几率分布，因为在这个模型中，在最低次近似下，最终的能量及质量分布与裂变座标及裂变动量的初值无关。鞍点其余简正模($n=3$——6)的量子几率是高斯分布，因为在鞍点附近展开求简正模的势能及动能时，比二次更高的项是略去的。简正模频率的大小见图Ⅸ-10。座标(Q)及动量(P)分布分别由下式给出，

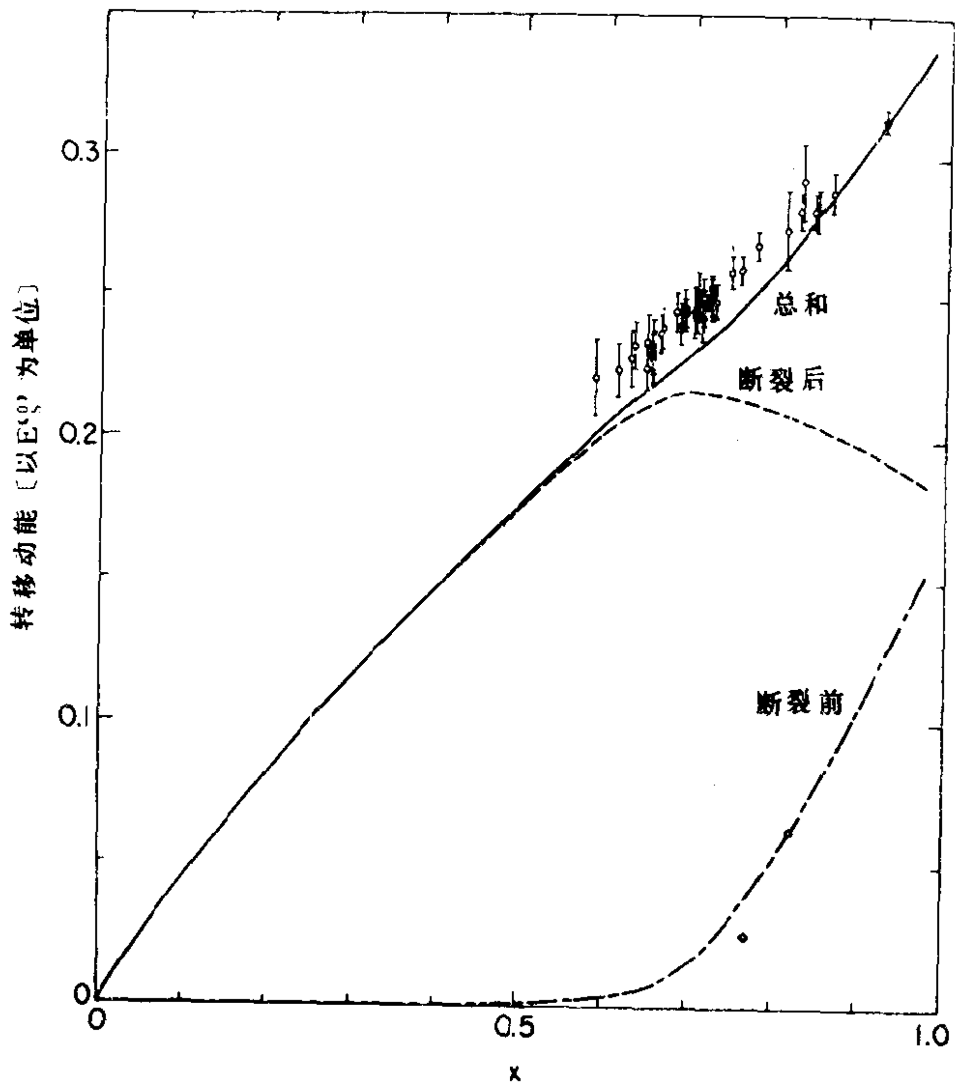


图 Ⅸ-9 最可几裂变碎片转移动能计算值与实验值的比较,以球体表面能为单位。点虚线画出计算所得碎片在断裂前获得的最可几转移动能；虚线是断裂后获得的；实线为两者在无穷远处之和。在断裂前曲线旁边的两个点，是从伴随α粒子能谱及角分布估计得出的。〔引自Nix (1969)。〕

$$N(Q_n)=(2\pi\sigma_n^2)^{-1/2}\exp\left[-Q_n^2/(2\sigma_n^2)\right]$$
$$N(P_n)=(2\pi\sigma_n'^2)^{-1/2}\exp\left[-P_n^2/(2\sigma_n'^2)\right]$$

式中与温度有关的两个方差σ_n^2及$\sigma_n'^2$分别等于

$$\sigma_n^2=\frac{1}{2}(\hbar\omega_n/K_n)\coth(\hbar\omega_n/2\theta),$$
$$\sigma_n'^2=\frac{1}{2}M_n\hbar\omega_n\coth(\hbar\omega/2\theta)$$

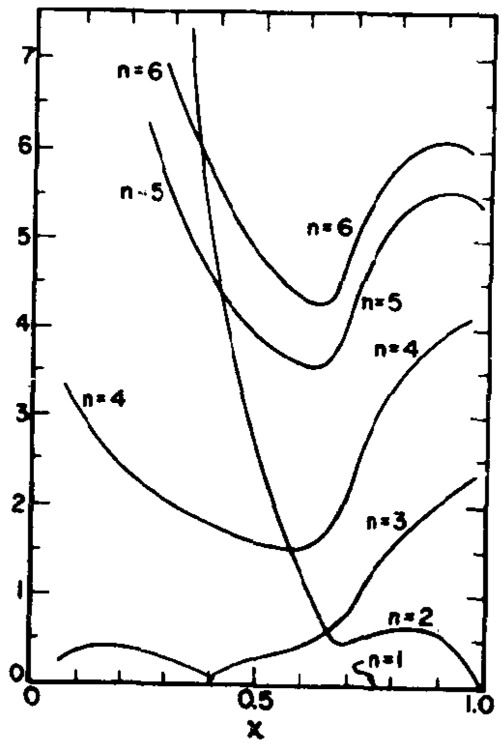


图 Ⅸ-10 沿β稳定线核简正模频率的大小。由Nix用三个二次曲面取参数法（参见图 Ⅸ-2的注）算出。［引自Nix(1969)。］

K_n及M_n分别是简正模的劲度及惯性参量。核温度θ依赖于鞍点的内部激发能。在高温下，上述与温度有关的方差简化为经典的玻尔兹曼因子，而在低温下，它们趋近于量子力学的零点运动。

想把动能及质量分布宽度的计算值与实验相比较，是难于显示的，因为它们同时与激发能及可裂变性二者可关。但有一点是清楚的，即就低能重元素的质量分布而言，理论完全失败。实验数据表明不对称裂变占显著优势，而理论却预言对称裂变是最可几的。对于较轻的元素，情况明显好转，因为那里观察到的是对称裂变。不过，对所有情况，计算得出的质量分布宽度总是比观察到的来得窄。

质量及动能分布随温度变化的实验与计算结果的比较，最好对于中重核进行。因为那里由于发射中子后再裂变而引起的复杂化减到最小程度，而且在所有被研究激发能处最可几质量分配都是对称的。这种比较见图Ⅸ-11及Ⅸ-12。总的走向是定性地再现出来了，但理论绝对值总是明显偏低。（有一个对于质量及电荷分布的早期LDM估算，它把鞍点形状更为限制地取作两个接触的椭圆旋转体，结果与实验符合较好。但这一 功必须看作是偶然的。）

从以上这些实验与理论（假设是理想的无粘滞无旋流液滴的分裂）的比较中，可以得出什么结论呢？对于两种宽度及最可几动能估算值都偏低，可能意味着流体有粘滞性或是有旋的（或两者都有）。对核物质来说，这两种可能性都不特别令人奇怪。理

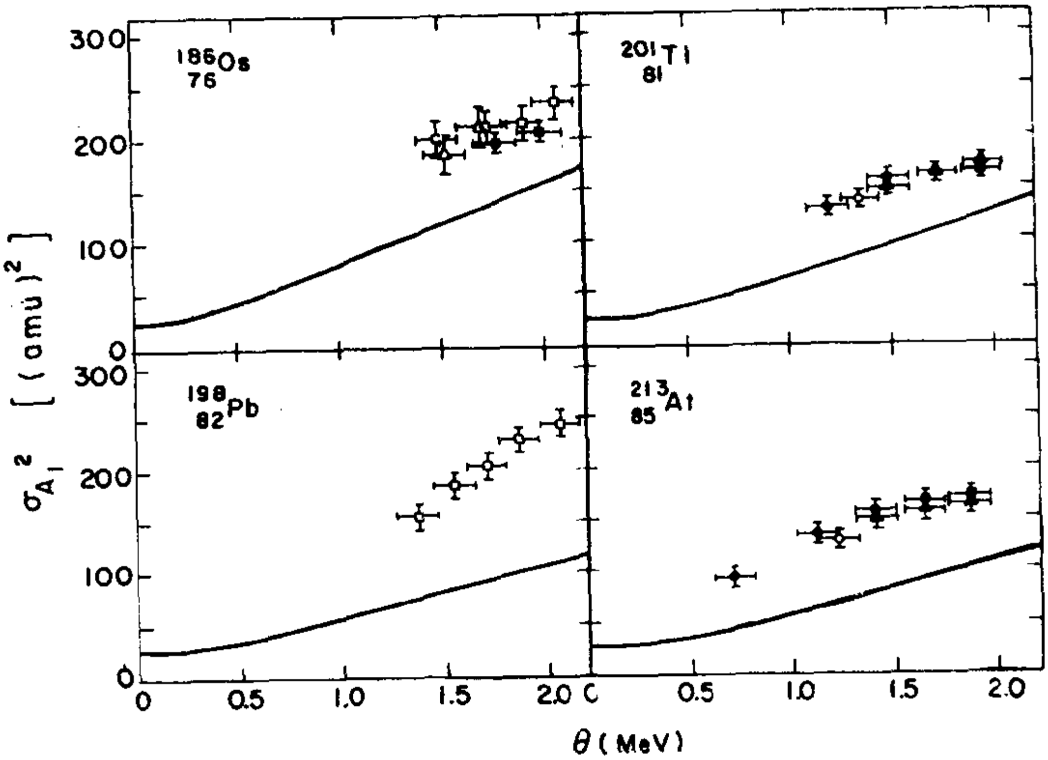


图 IX-11　四个复合核裂变碎片质量分布方差与鞍点核温度 θ 的依赖关系，计算值与实验值的比较。[引自 Nix(1969)。]

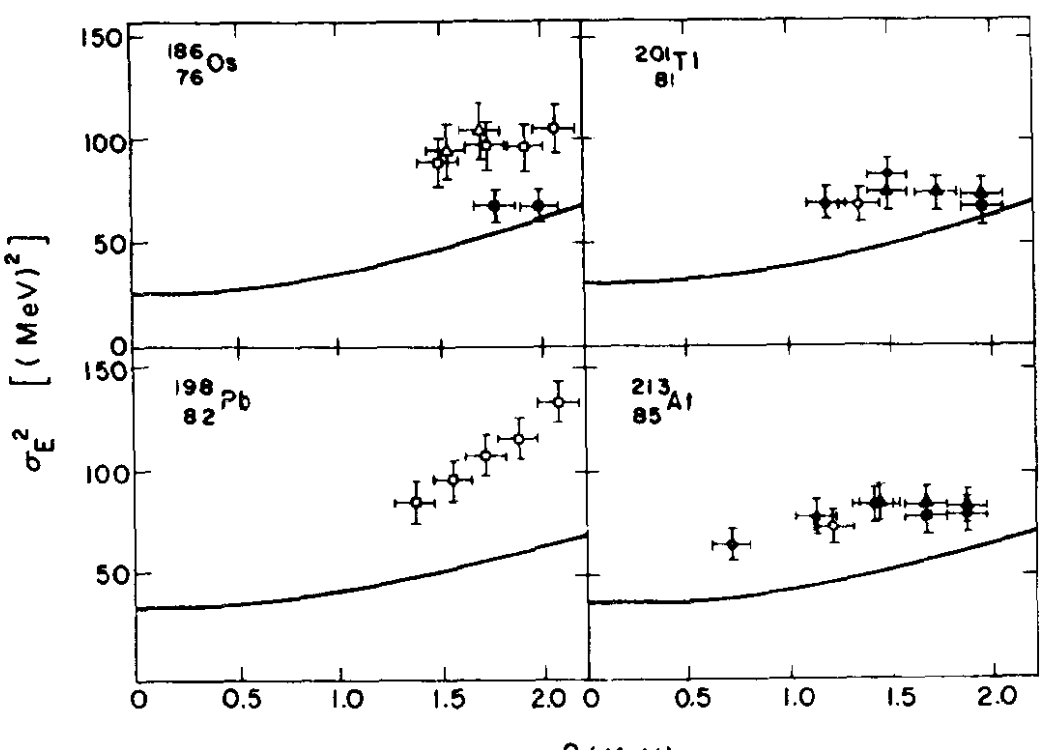


图 IX-12　四个复合核的碎片总转移动能分布方差与鞍点核温度 θ 的依赖关系。实线是 Nix 的计算值，点子是 Plasil 的实验值。[引自 Nix(1969)。]

论最重要的失败之点是，它不能说明不对称质量分布。不能排除，这一失败的原因是受到所使用的形状展开式的束缚，但是要说这就是困难所在，可能性是极小的。相反，看来更合理的可能性是质量不对称通过某种途径与单粒子运动有关系。原则上，研究这种可能性的一个方法是，把单粒子效应作为液滴模型哈密顿量的一种微扰来处理。

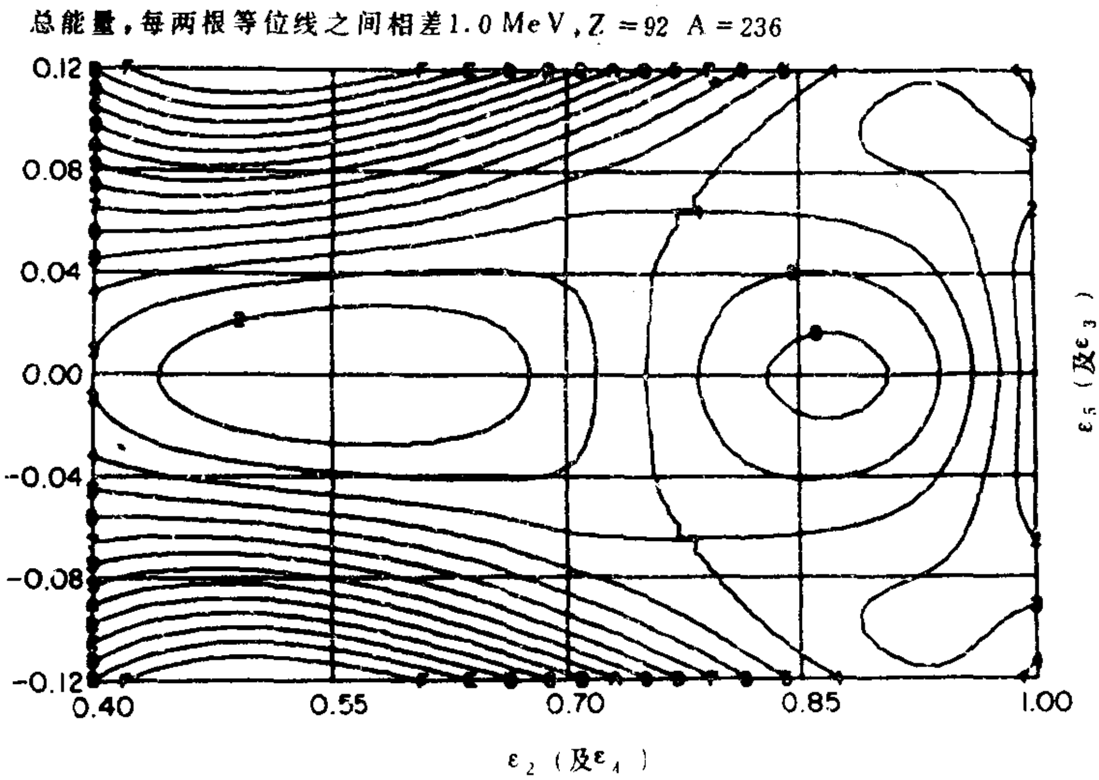
2．势能曲面上及从鞍点下降到断裂点动力学上的单粒子效应

我们已经看到，对于比较轻的核或者激发能足够高的核，关于无粘滞液滴从鞍点下降的一个相当完整的理论能够定性地说明许多观察到的质量及能量分布特性。但是，从非球形平衡形变以及与自发裂变形状同质异能现象相联系的第二极小的存在等性质可以看到，在直到鞍点(并包括鞍点)形变值的势能曲面上，单粒子效应的重要性是明显的。我们也早已从准平衡断裂模型得知，在断裂点处较小的壳效应可以导致在最终的碎片动能及激发能上产生相当大的效应。根据前几节所述的精神，看来本应做的是，首先计算势能曲面由单粒子引起的改变（包括惯性参量上的任何壳效应在内），然后再去解运动方程。不幸，上述目标迄今都还没有达到。只是在最近，才有人对于足够普遍的核形状（包括反射不对称形状）就势能曲面的单粒子效应作了第一批比较实际的估算。这些势能曲面的动力学计算还没有人完成过。只有一个关于势能曲面的动力学计算，它考虑的壳效应非常粗糙。这一计算将在下面 c 小节简要地叙述。

a．包括奇多极变形形状的势能曲面图

Möller和Nilsson(1970) 求出了液滴势能曲面上的壳结构修正，他们计算了在一个形变谐振子势里的单粒子能量，并用了Strutinsky 归一方法。为了使计算在计算机上得以实行，必须限制要考虑的自由度数目。曾经指出过（Cohen和Swiatecki，1963；Nix，1967），当对称变形较大时，液滴势能曲面对于某种不对称形状变形来说是“软”的。为了得到一个对于不对称变形的较大的“软化”，必须把P_5形变与P_3形变一起包括进去，并且

P_5 的系数，就是 ε_5，一般说应为 $-0.5\,\varepsilon_3$ 的量级。在大的对称变形处（在 P_2-P_4 空间）进行壳修正研究时，也已发现，通向断裂的途径大体是，ε_4 系数应取为 $\varepsilon_4=0.1767\,\varepsilon_2-0.0308$。Möller 和 Nilsson 对于作了这样限制的对称与不对称自由度进行壳修正势能曲面的计算。他们算得的 ^{236}U核势能曲面画在图Ⅸ-13



图Ⅸ-13 已作了壳修正的 ^{236}U核势能曲面与对称变形参数 ε_2（$\varepsilon_4=0.1767-0.0308$）及不对称变形参数 ε_5（$\varepsilon_3=-2\,\varepsilon_5$）的关系。[引自 Möller 和 Nilsson（1970）。]

上。对大变形处在第二垒附近，不对称变形的能量会低几个MeV。图Ⅸ-14上则画着第二垒附近不对称变形处的核形状（先把对称变形座标固定在第二垒势能极大处，再在不对称变形座标上求势能极小点，这样求出的形状）。不对称自由度在第二垒处相对重要性的增强是可以预期到的，因为第二垒本身就是在这种变形处能量上不利的较大壳修正的结果。对于图Ⅸ-13上的曲面，还有一个问题

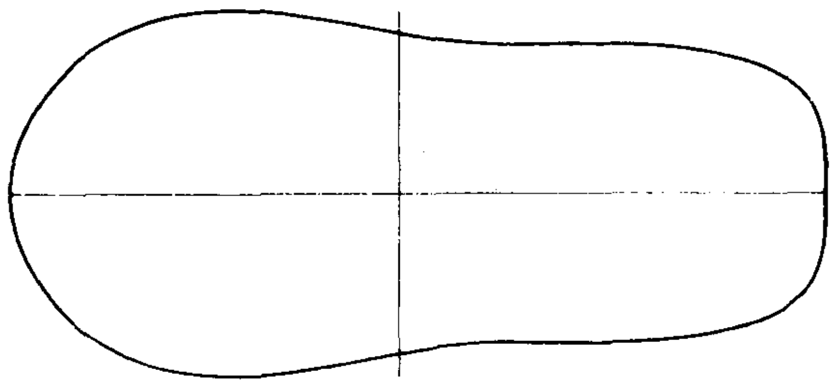


图 Ⅸ-14 ^{236}U核在其第二鞍点附近的形状
($\varepsilon_2=0.85$、$\varepsilon_3=-0.16$、$\varepsilon_4=0.12$、$\varepsilon_5=0.08$)。
[引自 Möller 和 Nilsson(1970)。]

要强调一下。对于导向断裂的更大变形，对称形状又重新变成稳定的了。在另外的一些更准确地描写近断裂点组态的计算(将在下面叙述)中，不出现上述情况。

Möller和Nilsson还对较轻的核^{210}Po完成了类似的计算。对于它，他们没有看到不对称变形垒较低的现象，这稍稍有点鼓舞，因为实验观察到的正是对称的质量分布。不过，这个结果应认为是未必真实的，因为对于这么轻的核，鞍点形状有一个很细的颈，用谐振子势是成问题的。真实的核势应该是，在颈区比其它区域窄得多，这种图象用单中心振子是再现不了的。在把核形状用参数表示出来时所用的自由度数目也不合适，图Ⅸ-14上核形状的一端呈方形就说明了这一点。

也计算了^{252}Fm的势能曲面，这时不对称自由度只使鞍点能量减少很小一点点。这部分地是由于，液滴势能曲面对于不对称变形的劲度随Z^2/A而增加的缘故。

对于形变比第二垒处更大的地方，单中心振子势就更不合用了。最近发展了一种双中心振子模型(Scharnweber 等，1970；1971)。这种势能够正确地渐近描写分离碎片。它最简单的形式见图Ⅸ-15，其等势面是分离着的或重叠着的两组球面。这个模型可推广到重叠的椭圆旋转体以及具有光滑连接区的其它形状。用这

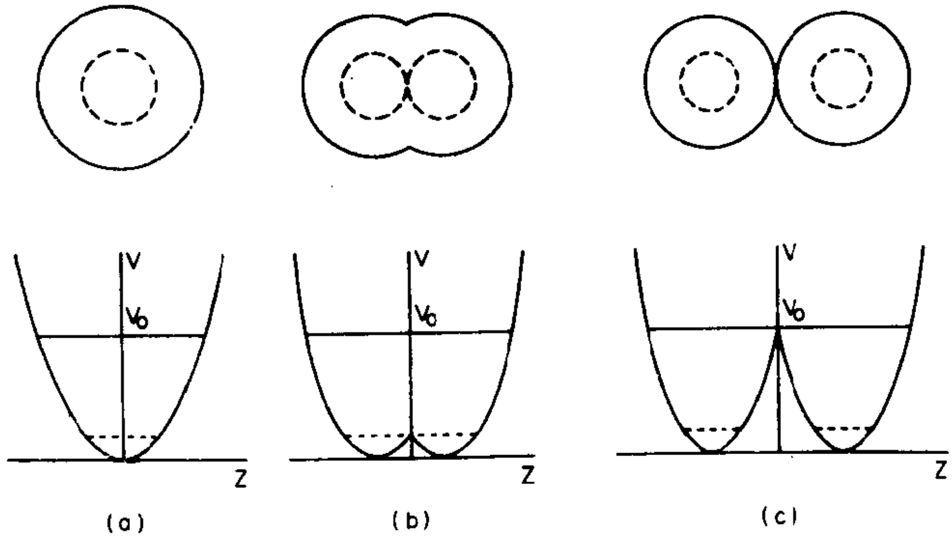


图 Ⅸ-15 一个双中心振子模型(两个重叠的质量相等的球)的等势图。在图的上部。核表面等势面($V=V_0$)用实线表示,而一较低V值的等势面用虚线表示(在图的下部相应V值处也用虚线画出)。(a)(b)(c)的Z_0值分别为0,3,5.9fm。[引自Scharnweber等(1971)。]

个振子模型迄今得到的最有意思的结果或许是,当正在形成中的碎片还有相当明显的重叠时,末态的壳结构就已经预先形成了。这可由图Ⅸ-16说明。那里画着相应于重叠的或分离的两个等质量球形状的能级图。在小形变(两球几乎完全重叠)处,能级图与普通的单中心Nilsson图相似。当完全分离时我们看到,较小的末态碎片具有较大的振子能级间距。不但如此,每一能级都是双重简并的,因为两个末态核完全相同,而且没有相互作用。在形变处于中间值时(有颈的地方),较低的能级先发生简并,这反映着两碎片之间形成了一个垒。而靠近费米表面的态仍有明显的劈裂。

使用 Woods-Saxon 类型有限势完成了另外一些计算(Bolsterli 等,1969,1972;Pashkevich,1971;Pauli等,1971)。在Bolsterli等(1969,1972)的计算中,核形状规定为三个光滑连接着的二次旋转面(例如,两个椭圆旋转面加上一个双曲面颈)。在各种对称变形下的形状以及这些形状的某些等势曲线在图Ⅸ-17

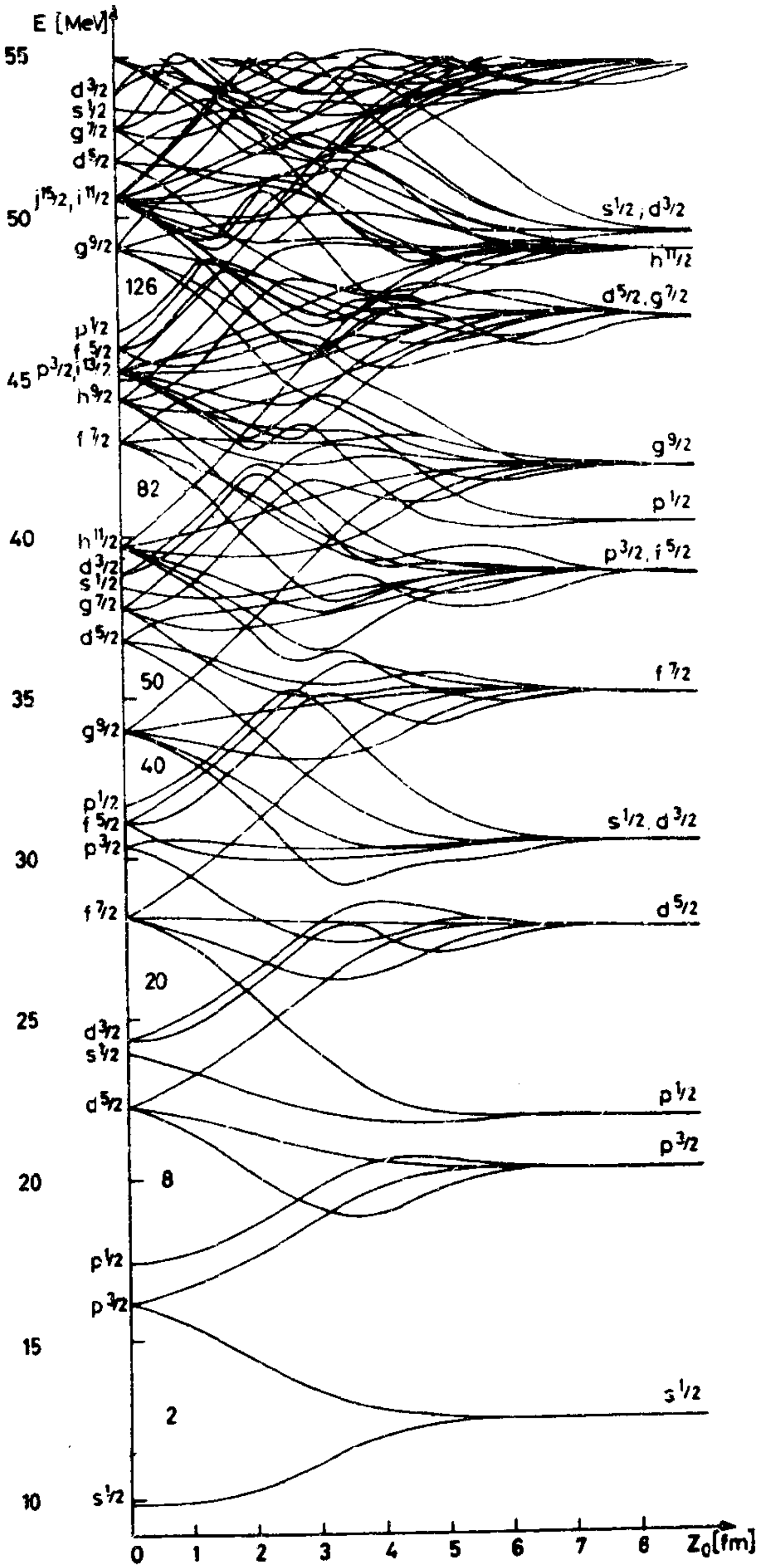
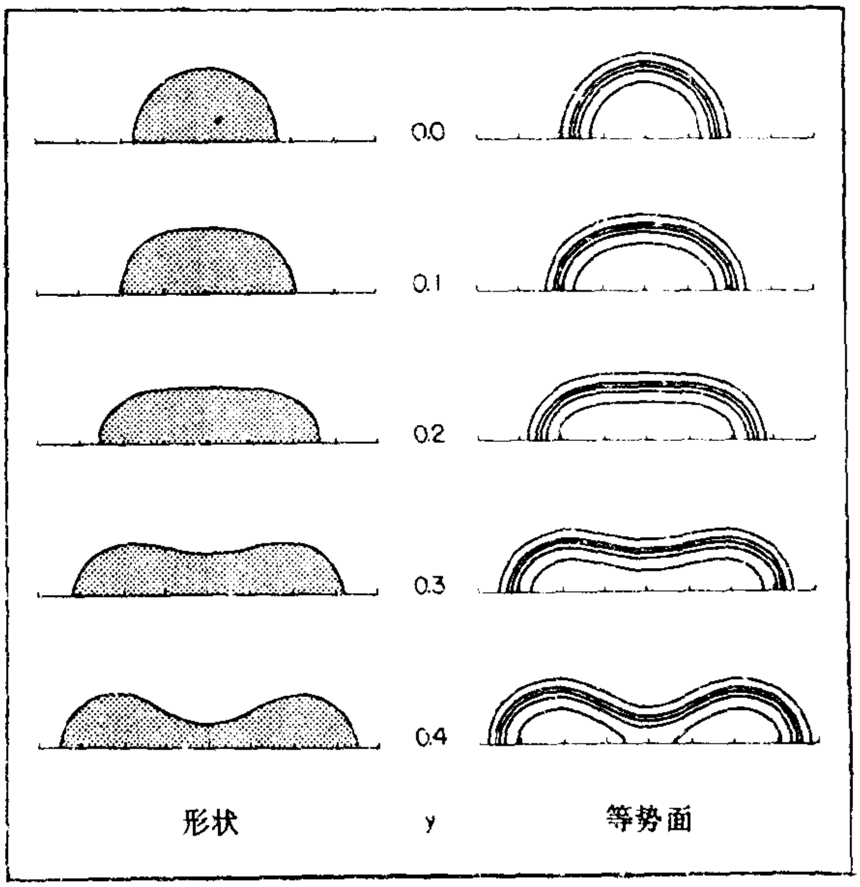


图 IX-16 图 IX-15上那种双中心模型（两个重叠球）的能级结构。本图包括自旋-轨道项及 l^2 项，适用于 ^{236}U 的中子。

[引自 Scharnweber 等(1971)。]



图Ⅸ-17　由对称形变座标 y 描写的核形状，以及由弥漫表面势得出的等势线。这些等势线分别相应于最大阱深的10、30、50、70、90%。〔引自Bolsterli等(1972)。〕

上举例画出。迄今报道的结果主要是对称变形的。在某些选定的对称变形值处，研究了势能对于质量不对称的稳定性。对于^{240}Pu，第一垒和第二垒对于不对称变形是稳定的，而第二垒却在不对称变形下有明显的降低。这些结果与Möller和Nilsson（1970）及Pauli等(1971)的结果相符。对较轻的核^{210}Po，其鞍点相应于具有更鲜明的颈的形状，却也发现对质量不对称稍有不稳定，这与Möller和Nilsson以及Pauli等人的结果相矛盾。

Pashkevich(1971)完成了一个范围更广的势能曲面计算，包括直到断裂的形变，也包括反射不对称形状。核形状用在Cassini氏卵形体附近的展开式给出。规定了一个Woods-Saxon类型的

势阱，这使颈区的核密度低于两个形成中碎片的中心区。与简单的双中心谐振子势不同，这里在连接区没有不连续点。在勒让德多项式展开式中取用第一项，就可描写反射不对称形状。图 IX-18是

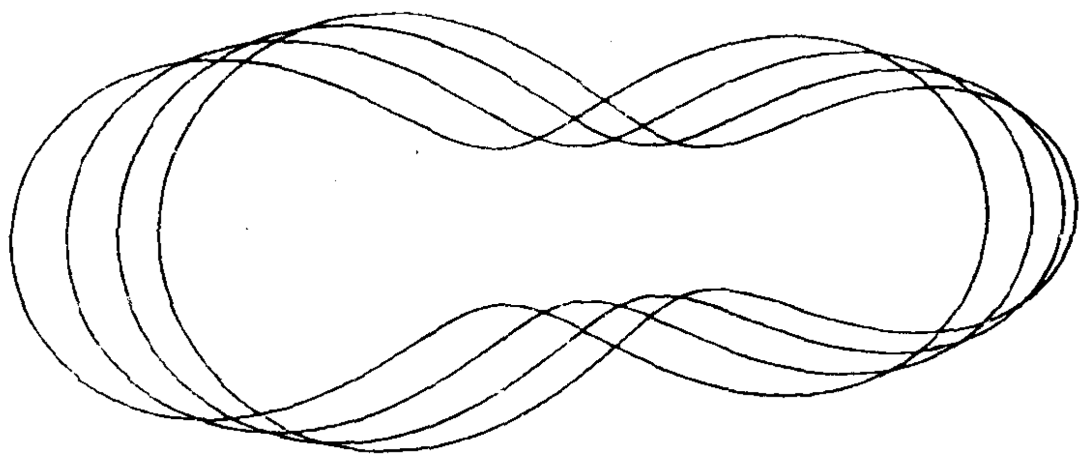
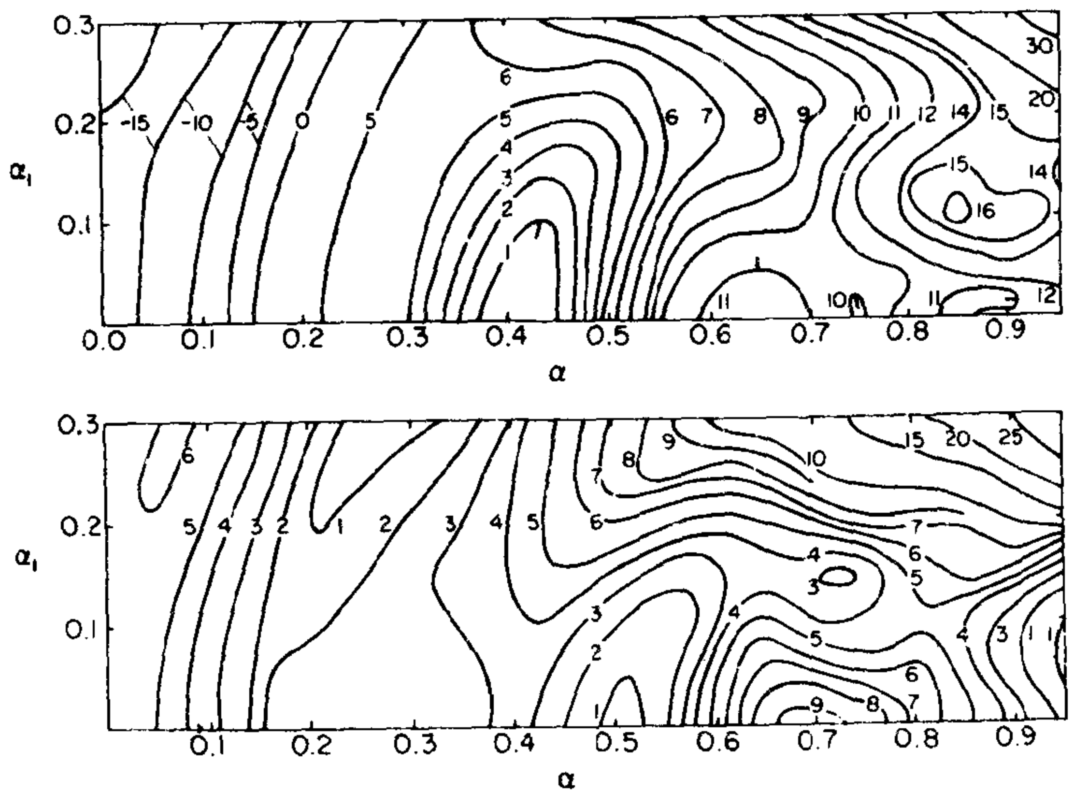


图 IX-18　Cassin 氏卵形体受到"偶极"形变 α_1 微扰时的图形。四个图形按不对称程度大小顺序对应的 α_1 值分别是0.01、0.1、0.2、0.3。所有图形的对称变形参数 α 都是0.95。[引自Pashkevich (1971)。]

这种形状的一些例子。对于对称变形参数 α 与不对称变形参数 α_1 的各种组合，算出了单粒子能量。然后再用第二章所述Strutinsky壳修正方法算出势能曲面。

这样求得的 ^{208}Pb 及 ^{230}Th 势能曲面的等位线图见图 IX-19。在小 α 值区，势能面对于 α_1 是非常平的。这是因为，在小 α 值区，α_1 的增长主要是引起质量中心的位移，形状变化很小。第一垒以及与自发裂变同质异能素相联系的第二极小，对于不对称变形都是稳定的。对于第二垒，鞍点位于反射不对称形状处。当向断裂组态继续前进时，势能谷总是处在不对称度不等于零的地方。只有 ^{208}Pb 是例外，对于它，在大变形区势能谷又回到对称处，而同时在不对称度较大的地方，存在着第二条较高的势能谷。对于单个中子及质子的壳修正进行考察，可以发现，较重元素呈现的最终不对称性来源于，当初生碎片具有比50、82、126幻数约多六个的核子数目时，它们特别稳定。这样，在考虑了"颈内"核子之



图Ⅸ-19　^{208}Pb（上图）及^{230}Th（下图）的势能随对称变形参数α及不对称变形参数α_1的变化图。用等位图来表示（每两条等势线之间相差1MeV）。基态对于α_1的表观不稳定性，在引入了十六极变形后，将会消失。［引自Pashkevich等（1971）。］

后，在大形变处末态碎片的壳效应终于起了决定性的作用。

图Ⅸ-20上画出了几个不同的核谷底线（从第二极小经第二鞍点到达断裂点）的变形参数。在$\alpha=0.9$处画出了质量比与变形参数α_1的对比标尺。预期断裂将在比0.9稍大的α值处发生。假使从第二鞍点下降到断裂点的路程一直是沿着谷走的话，那么预期的质量不对称度将与实验观测值符合得很好。

b、势能曲面与质量不对称度

前一节描述了包括奇多极变形（ε_3与ε_5）和偶多极变形在内的势能曲面。最近的势能计算——如Möller和Nilsson（1970）、Bolsterli等（1972）、Pauli等（1971）、还有Brack等（1972）——

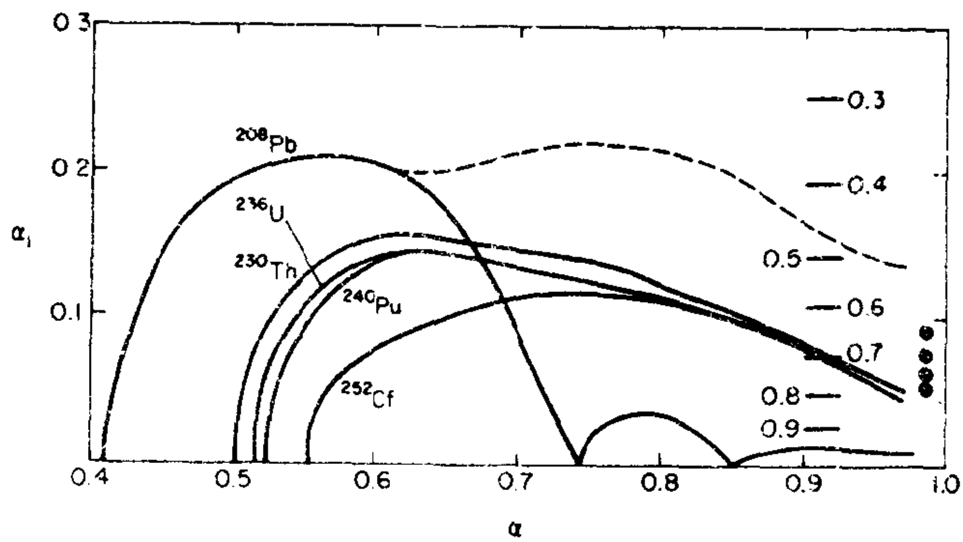


图 Ⅸ-20 谷底线（从第二鞍点到断裂点以及从第二鞍点到第二极小）的变形座标。^{208}Pb有两支，高的一支用虚线表示。在 $\alpha=0.9$ 处给出了质量比与 α_1 的对比标尺。●（黑点）为 ^{230}Th、^{236}U、^{240}Pu及 ^{252}Cf（依次由上往下）的最可几质量比实验值。^{208}Pb 的实验值应当在横轴上 $\alpha_1=0$。〔引自Pashkevich（1971）。〕

表明，重核第二裂变垒的鞍点具有不对称形状。这与第一垒及第二极小处相反，在那里，能量最低处的形状是反射对称的（但不一定必须是轴对称的）。

Tsang和Welhelmy（1972）用了第二垒（外垒）处的不对称鞍点形状，去计算裂变质量不对称度（用质量产额峰谷比表示）。计算中，峰谷比（不对称裂变与对称裂变之比）由第二垒对称形状与不对称形状势能的差值大小来定出。具体说，对称裂变及不对称裂变的几率，假定为正比于对称垒及不对称垒的能级数目或其势垒穿透率。在这个模型计算中，从鞍点下降到断裂点的动力学，以及末态碎片的壳效应，都被完全忽略掉。考虑了三种情形：

（a）激发能比第二垒的对称垒及不对称垒都来得高；

（b）激发能高于不对称垒，但低于对称垒；

（c）激发能比对称垒及不对称垒都低。

对于情形（a），峰谷比直接正比于对称垒与不对称垒处的能级

数目之比。（计算能级密度时，用了简单的费米气体模型，没有要指数前与能量有关的因子。）对于情形(*c*)，两个垒都用了势垒穿透公式。而对于情形(*b*)，则不对称垒用能级密度，对称垒用势垒穿透公式。

这个模型的计算结果与几个核的实验数据作了比较，有的核在不止一个能量处进行比较。他们报道说(Tsang 和Welhelmy, 1972)，在峰谷比的计算值与实验值之间存在着明显的关联，尽管在一些情况下能级密度参数a 必须用不实际的值才行。这个模型也与最近测量的^{256}Fm自发裂变、^{257}Fm 中子裂变的峰谷比数据相一致。计算结果对于势能曲面的选择非常灵敏，选择 Möller 和Nilsson (1970)的势能曲面符合得最好。如果采用 Bolsterli 等或Pashkevich 的势能曲面，则较轻元素^{208}Pb 及^{210}Po 也将会被预言成不对称裂变的，这与实验矛盾。

这样一个简单的模型（单只根据第二垒不对称鞍点及对称鞍点形状内部激发能的大小，既忽略了从鞍点下降到断裂点的动力学，也忽略了碎片壳层的影响）到底能否提供质量不对称的解释，还有待于对势能曲面进行更准确的评价，也有待于对这种变形形状核的能级密度作更细致的了解。

c．在势能曲面上（经特定的壳结构修正的势能曲面）下降运动的动力学

在探究势能曲面上（它在某些形变值下，不对称形状比对称形状低）下降运动引起的后果方面，唯一的计算是Hasse(1969)完成的。

在刚过鞍点与断裂点之间区域作壳修正时，根据了Myers-Swiatecki 对于分离球形碎片的壳修正。鞍点处的壳修正假设为零，因此导致一个对称的鞍点组态，而适用于末态球形碎片的壳效应则假设为：刚过鞍点开始起作用，在断裂点达到其满值。需要指出，末态球形碎片特定的壳简并未必能用于紧靠鞍点的变形，而且断裂时高度变形的初生碎片的壳效应与球形碎片的壳效应也肯定不一样。还有，Hasse 所用的这种势能曲面与Möller 和

Nilsson 的很矛盾，前者有一个对称的鞍点，而断裂点势能最小处是不对称的；后者相反，鞍点不对称，而接近断裂时势能最低处却是对称的。因此必须认为，Hasse 计算时所用壳结构修正不仅是粗糙的，而且甚至其定性的图景也可能不对。不过，这一计算是有益的，它可以告诉我们，动力学对于势能曲面上结构的敏感程度。

Hasse 研究了100个事件的轨迹，这100个事件的起始座标是无规分布的。算出的质量分布在质量比为1.2处有一个峰，而实验观察到的是1.44。算出的这一质量比只不过反映了断裂附近在此质量比处势能曲面的极小，它是由 $A=132$ 闭壳层引起的。或许，从这个计算获得的教益就是，在鞍点与断裂之间势能曲面上即使不大的(2—3MeV)壳效应，在下降过程中也能感觉出来。对于用 Möller-Nilsson 势能曲面来解释不对称裂变来说，这一点并不特别鼓舞，但是它加强了Pashkevich 所作更真实计算的意义。

关于势能曲面及其对动力学下降的影响，或许还要指出一点。Wilets (1964)强调过，势能曲面的状貌，是与选择哪些参量作它的座标有关的。作座标变换时，某些特性，特别是局部的极大、极小及鞍点是保持不变的。但其它特性却不能保持，例如很可能，一条斜沟可以通过适当的座标变换改变成一条斜脊。如果采用这样的系统，使所有座标轴的惯性参量值大小相近，那么势能曲面的状貌会更有意义。

C. 裂变的非绝热模型

1. 裂变的统计理论

统计模型假设存在着一个很明确的断裂组态。在它之前，强烈的非绝热效应维持着统计平衡；在它之后，碎片之间不再发生核相互作用。在这个理论中，不同断裂组态(由初生碎片的质量、电荷、形变及动能来表征)的相对几率正比于本组态的转移态和激发态的密度。通常给出的统计表达式(Fong, 1956)是在对碎片形变作了隐含积分之后得出的，因此，由碎片电荷 Z_1、Z_2 及碎

片质量A_1、A_2所表征的特定组态的相对几率是

$$Y(Z_1, A_1, Z_2, A_2) \propto \int_0^{E_m} \omega(K) dK \int_0^{E_m - K} \omega_1(E_1) \omega_2 (E_m - K - E_1) dE_1$$

式中$\omega(K)$是断裂时动能为K的转移态密度；$\omega_1(E)$及$\omega_2(E)$是碎片在能量E处的能级密度，而E_m则是最大总资用能量，即对于所考虑的Z_1、A_1 Z_2、A_2值，在断裂点碎片形变为能量上最有利的情况下，动能与激发能之和。

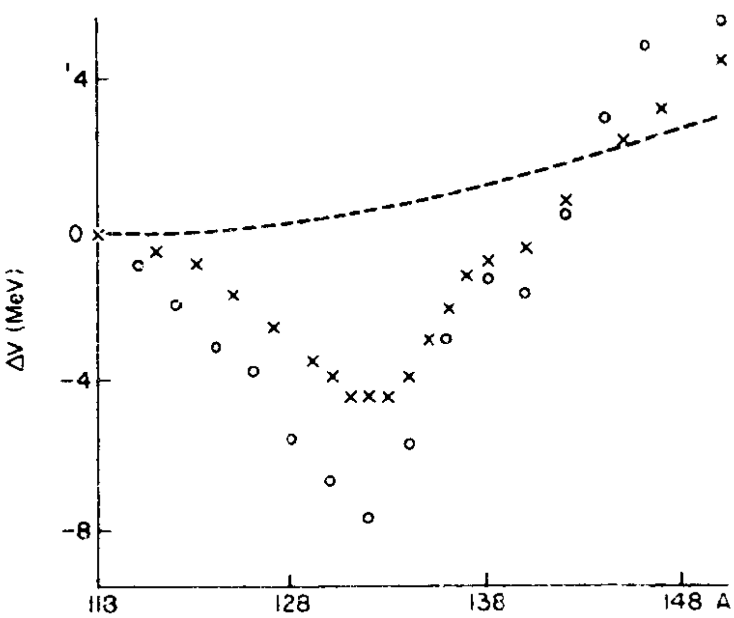
这个模型存在两个问题，一个是基本的，一个是实际的。基本的问题是，势能在断裂点并不呈现极小值，而是通过断裂点继续下降。只有引入一个任意的约束条件（例如两碎片刚好接触），才能定出断裂组态。第二个问题是，对前面的式子求值时，需要知道在大形变下碎片的形变能及能级密度，而这些是没有直接的实验资料可用的。许多人用这公式时，作了经验的参数调整。统计公式最值得注意的特点或许是，能级密度ω_1及ω_2对于激发能（因此也对最大能量E_m）具有指数依赖关系。因此，不同质量比分裂的几率对于形变碎片的质量亏损非常敏感，后者看来又与末态碎片的壳结构有强烈的依赖关系。还有，碎片的壳结构也影响特定激发能处能级密度的绝对值。所以，统计模型在原则上能够把较小的壳效应放大为质量分布及电荷分布上较大的变化。当裂变核的激发能增长时，它也能够说明，原来几率很小的质量分配会逐渐变得几率较大，因为总资用激发能增长时给定的壳效应将变得相对不重要。实际上，激发能增长时，壳效应的破坏可能会比通常用统计公式所预计的快得多，这是由于，它（激发能）既对断裂点各种形变的相对贡献有影响，同时又对能级密度随形变的变化关系有影响。

因为与粒子运动相联系的自由度数目要比转移运动的多得多，所以断裂时碎片相对运动的动能只有KT的量级，或约1MeV。因此碎片的最终动能实际上就决定于两初生碎片之间的库仑相互作

用势，当碎片分开时，这个能量就转变为碎片动能。

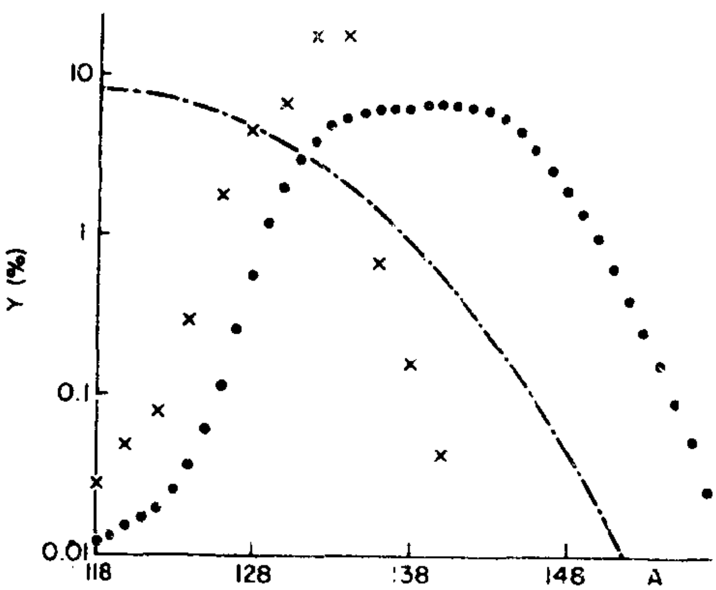
除开质量及动能分布，统计模型在原则上也能够预言裂变的其它许多性质，如特定质量比下的最可几电荷，电荷分布曲线的宽度，以及单个轻碎片或重碎片发射的中子数目及其能谱。多年来作了许多尝试，想利用统计近似来说明裂变特性的某些图象，通常在某一点上采用可调参数。得出的参数值是否合理，可以作为衡量统计近似是否成立的某种尺度。在加进了壳效应之后，裂变的许多图象看来是与统计理论定性相符的。

作为一个十分复杂的统计模型计算的例子，我们简要地讨论一下Ignatyuk(1969)的工作。用两个相接触的变形碎片来表示断裂组态。只考虑四极形变。每个碎片势能随形变的变化，用第二章讨论过的Strutinsky 壳修正方法得出。断裂组态的势能等于两个碎片形变能与碎片间库仑相互作用能之和。如果相对于两碎片的形变求断裂组态势能的极小，就可得到图Ⅸ-21上的势能随碎



图Ⅸ-21　^{236}U裂变核断裂组态势能差值与重碎片质量数A的依赖关系。(----)没有壳效应时的依赖关系；○　加进壳修正以后的结果；×　加进壳效应及对效应后的最后结果。[根据Ignatyuk (1969)。]

片质量的变化关系。核能级密度与形变及与激发能的关系得自与此相适应的Nilsson 单粒子能级。然后对碎片形变及碎片电荷求积分，得出质量产额曲线。结果画在图Ⅸ-22上与实验进行比较。它



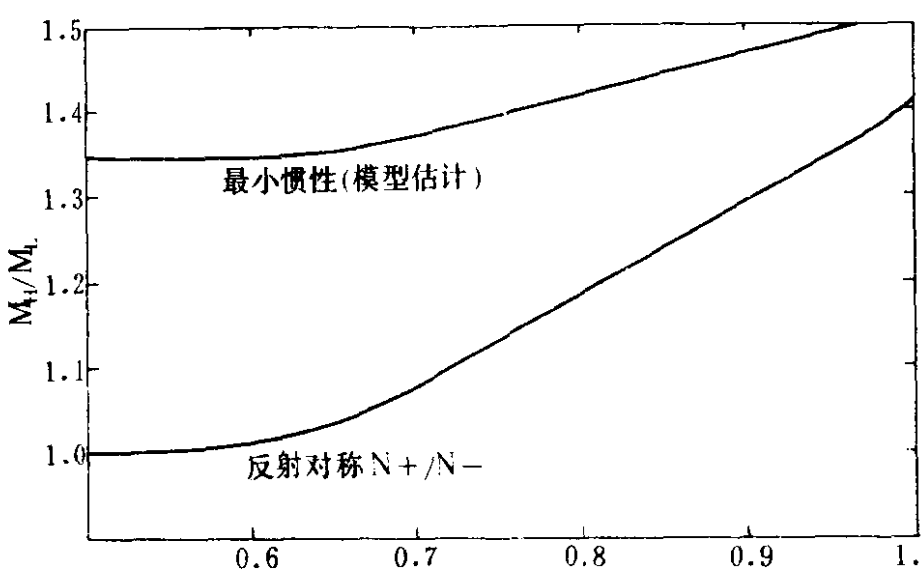
图Ⅸ-22　质量分布计算值(×)与实验值(•)的比较。点虚线表示没有壳效应时的预期值。[引自Ignatyuk (1969)。]

定性地再现了对称裂变的禁阻。计算得出的重碎片质量的最可几值在$A\sim132$，而不是$A\sim140$，而且算出的质量分布宽度太窄。有人提出，这些分歧是由于忽略了碎片之间还存在着一个颈的缘故。碎片平均动能随质量分配的变化也能定性地再现，碎片形变能(可由中子产额估计)也是如此。对称裂变与不对称裂变之比随裂变核激发能的变化，计算结果与实验结果总的说来也一致。

最后，关于统计模型与前面讲的无粘滞LDM模型之间的关系问题，还要作一点注解。假使最后发现，两个模型的许多预言是相似的，我们不应该感到奇怪。在这两个模型里，在趋近断裂时，势能曲面都是重要的。在LDM里，它将通过动力学影响最终结果；在统计模型里，则是由于势能曲面上的极小起作用之故，这种极小在资用激发能(因而也在能级密度)上给出极大值。

2. 一个运动学主导模型

Griffin (1969)曾提出，集体运动可能足够快，以致组态空间里的路径相应于最小的集体惯性。他表明，具有许多能级交叉的路径是与大的惯性参量相联系的。这样，鞍点与断裂点之间的绝热路径(它一般包含许多能级交叉)可能不是快速集体运动的最佳路径。在快速集体运动极限下，每次交叉都导致核子激发。这些激发之和可用来定出一个"快速"势能曲面，它在组态空间里的结构可与绝热势能曲面不一样。在快速集体运动极限下，"快速"势能曲面的谷将决定导向断裂的路径。曾对这种路径作了一个粗略的估计，得到的质量比随Z^2/A的变化见图Ⅸ-23。与实验结果相比，质量比随χ ($\propto Z^2/A$)的变化符合得很不好。实验上是这样的：在低χ值处最可几质量比是1，在$\chi = 0.7$处有一不连续变化，变到约1.4的值，而当χ继续增加时，质量比又逐渐下降。



图Ⅸ-23 快速下降的质量比。上面的曲线是，以最小惯性的路径作判据，用粗略的模型估算出来的质量比。这相应于，假设每次能级交叉时都发生"跳跃"而得出的势能曲面上的路径。下面的曲线是一个较早的估算，假设当不同对称性的能级交叉时也都发生"跳跃"。[引自 Griffin (1969)。]

参 考 文 献

Bolsterli, M., Fiset, E. O., Nix, J. R., and Norton, J. L. (1972). *Phys. Rev. C* 5, 1050.

Brack, M., Damgaard, Jens, Jensen, A. S., Pauli, H. C., Strutinsky, V. M., and Wong, C. Y. (1972). *Rev. Mod. Phys.* 44, 320.

Cohen, S., and Swiatecki, W. J. (1963). *Ann. Phys. (New York)* 22, 406.

Fong, P. (1956). *Phys. Rev.* 102, 434.

Fong, P. (1964). *Phys. Rev.* 135, B 1338.

Griffin, J. J. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 3. IAEA, Vienna.

Hasse, R. W. (1969). *Nucl. Phys. A* 128, 609.

Hill, D. L. (1958). *Proc. U. N. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, 2nd*, 15, p. 244. United Nations, Geneva.

Hill, D. L., and Wheeler, J. A. (1953). *Phys. Rev.* 89, 1102.

Ignatyuk, A. V. (1969). *Sov. J. Nucl. Phys.* 9, 208.

Möller, P., and Nilsson, S. G. (1970). *Phys. Lett. B* 31, 283.

Nix, J. R. (1963). *Proc. Conf. Reactions between Complex Nuclei, 3rd, Asilomar, California, 1963* (A. Ghiorso, R. M. Diamond, and H. E. Conzett, eds.), p. 366. Univ. of California Press, Berkeley.

Nix, J. R. (1967). *Ann. Phys.* (New York) 41, 1.

Nix, J. R. (1969). *Nucl. Phys. A* 130, 241.

Nix, J. R., and Swiatecki, W. J. (1965). *Nucl. Phys.* 71, 1.

Pashkevich, V. V. (1971). *Nucl. Phys. A* 169, 275.

Pauli, H. C., Ledergerber, T., and Brack, M. (1971). *Phys. Lett. B* 34, 264.

Scharnweber, D., Mosel, U., and Greiner, W. (1970). *Phys. Rev. Lett.* 24, 601.

Scharnweber, D., Greiner, W., and Mosel, U. (1971). *Nucl. Phys. A* 164, 257.

Strutinsky, V. M. (1964a). *Sov. Phys. JETP* 18, 1305.

Strutinsky, V. M. (1964b). *Sov. Phys. JETP* 18, 1298.

Swiatecki, W. J. (1970). *Proc. Int. Conf. Nucl. Reactions Induced by Heavy Ions, Heidelberg, July 1969* (R. Bock and W. R. Hering, eds.), p. 729. North-Holland Publ., Amsterdam.

Tsang, C. F., and Wilhelmy, J. B. (1972). *Nucl. Phys. A* 184, 417.

Wilets, L. (1964). "Theories of Nuclear Fission." Oxford Univ. Press, London and New York.

第十章　裂变时释放的动能

A．总动能与裂变核的质量及电荷的关系

裂变时释放出来的总资用能量绝大部分变为碎片的动能。Terrell（1959）首先注意到，低能裂变总动能与裂变核的 Z、A 之间有一个简单的经验关联，即总动能是 $Z^2/A^{1/3}$ 的线性函数。这种形式的依赖关系定性地不难理解，假设碎片动能是两个相接触的球之间库仑排斥的结果：

$$V_c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2} \tag{X-1}$$

考虑对称裂变，$Z_1 = Z_2 = Z/2$，$A_1 = A_2 = A/2$，并把半径通过质量数来表示，$R = r_0 A^{1/3}$，可得

$$V_c = \frac{Z^2 e^2}{8\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3} r_0 A^{1/3}} \tag{X-2}$$

此式说明了动能与 Z、A 之间的函数依赖关系，尽管为了拟合动能绝对值所要求的 r_0 是太大了。这本是预想得到的，因为在推导公式时假设了碎片是球形的，没有考虑碎片形变。不过我们应该小心，不要过分看重这个关联式，因为观察到的动能随质量比的变化与根据（X-1）式所预期的很不一致。而且，理论计算表明，高 Z^2/A 情况下最终总动能的相当一部分是在断裂前就具有的。

表X-1汇总了不同种类裂变核的最可几总动能数据（已对所有可能的质量分配作了平均）。这些结果也画在图X-1上。给出的值是发射中子前碎片动能之和，这在低能裂变时一般要比发射中子后的动能高出1—2%。由图可见，如把较轻元素的数据包括在内，经验公式里加上一个常数项将拟合得更好。最近，Unik和Gindler（1971）对于重元素低能裂变动能数据作了新的编纂。

表 X-1

裂变释放的总动能(发射中子前)[a]

复合核	靶核	入射粒子	$Z^2/A^{1/3}$	E^*	原始实验值 $[E_k]$		修正值 $[E_k]$
^{157}Ho	^{141}Pr	166-MeV ^{16}O	832.1	126	111.2	±6.6	114.7
^{171}Lu	^{159}Tb	125-MeV ^{12}C	908.2	106	117.5	±4.8	120.9
^{175}Ta	^{159}Tb	166-MeV ^{16}O	952.7	131	124.3	±4.4	127.7
^{177}Ta	^{165}Ho	125-MeV ^{12}C	949.1	104	122.0	±5.2	125.4
^{181}Re	^{169}Tm	125-MeV ^{12}C	994.4	102	122.3	±4.2	125.7
		166-MeV ^{16}O		129	127.3	±5.4	130.7
^{186}Os	^{174}Yb	109-MeV ^{12}C	1012	88	127	±6	—
		125-MeV ^{12}C		103	129	±6	—
	^{170}Er	120-MeV ^{16}O		88	124	±6	—
		136-MeV ^{16}O		103	124	±6	—
		151-MeV ^{16}O		116	128	±6	—
		166-MeV ^{16}O		129	127	±6	—
^{185}Ir	^{169}Tm	166-MeV ^{16}O	1041	127	132.2	±4.0	135.5
^{187}Ir	^{175}Lu	125-MeV ^{12}C	1037	101	131.4	±3.6	134.7
^{191}Au	^{175}Lu	166-MeV ^{16}O	1084	126	137.8	±3.9	141.1
^{200}Tl	^{197}Au	25.5-MeV ^{3}He	1122	36	140.3	±2.0	143.7
^{201}Tl	^{197}Au	43-MeV ^{4}He	1120	41	138	±4	140.0
		70-MeV ^{4}He		67	142.1	±4	—
^{198}Pb	^{182}W	102-MeV ^{16}O	1154	68	144	±5	—
		115-MeV ^{16}O		80	144	±5	—
		127-MeV ^{16}O		92	146	±5	—
		144-MeV ^{16}O		106	146	±5	—
		165-MeV ^{16}O		126	147	±5	—
^{208}Bi	nat. Tl	25.5-MeV ^{3}He	1163	36	141.7	±3.0	145.1
^{209}Bi	nat. Tl	43-MeV ^{4}He	1161	39	143	±5	145.0
^{209}Po	^{206}Pb	25.5-MeV ^{3}He	1189	35	145.5	±2.0	148.8
^{211}Po	nat. Pb	43-MeV ^{4}He	1185	34	146	±5	148.0
^{211}Po	^{209}Bi	21.5-MeV ^{2}H	1185	29	143	±5	145.0
^{209}At	^{197}Au	125-MeV ^{12}C	1218	85	147.2	±3.6	150.5
^{212}At	^{209}Bi	22.1-MeV ^{3}He	1212	27	146.5	±2.0	149.8
		25.5-MeV ^{3}He		31	147.3	±2.0	150.9
^{213}At	^{209}Bi	42-MeV ^{4}He	1210	31	150	±3	152.0
		43-MeV ^{4}He		32	148	±4	150.0
		65-MeV ^{4}He		54	150.1	±4	—
^{213}Fr	^{197}Au	166-MeV ^{12}C	1267	124	155.6	±3.4	158.6
^{221}Ac	^{209}Bi	125-MeV ^{12}C	1310	92	158.7	±3.0	161.6
^{228}Ac	^{226}Ra	9.8-MeV ^{2}H	1297	18	155.8	±2.0	159.0
		11.7-MeV ^{2}H		20	154.9	±2.0	158.1
		14.0-MeV ^{2}H		22	154.9	±2.0	158.1

续表

复合核	靶核	入射粒子	$Z^2/A^{1/3}$	E^*	原始实验值 $[E_k]$		修正值 $[E_k]$
^{229}Th	^{226}Ra	20.9-MeV ^3He	1324	30	157.7	±2.0	160.9
		23.9-MeV ^3He		32	158.9	±2.0	162.1
^{230}Th	^{226}Ra	22.1-MeV ^4He	1322	17	159.7	±2.0	162.9
		27.1-MeV ^4He		22	160.3	±2.0	163.5
		30.8-MeV ^4He		26	165	±3	166.5
		33.7-MeV ^4He		29	165	±4	166.5
^{225}Pa	^{209}Bi	166-MeV ^{16}O	1362	115	166.3	±3.0	169.1
^{231}Pa	^{230}Th	6.8-MeV ^1H	1350	12	162.4	±2.0	165.6
		8.0-MeV ^1H		13	162.6	±2.0	165.8
^{232}Pa	^{230}Th	12.0-MeV ^2H	1348	20	166.3	±2.0	—
		14.0-MeV ^2H		22	167.3	±2.0	—
^{234}U	^{233}U	热中子	1374	5.9	169.4	±1.7	—
	^{230}Th	25.7-MeV ^4He		20	167.5	±2.0	—
				20	169.6	±2.0	—
		29.5-MeV ^4He		24	166.0	±2.0	—
				24	169.0	±2.0	—
^{236}U	^{235}U	热中子	1370	5.3	168.3	±1.7	—
	^{232}Th	21.4-MeV ^4He		16	172.5	±3.2	—
		21.8-MeV ^4He		17	169.1	±2.0	—
		22.1-MeV ^4He		17	171.4	±2.0	—
				18.9	170.5	±3.5	—
		25.7-MeV ^4He		21	168.2	±2.0	—
					171.1	±2.0	—
					171.3	±3.2	—
		29.5-MeV ^4He		24	167.0	±2.0	—
				24	170.7	±2.0	—
		33.0-MeV ^4He		28	170.5	±3.5	—
		65.0-MeV ^4He		59	168.0	±4.5	—
^{237}Pu	^{233}U	21.8-MeV ^4He	1428	16	176.3	±2.0	—
		22.1-MeV ^4He		16	175.5	±2.0	—
		25.5-MeV ^4He		20	170.3	±2.0	173.4
		25.7-MeV ^4He		20	174.9	±2.0	—
				20	174.6	±2.0	—
		29.5-MeV ^4He		24	174.2	±2.0	—
		29.7-MeV ^4He		24	173.9	±2.0	—
^{240}Pu	^{239}Pu	热中子	1422	6.5	175.0	±1.7	—
^{242}Pu	^{238}U	25.7-MeV ^4He	1418	20	176.0	±3.2	—
		27.8-MeV ^4He		22	175	±5	—
		29.4-MeV ^4He		24	173	±4	—
		30.4-MeV ^4He		25	175	±5	—
		32.6-MeV ^4He		27	175	±5	—
		33.0-MeV ^4He		28	174.7	±3.5	—
		34.2-MeV ^4He		29	177	±5	—
		35.6-MeV ^4He		30	176.5	±5	—
		42.0-MeV ^4He		36	171	±4	173.3
		65.0-MeV ^4He		59	173.0	±4.0	—

续表

复合核	靶核	入射粒子	$Z^2/A^{1/3}$	E^*	原始实验值 $[E_k]$		修正值 $[E_k]$
^{248}Cm	自发裂变		1467	0	179	±2	181.7
^{248}Cf	自发裂变		1529	0	188.7	±1.3	189.9
^{250}Cf	自发裂变		1525	0	185	±3	187.7
	^{238}U	125-MeV ^{12}C		95	183.2	±4.0	185.5
^{252}Cf	自发裂变		1521	0	185.7	±0.1	—
	自发裂变			0	185.5	±1.0	—
	自发裂变			0	186.5	±1.2	—
^{254}Cf	自发裂变		1517	0	185	±2	187.7
	自发裂变			0	186.1	±2.8	187.3
^{253}Es	自发裂变		1550	0	188	±3	190.7
^{252}Fm	^{240}Pu	125-MeV ^{12}C	1583	98	185.6	±4.0	187.9
^{254}Fm	自发裂变		1579	0	189	±2	191.7
	^{238}U	166-MeV ^{16}O		118	185.6	±2.0	187.9
^{256}102	^{240}Pu	166-MeV ^{16}O	1639	114	192.7	±4.6	194.9

a．在可能的地方，对数据作了一点修正，即以 Whestone 所得 ^{252}Cf 的 $[E_K]=185.7$ MeV 作为共同的能量基准。也进行了发射中子的修正及质量中心运动的修正。符号 $[E_k]$ 表示最可几总动能。[引自 Viola (1966)，那里有原始参考文献目录。]

在各个裂变事件之间，释放的动能有相当大的变化。这些变化只不过简单地反映了断裂点核的伸长度的分布。在固定质量比下，对于最可几总动能或平均总动能的偏差，典型的均方根偏差值是 8 MeV。这相当于，断裂时碎片之间距离的均方根偏差仅为约 5 %或约 1 fm。实验上发现，总动能分布曲线的宽度既随裂变核激发能而增长，也随裂变核的 Z^2/A 值而增长。宽度随 Z^2/A 而增长多半是由于观察到较重元素平均总释放能随质量比有较强的变化。总动能分布宽度的实验值与液滴模型的预期值的比较见第九章 B 节。

B．总动能与质量分配的关系

最近对于总动能与质量分配的关系做了大量的实验。在铀钚低能裂变时，肯定了对称质量分配处总动能有很大的凹坑，而在

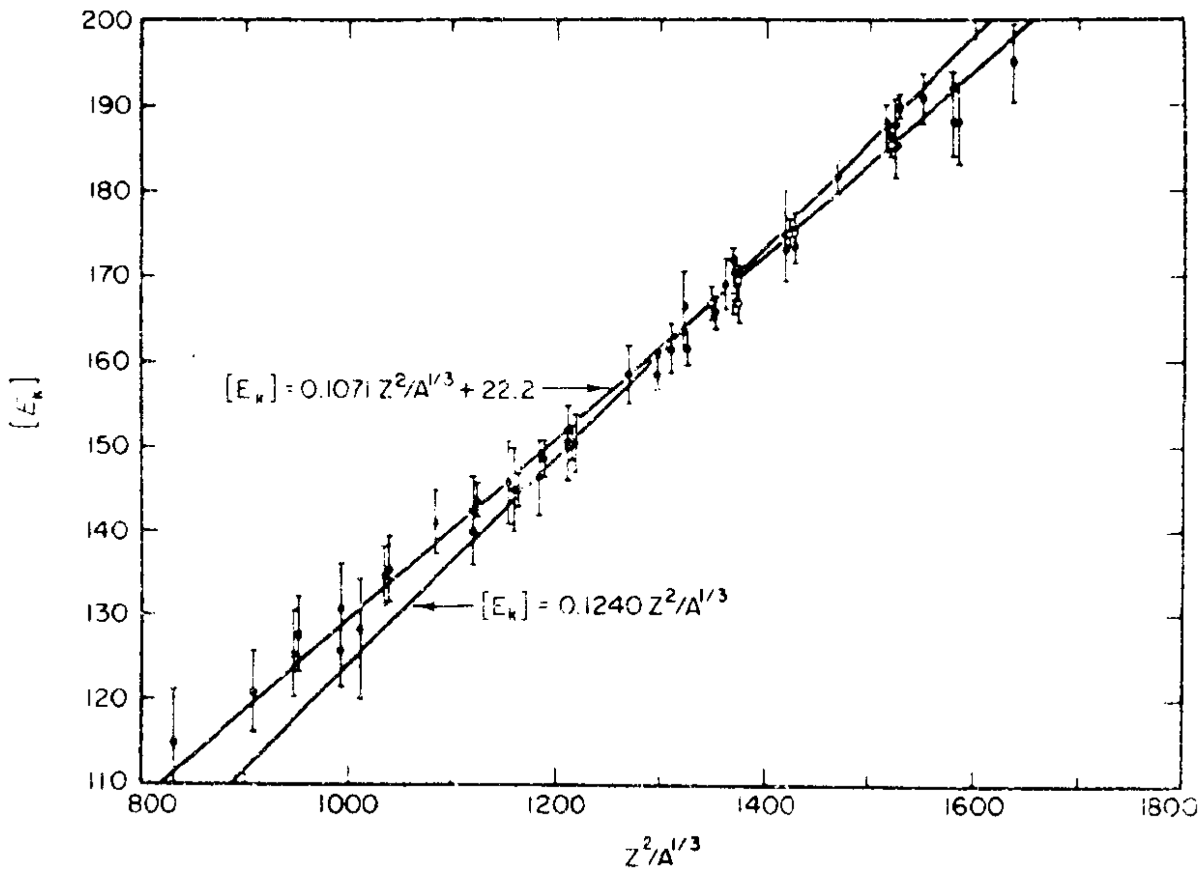
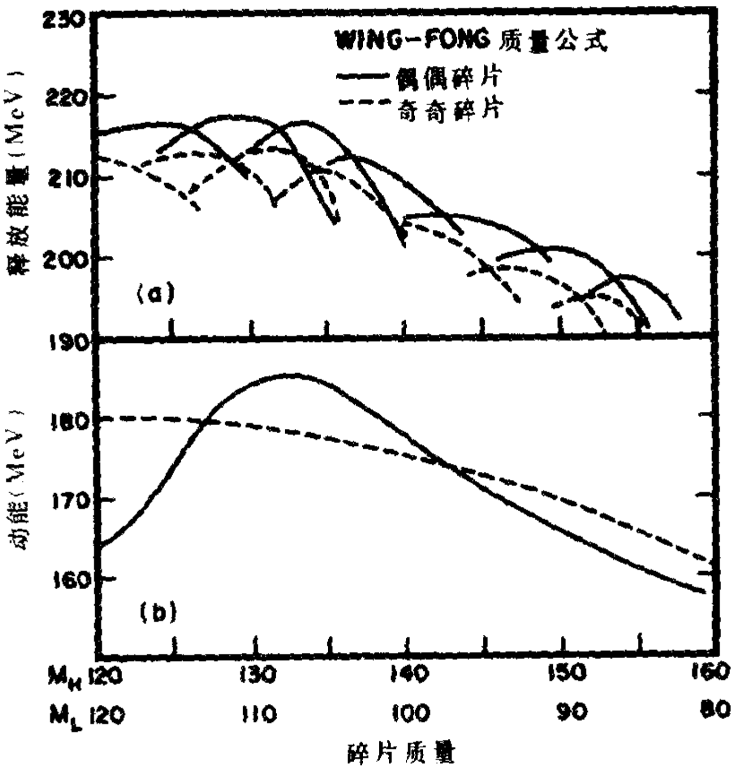


图 X -1 [E_k](即裂变碎片总动能的最可几值)与库仑能参数$Z^2/A^{1/3}$之间的关系。Z和A是裂变核(复合核)的电荷和质量。●半导体探测器的数据，○飞行时间方法的数据。图上画的是表X -1 上修正后的值(如不需修正，即为原始实验值)。在有的实验里，作者对同一复合核在几种激发能下进行了测量，那就只取其平均值。[引自 Viola (1970)。]

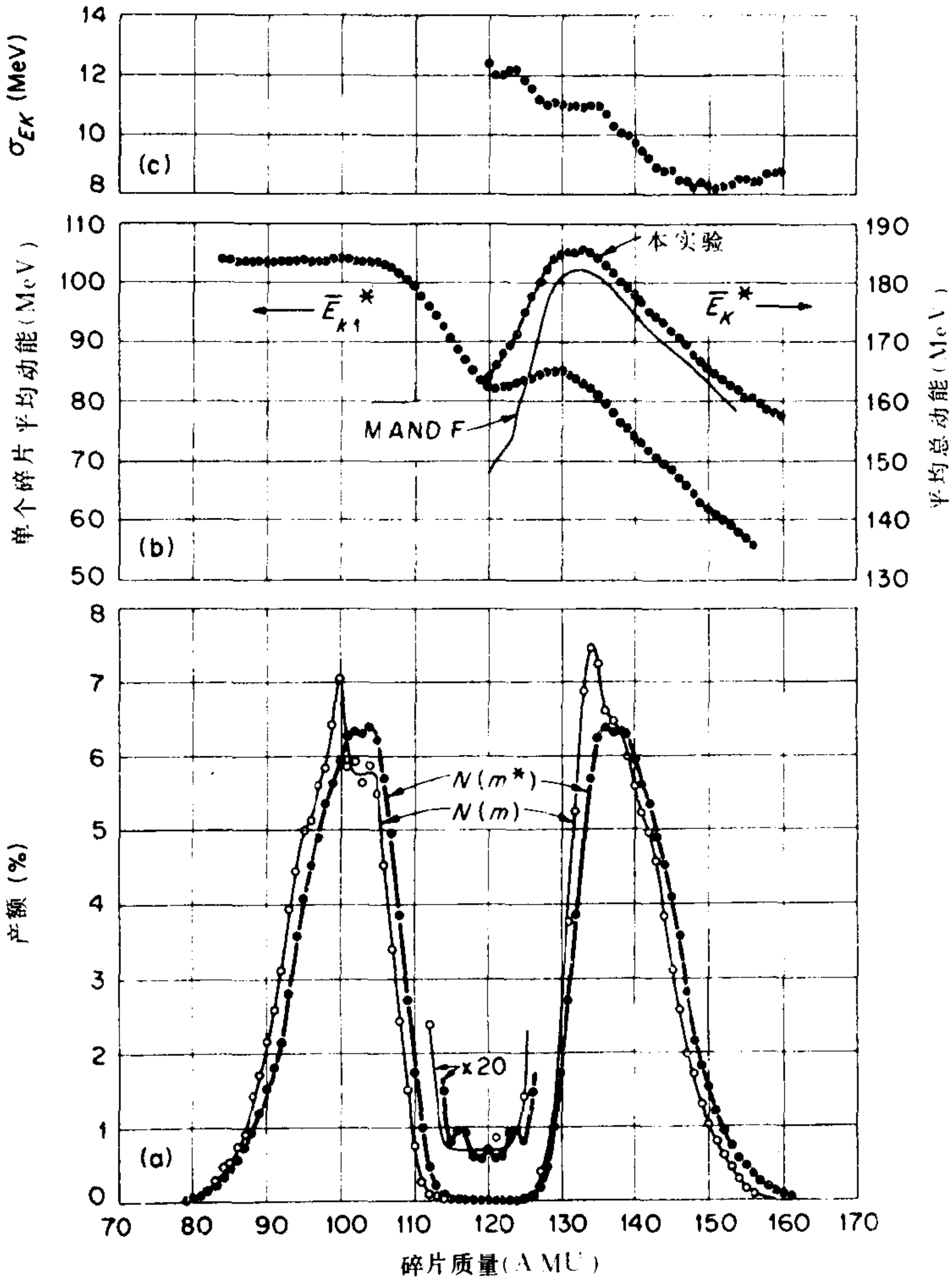
重碎片为$A=132$的不对称裂变处，总动能有一个突出的峰。图X -2是其中的一个例子。坑的深度为，比$A\simeq132$处的峰约低20 MeV。这比从质量公式估计的对称裂变与不对称裂变之间释放的最大资用能量差值(见图X -2a，约2MeV)大得多。从简单的两相触球模型预言的总动能与质量比的关系也画在图上。质量比很不对



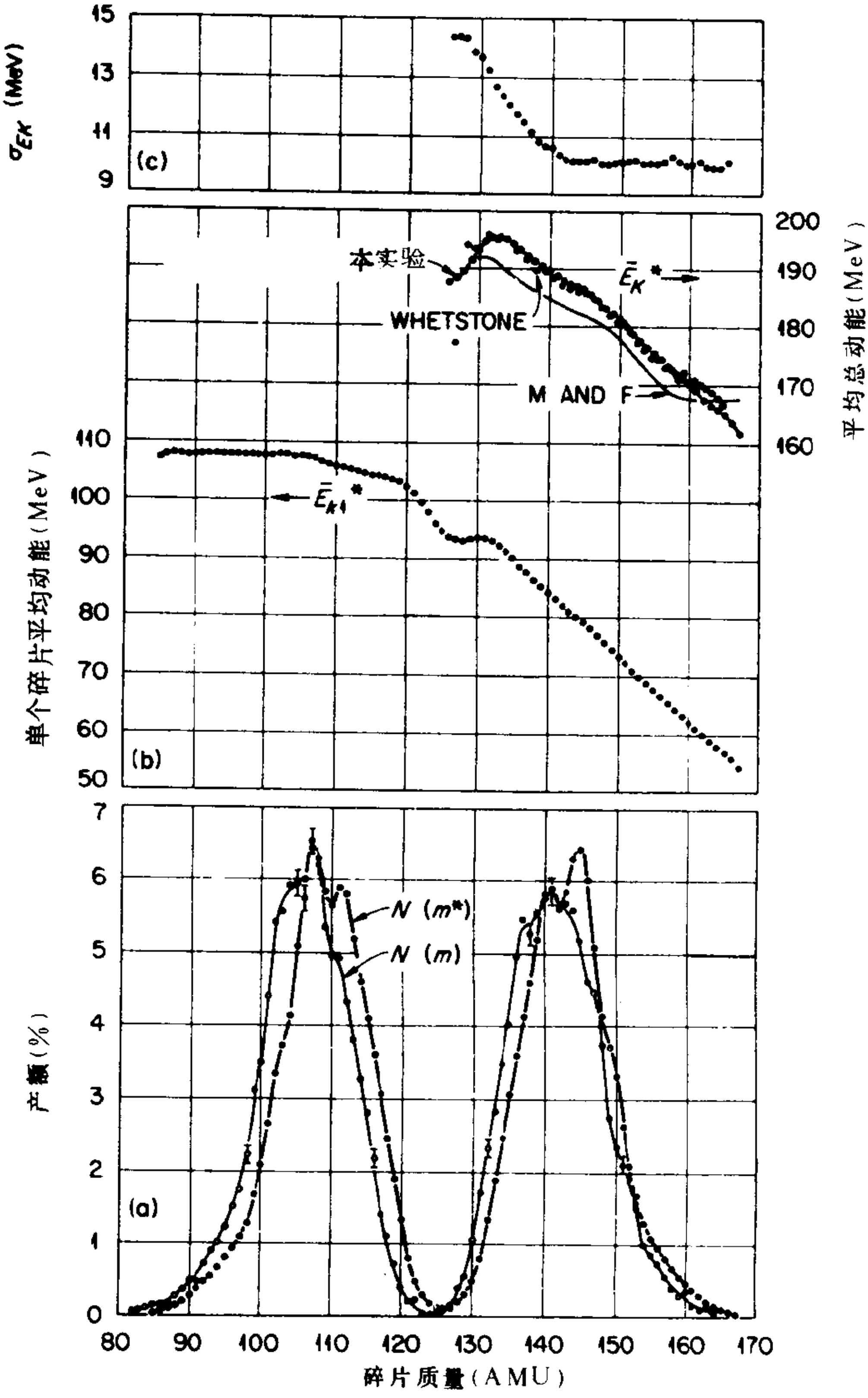
图X-2 热中子引起^{239}Pu裂变时碎片总动能(*b*)及总释放资用能量(*a*)随碎片质量的变化。[根据Neiler等(1966)。]虚线是由$E_K \propto Z^2/(A_1^{1/3}+A_2^{1/3})$公式算出的动能随质量比的变化(任意归一)。

称处动能下降的斜度与总释放能曲线的相似，意味着在这些质量比下，简单的能量限制可能起作用。图X-3上画着单个碎片的动能及总动能分布的均方根宽度，同时还画出了质量产额曲线。对于^{252}Cf自发裂变的类似实验结果见图X-4。^{252}Cf对称裂变的动能下降要小得多，但动能极大值仍在$A \sim 132$处。最近^{257}Fm自发裂变及中子裂变的结果（Balagna等，1971；John等，1971）表明，当裂变核质量趋近于132的两倍时，对称质量比的总动能将非常大。从图X-5可以看到，动能极大所在的重碎片质量数是极为稳定的。它有力地暗示着，这个碎片的壳结构影响了断裂形状，使库仑相互作用能量变高。

激发能增长的作用是使动能随质量比的变化曲线上的结构变



图X-3 热中子引起^{239}Pu裂变：(*a*)发射中子前的质量分布$N(m^*)$及发射中子后的质量分布$N(m)$；(*b*)单个碎片的平均动能及平均总动能（细实线是Milton和Fraser较早的飞行时间测量结果）；(*c*)总动能分布的均方根宽度。[引自Neiler等（1966）。]



图X-4 ^{252}Cf 自发裂变。图注同图X-3。[引 自 Schmitt等(1966)。]

小，见图X-6。既然激发能的作用是破坏与一定中子数和质子 数

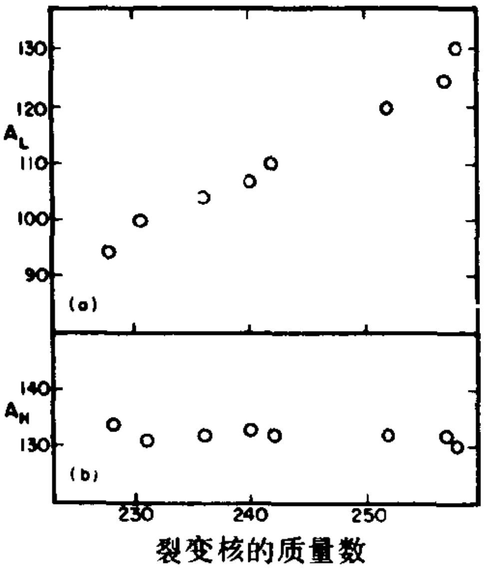


图 X-5　总动能为极大处互补的轻碎片(a)及重碎片(b)的质量数随裂变核质量的变化。L 表示轻碎片，H表示重碎片。

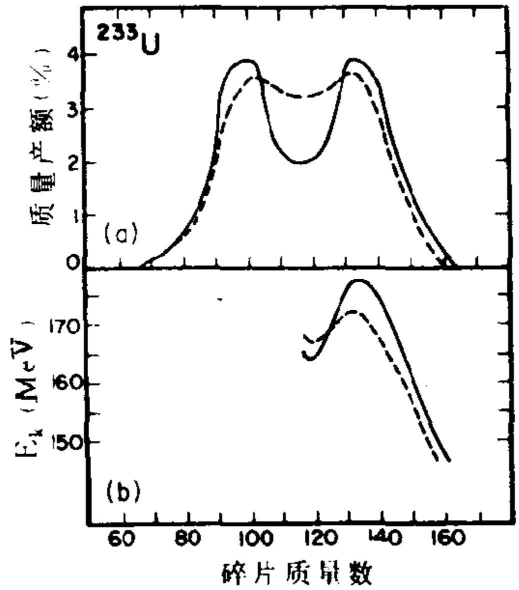


图 X-6　质量分布以及不同质量比下的动能随激发能的变化。曲线画的是9.5 MeV (—) 及20MeV (----)质子引起^{233}U裂变。[引自Bishop等 (1970)。]

有关的特殊性质，那么在$A\simeq132$处动能随激发能的增高而下降，对称裂变处动能随激发能而上升，这种事实暗示着：壳效应的作用是，使有些初生碎片比“平均核”(指假设不存在壳效应时的核)对于变形更稳定，有些则更不稳定。

轻于镭的靶核（其质量产额曲线是对称的）在对称质量分配处动能最大，质量不对称性增加时，动能下降。下降的速度与激发能有关。这可在图 X-7上^{210}Po复合核的例子上看出。没有发现在$A\simeq132$ 处的碎片动能有明显的增长，虽然这或许只是简单地反映了下一事实，即在初始复合核激发能不大时，这个质量区碎片的产额太小，使得难以定出动能来。

关于动能分布宽度随质量比的变化，现在了解得还很不够。在对称裂变与导致$A\simeq132$ 碎片的裂变之间的区域，在宽度上通常观察到一个峰，见图X-3上图的黑点。这刚巧是过渡区域，即正当壳效应有利于大形变(相当于两壳层间中部的碎片)的情形转变

为壳效应有利于小形变(A～132,闭壳层碎片)情形的过渡区域。

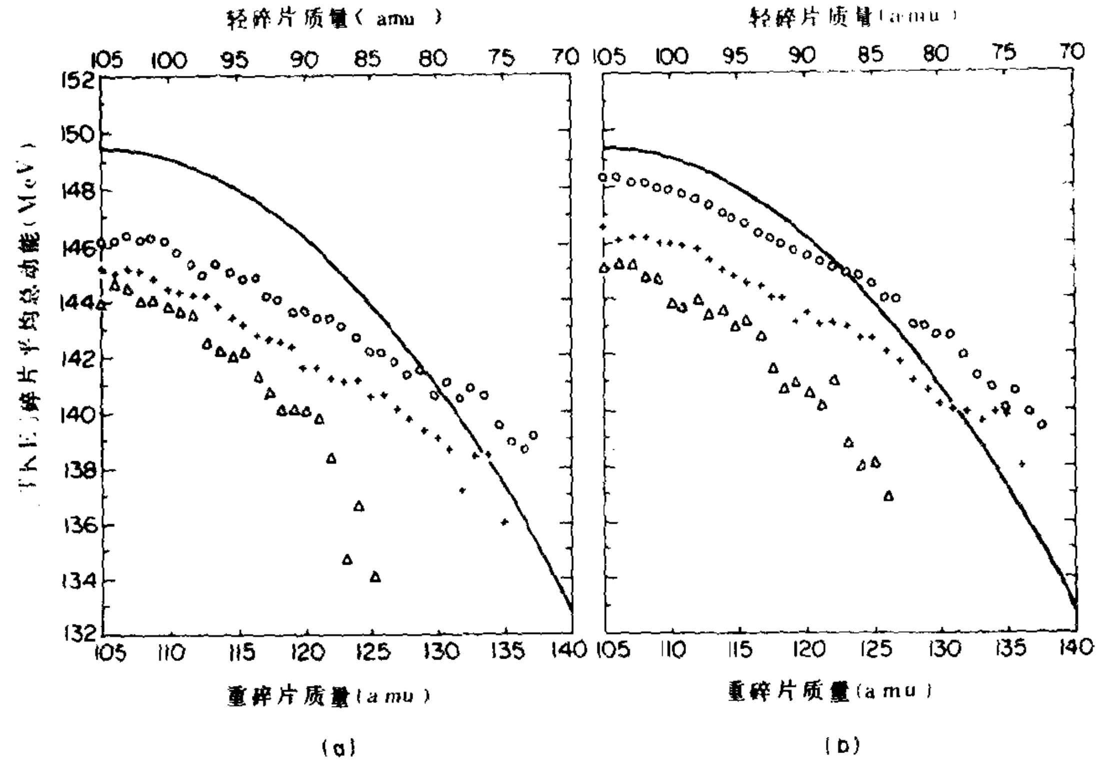
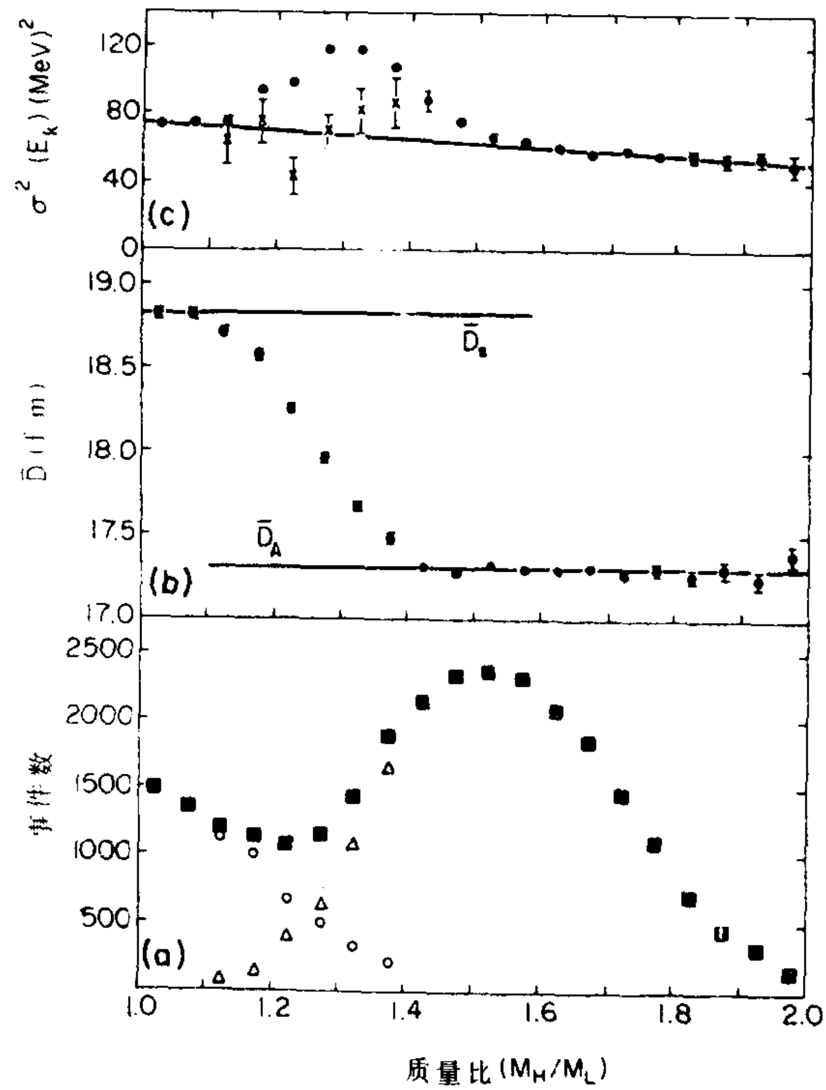


图 X-7　^{210}Po 在三种激发能(E^*)下的平均碎片总动能与碎片质量的关系。(*a*) $^{209}Bi + p \to {}^{210}Po^* \xrightarrow{f}$; (*b*) $^{206}Pb + \alpha \to {}^{210}Po^* \xrightarrow{f}$。(△: $E^* = 31$ MeV; +: $E^* = 44$MeV; ○: $E^* = 57$MeV。)实线引自Nix和Swiatecki的理论工作。[引自Unik等(1969)。]

Britt等(1963)在某种程度上成功地把宽度随质量比的变化与两种裂变“模式”各占多少比例的问题联系起来。所谓两种裂变“模式”的设想，首先应用于如^{226}Ra那种核的裂变，即质量分布上同时呈现对称峰和不对称峰(三峰)的情形。这种设想假定，有两种裂变模式，一种是对称裂变，一种是不对称裂变。而每一种裂变模式都有特征的断裂距离D，在同一种“模式”内，不管质量比如何，D是常数。平均动能假定由$Z_1Z_2e^2/D$给出。对于观察到的对称与极不对称质量比的动能值作拟合，可以导出对称模式及不对称模式各自的D值。发现对称裂变模式的断裂距离较大，因而

对称模式释放的总动能要比不对称模式的来得小。从现在谈到的角度看，这是使用两种裂变“模式”这一概念唯一的特征区分。实验上测得在过渡区动能分布的方差增大，可以归因于两种分布的叠加，这两种分布方差相等，但平均动能不一样。把质量分布分解为两个组份，分别属于对称或不对称裂变模式，见图X-8a。如



图X-8 27.1MeV ^{4}He引起^{226}Ra裂变时，产额(a)、断裂距离$\overline{D}$(b)以及总动能分布方差(c)与碎片质量比的关系。(a)■：产额测量值；○：归属于对称裂变模式的产额值；△：归属于不对称裂变模式的产额值。(c)$\sigma_i^2(E_k)$的测量值(●)及修正后的值(×)。分解为两种模式的成功，由(c)图上(×)点落在平滑曲线上的程度看出。[引自Britt等(1963)。]

果假定每种裂变模式给定质量比的动能分布都具有高斯形状，并假设它们的方差$\sigma_i^2(E_k)$相同，那么，因为同时有两个分布而引起的对实测方差值$\sigma^2(E_k)$的贡献将是$\sigma^2(E_k)-\sigma_i^2(E_k)=F(1-F)(E_k^a-E_k^S)$，式中$F$是对称裂变模式所占的份额，$E_k^a$、$E_k^s$分别是对称模式与不对称模式的平均总动能。实验方差值经过对这一贡献的修正之后，就得到图Ⅹ-8c上用×表示的点。在试图把上述手段推广到钍铀靶核的裂变时发现，对于不对称（也是主要的）裂变模式而言，断裂距离D将不再与质量比无关了。

C．总动能与激发能的关系

在裂变研究的历史上，很早就发现，碎片动能对于激发能很不敏感。当时把350MeV质子引起裂变与热中子引起裂变两种裂变产物的射程作了比较。两者射程几乎相等，因之动能也几乎相等。这表明，增加的资用激发能的极大部分并没有变到裂变自由度的集体运动上去。这只不过反映了下述事实，即存在着更多的粒子自由度可以被激发。动能几乎不变也意味着，断裂点碎片间平均距离与激发能大致无关。

对于重元素裂变动能与激发能关系的更精密的测量表明，在裂变势垒附近，存在着正负两种方向的不大的变化。Unik和Loveland(1971)测量了^{240}Pu裂变核在4.8—9.0MeV激发能区总动能(TKE)随激发能的变化率。$\{d(\text{TKE})/dE^*\}$的值与所用核反应有关，对^{239}Pu(d, pf)反应为-0.31 ± 0.04MeV/MeV，而对(α, α'f)反应为-1.1 ± 0.1MeV/MeV。两种核反应的差别可能与反应时占据的自旋态不同有关系。另外有证据(Okolovich和Smirenkin, 1963)表明，^{240}Pu自发裂变时释放的动能要比^{239}Pu热中子裂变的低1.5 ± 0.5MeV。这个结果可能意味着，在垒上裂变情况，裂变核从鞍点到达相应于自发裂变时穿出势垒的那一点时，只获得了1或2 MeV的动能。以上实验事实的解释比较复杂，因为不同质量比的总动能随激发能的变化是不一样的，而且质量分布本身也随激发能而改变。

对于较轻元素(其质量分布呈对称峰)动能随激发能的变化进行的研究揭示，动能随激发能而增长。Unik等(1969)得出，在作了角动量效应修正之后，激发能每增加1 MeV，平均总动能将增长0.07 MeV。即使这样的变化率，比起根据资用能量统计分布所预期的值来，也是太大了。按照统计分布，在鞍点给予裂变振荡模的动能是0.5T。这部分地可能是由于动能与质量比有关而引起的。不对称质量分配的动能随激发能的增长，比对称质量分配的动能增长要快些。这可能反映了，当质量很不对称时，资用释放能受到限制。极不对称裂变的Q值比对称裂变的Q值小许多。平均总动能随激发能的增长比纯粹统计考虑预期的更快，部分地还可用核的抗张强度随激发能而改变来解释。如果激发能增高时抗张强度减低，预将在变形较小时裂开，那里库仑力较强。这或许会导致动能随激发能而增长(Unik和Huizenga，1964)。

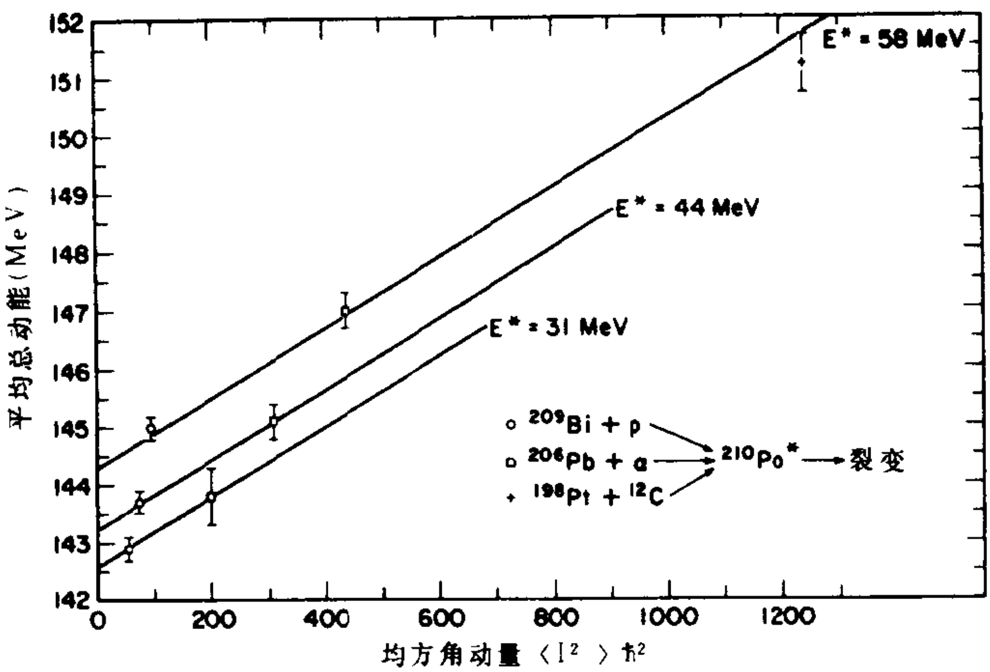
上述工作中还考察了总动能宽度及质量分布宽度与角动量的依赖关系。没有发现宽度随角动量有明显的变化。

D．总动能与角动量的关系

关于动能与角动量的关系，实验上知道得非常少。有一个实验(Unik等，1969)，用三种核反应形成相同激发能的复合核^{210}Po。三种反应的均方角动量相差很大，质子轰击^{209}Bi时角动量最小，^{12}C轰击^{198}Pt时最大。这个工作的结果见图Ⅹ-9。只有在^{210}Po的激发能为58 MeV的情况，用了三种不同入射粒子(选择其能量使复合核激发能相等)，因而是用了三种不同的角动量分布进行研究。(其它两种激发能只有两种入射粒子。)这些结果表明，总动能与均方角动量呈线性关系。如果我们假定，最终总动能是断裂点库仑力与离心力两者的结果，那么这样的依赖关系是合理的。不过，比起根据简单的考虑所预期的值来说，这种效应的量级明显太大了。如第七章C节所述，鞍点的平均转动能是

$$R_S^0 = (\hbar^2 \langle J^2 \rangle / 2\mathscr{J}_\perp) + T/2$$

对于这个较难裂变的核，断裂点核形状与鞍点核形状相差不大。



图X-9　平均总动能与均方角动量的关系。$^{12}C+^{198}Pt$反应中的角动量有点不太确定。[引自Unik等(1969, 1971)。]

图X-9上直线斜率给出$\hbar^2/2\mathscr{I}=0.006$MeV，这比鞍点伸长核预期的值大几倍。

存在着几种可能的因素可以解释这一分歧。在第七章C.1节中指出过，有角动量时的鞍点组态会比没有角动量时的具有更小的变形。如果这一点在断裂点也正确，或者，从鞍点到断裂点的下降过程确实是绝热的，那么库仑力将大些，导致总动能较高。另一个因素可能是，由于科利奥里力的作用，角动量削弱了对力(Mottelson和Valatin,1960)。这种效应将使颈较早断裂，那就可能释放较高的动能。角动量在动力学上产生的其它效应也是可能的因素。

E．总动能与电荷分配的关系

可以利用测量碎片射程的方法，来定出电荷分配不等于最可几值情况下的释放动能。因为不可几电荷分配的裂变释放的总能

量较小，所以应该预期总动能会减少。对于在^{233}U及^{235}U热中子裂变时产生的屏蔽核素^{86}Rb及^{136}Cs，曾测量了它们的动能下降(Niday, 1961; Nakahara等, 1969)，得出的能量亏损为5—10 MeV。这种亏损的一部分，特别是在^{136}Cs的情形，是由于下面的原因，即这类碎片是在发射中子数目多于平均数的裂变事件中形成的。

参 考 文 献

Balagna, J. P., Ford, G. P., Hoffman, D. C., and Knight, J. D. (1971). *Phys. Rev. Lett.* **26**, 145.

Bishop, C. J., Vandenbosch, R., Aley, R., Shaw, R. W., Jr., and Halpern, I. (1970). *Nucl. Phys. A* **150**, 129.

Britt, H. C., Wegner, H. E., and Gursky, J. C. (1963). *Phys. Rev.* **129**, 2239.

John, W., Hulet, E. K., Lougheed, R. W., and Wesolowski, J. J. (1971). *Phys. Rev. Lett.* **27**, 45.

Moltelson, B. R., and Valatin, J. G. (1960). *Phys. Rev. Lett.* **5**, 511.

Nakahara, H., Harvey, J. W., and Gordon, G. E. (1969). *Can. J. Phys.* **47**, 2371.

Neiler, J. H., Walter, F. J., and Schmitt, H. W. (1966). *Phys. Rev.* **149**, 894.

Niday, J. B. (1961). *Phys. Rev.* **121**, 1471.

Okolovich, V. N., and Smirenkin, G. N. (1963). *Sov. Phys. JETP* **16**, 1313.

Schmitt, H. W., Neiler, J. H., and Walter, F. J. (1966). *Phys. Rev.* **141**, 1146.

Terrell, J. (1959). *Phys. Rev.* **113**, 527.

Unik, J. P., and Gindler, J. E. (1971). Rep. ANL-7748. Argonne Nat. Lab., Argonne, Illinois.

Unik, J. P., and Huizenga, J. R. (1964). *Phys. Rev. B* **134**, 90.

Unik, J. P., and Loveland, W. D. (1971). Private communication.

Unik, J. P., Cuninghame, J. G., and Croall, I. F. (1969), *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 717. IAEA, Vienna.

Unik, J. P., Cunninghame, J. G., and Croall, I. F. (1971). Private communication.

Viola, V. E., Jr. (1966). *Nucl. Data Sect. A* **1**, 391.

第十一章 裂变的质量分布和电荷分布

A．质量分布

1．引言

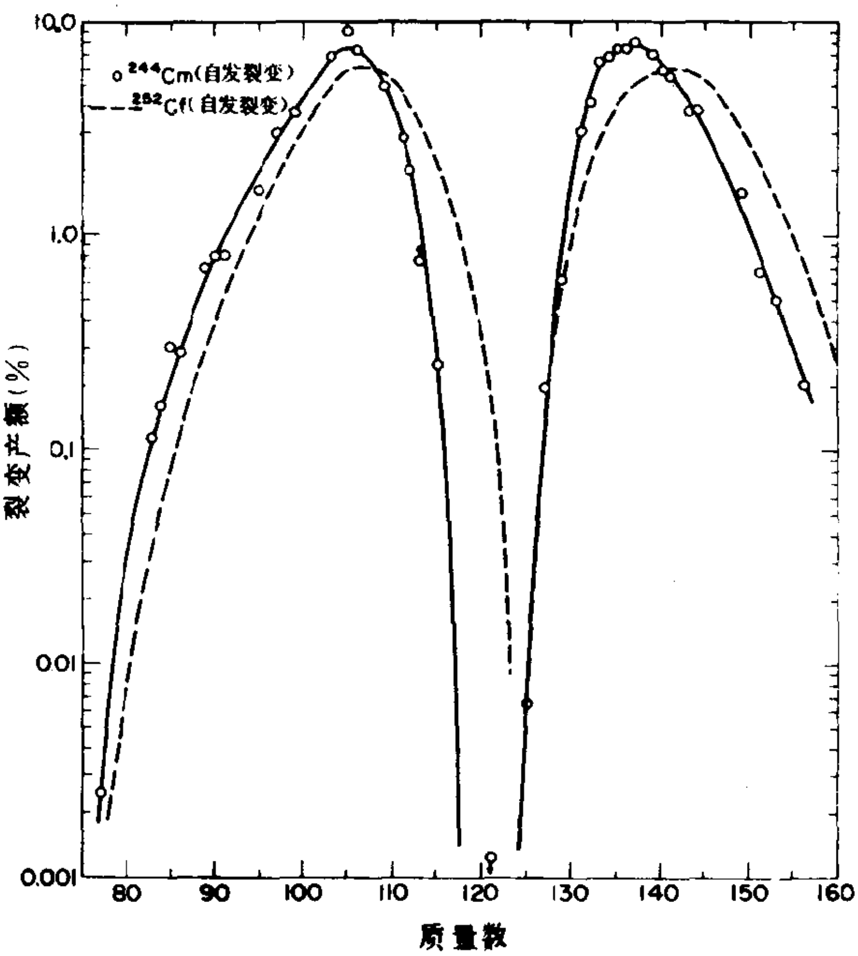
质量分布可能是裂变过程最重要的特性。若干年来，尽管有了不同条件下各种核裂变质量分布的大量实验数据，但迄今还没有能够解释所有实验事实的适当的理论。例如，实验上已了解得很清楚，对一特定核体系，其质量分布随着激发能而变化，也与发生裂变的核体系的质量数A有关。人们已经提出了若干理论模型来解释这些数据，但没有完全成功的(在第九章中曾讨论过)。

在这一章里，我们给出裂变质量分布的一些实验资料。先将本节中要用到的术语说明一下："原始裂变碎片"，指的是发射瞬发中子前的碎片核。"原始裂变产物"，指的是中子发射以后，未发生任何β衰变之前的碎片核，而"次级裂变产物"，指的是原始裂变产物至少发生一次β衰变后而形成的核。裂变产物这一泛称，可用以表示或是原始裂变产物，或是次级裂变产物，也可指两种产物的组合。

2．自发裂变

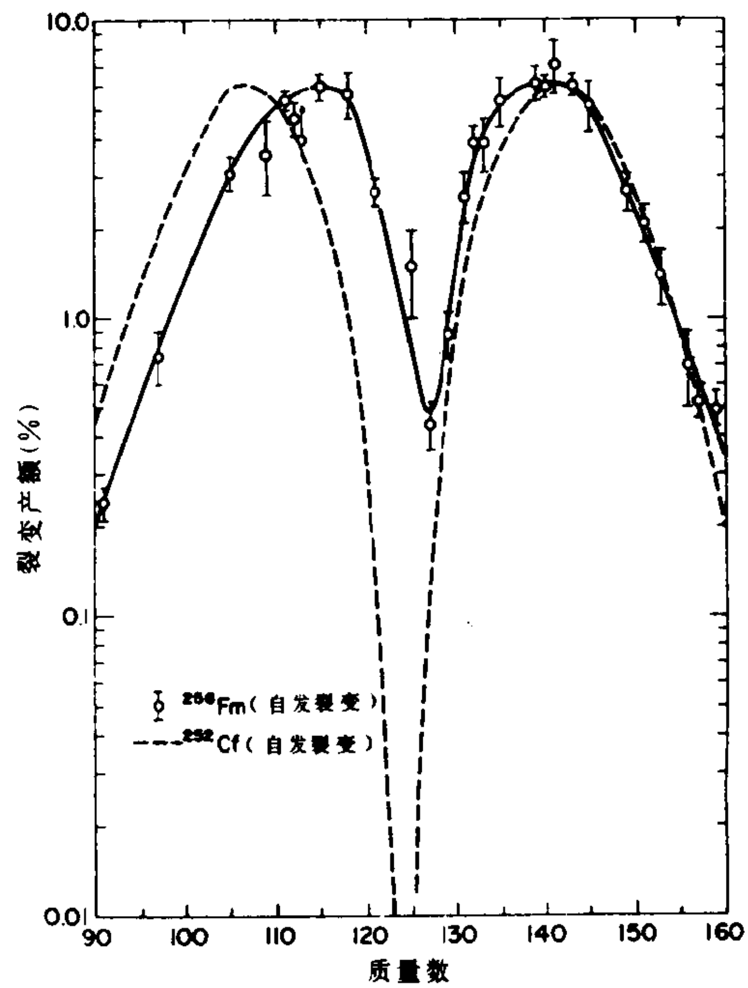
von Gunten(1969)汇总了用放化方法得到的^{238}U、^{240}Pu、^{242}Cm以及^{252}Cf自发裂变质量分布数据。对于^{252}Cf，可以定出对称裂变的产额值，由此得出其峰谷比约为750。对于所有其他的核，对称产额只能求得上限。新近，Flynn等(1972a,b)报道了^{244}Cm和^{256}Fm自发裂变质量产额的放化测量结果。这两个核的裂变产物产额分别画在图Ⅺ-1和图Ⅺ-2上，并且都与^{252}Cf的值作了比较。对于^{244}Cm，^{121}Sn产额的上限为10^{-3}%。这是

已知的对称裂变产物的产额里最低的一个(并且这里只是上限)。^{256}Fm自发裂变近对称处产物的产额比其余裂变核素的同类产额(都用放化法测定)要大几个数量级。其峰谷产额比，如图Ⅺ-2所示，约为12。



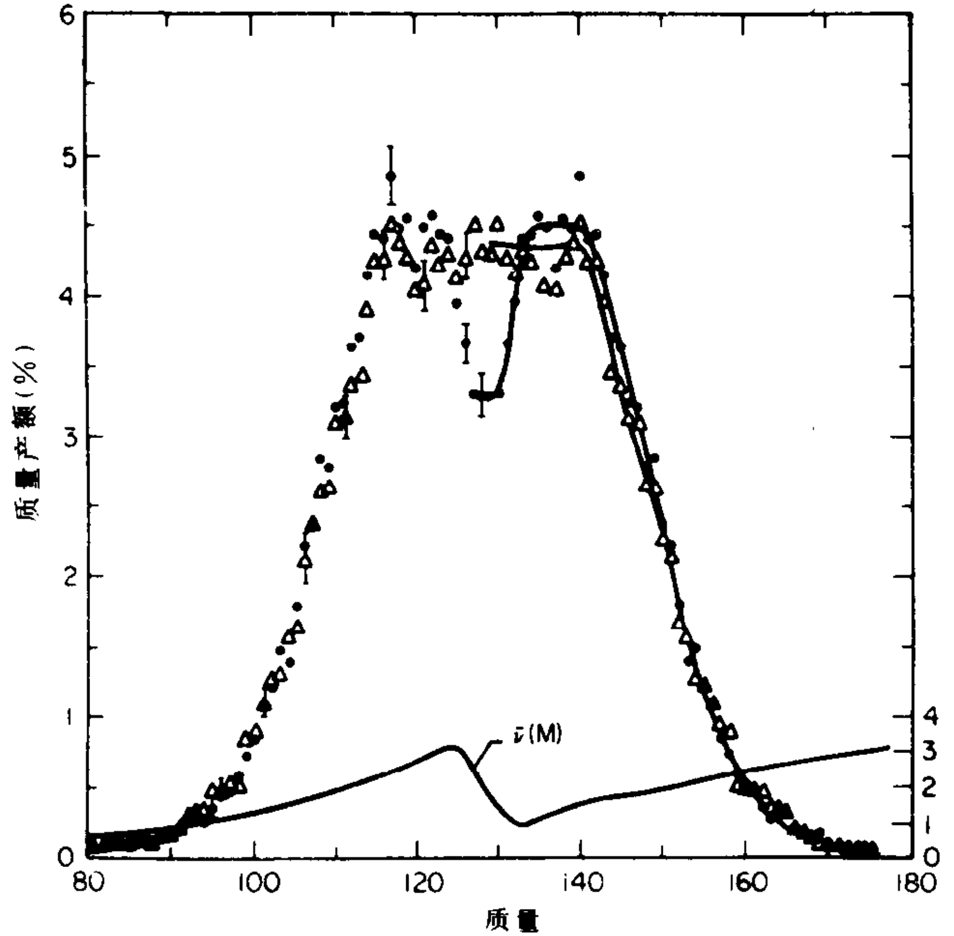
图Ⅺ-1　^{244}Cm自发裂变时裂变产物的产额(%)随质量数的变化。除Kr和Xe是用质谱方法测得的外，其他数据均由放化方法测得。^{252}Cf自发裂变时裂变产物产额随质量数的变化也画在图上，以资比较。[根据Flynn等(1972*a*)。]

Balagna等(1971)报道了^{257}Fm自发裂变原始裂变产物的产额。他们的结果是从对于原始裂变产物(放中子后)的动能进行符合测量得出的。对中子产额随碎片质量的变化作一些假定，就可以把发射中子后的质量转换成原始裂变碎片的质量（即发射中子

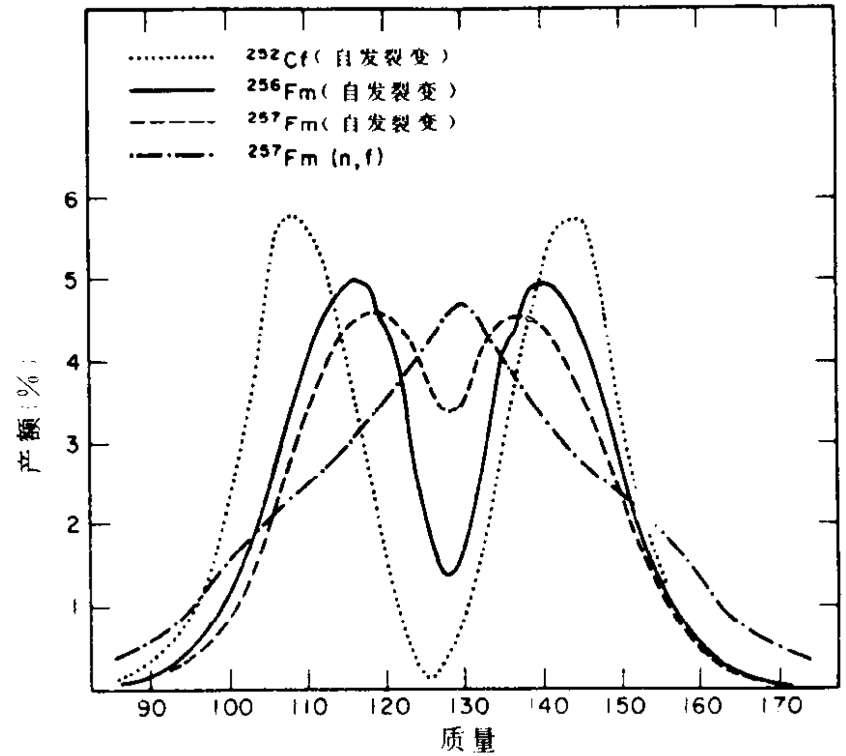


图Ⅺ-2 ^{256}Fm自发裂变时裂变产物的产额(%)随质量数的变化。数据是放化方法得出的。^{252}Cf自发裂变时裂变产物产额随质量数的变化也画在图上，以资比较。[根据Flynn等(1972*b*)。]

前的质量)。在图Ⅺ-3上，画出了分别用两种关于中子产额的假定而得出的产额曲线。从图上可以看到,用双动能方法导出的近对称处的质量产额，对于所作的中子产额假定是很灵敏的。



图Ⅺ-3　^{257}Fm自发裂变原始裂变碎片产额(发射中子前的质量)随质量数的变化。结果从符合动能测量导出。 图上分别画出了用两个不同的中子产额假定得出的原始裂变碎片产额。 空心三角表示使用中子产额不随质量数改变的假定，$\bar{\nu}=2$。黑圆点表示使用了画在图底部的中子产额曲线。[根据 Balagna等(1971)。]



图Ⅺ-4　^{252}Cf、^{256}Fm、^{257}Fm自发裂变以及^{257}Fm热中子裂变时原始裂变碎片产额（发射中子前的质量）随质量数的变化。结果从符合动能测量导出。这张图显示了朝向对称裂变的趋势。〔根据Glendenin(1971)。〕

表 XI-1

中子引起的^{235}U裂变的总链产额[a]

质量数	裂变产物	产额(%) 热中子	裂变谱中子	14MeV 中子
72	^{72}Zn	0.000016		0.0063
73	^{73}Ga	0.00010		(0.010)
74	^{74}Ga	0.00035		(0.016)
75	^{75}Ge	0.0008		(0.028)
76		(0.0025)		(0.046)
77	^{77}As	0.0083	(0.012)	(0.078)
78	^{78}As	0.020	(0.025)	(0.13)
79	^{79}As	0.056	(0.050)	(0.24)
80		(0.104)	(0.097)	(0.39)
81	^{81}Se	0.148	(0.195)	(0.59)
82		(0.32)	(0.315)	(0.84)
83	^{83}Br, ^{83}Kr	0.544	0.615	1.23
84	^{84}Kr	0.97	1.07	(1.5)
85	^{85}Rb	1.30	1.49	(1.90)
86	^{86}Kr	1.89	1.93	(2.35)
87	^{87}Rb	2.53	2.66	(2.85)
88	^{88}Sr	3.58	3.63	(3.4)
89	^{89}Sr	4.76	5.0	4.16
90	^{90}Sr	5.83	5.24	4.5
91	^{91}Zr	5.90	6.1	4.71
92	^{92}Zr	5.98	(6.2)	(5.05)
93	^{93}Zr	6.39	(6.4)	5.4
94	^{94}Zr	6.44	(6.5)	(5.45)
95	^{95}Zr, ^{95}Mo	6.41	6.47	4.80
96	^{96}Zr	6.29	(6.6)	(5.6)
97	^{97}Zr, ^{97}Mo	6.21	6.55	5.29
98	^{98}Mo	5.86	6.04	(5.45)
99	^{99}Mo	6.16	5.9	5.25
100	^{100}Mo	6.44	6.35	(4.85)
101	^{101}Ru	5.02	5.46	(4.5)
102	^{102}Ru	4.17	4.65	(4.0)
103	^{103}Ru	3.0	3.5	3.35
104	^{104}Ru	1.81	2.35	(2.6)
105	^{105}Ru, ^{105}Rh	0.90	1.50	2.09
106	^{106}Ru	0.399	0.97	1.76

续表

质量数	裂变产物	产额 (%)		
		热中子	裂变谱中子	14MeV 中子
107	^{107}Rh	0.19	(0.50)	(1.55)
108		(0.075)	(0.17)	(1.4)
109	^{109}Pd	0.030	0.146	1.17
110		(0.020)	(0.078)	(1.21)
111	^{111}Ag	0.019	0.0456	1.11
112	^{112}Pd	0.010	0.039	0.93
113	^{113}Ag	(0.012)	0.0342	1.15
114	^{114}Cd	(0.011)	0.0342	(1.03)
115	^{115}Cd	0.0104	0.032	0.97
116	^{116}Cd	(0.0104)	0.0359	(1.00)
117	^{117}Cd	0.011	(0.032)	(1.01)
118		(0.0105)	(0.032)	(1.02)
119		(0.0107)	(0.033)	(1.05)
120		(0.0113)	(0.034)	(1.08)
121	^{121}Sn	0.014	(0.036)	1.09
122		(0.013)	(0.040)	(1.19)
123	^{123}Sn	0.015	(0.045)	(1.27)
124		(0.017)	(0.056)	(1.38)
125	^{125}Sb	0.0291	0.073	1.45
126		(0.064)	(0.20)	(1.7)
127	^{127}Sb	0.137	(0.38)	2.09
128	^{128}Sn	0.46	(0.71)	(2.5)
129	^{129}I, ^{129}Sb	1.0	(1.40)	(2.40)
130	^{130}Sb	2.0	(2.4)	(3.95)
131	^{131}I, ^{131}Xe	2.93	3.17	4.23
132	^{132}Te, ^{132}Xe	4.33	4.45	4.70
133	^{133}Xe, ^{133}Cs	6.69	6.69	5.6
134	^{134}Xe	7.92	7.09	5.9
135	^{135}Xe, ^{135}Cs	6.43	6.54	5.7
136	^{136}Xe	6.46	5.93	(5.7)
137	^{137}Cs	6.18	6.25	5.9
138	^{138}Ba	6.71	6.60	(5.5)
139	^{139}Ba	6.48	(6.45)	5.0
140	^{140}Ba, ^{140}Ce	6.34	6.21	4.61
141	^{141}Ce	6.1	6.3	3.8
142	^{142}Ce	5.90	5.82	(4.25)

续表

质量数	裂变产物	产额 (%)		
		热中子	裂变谱中子	14MeV 中子
143	^{143}Ce, ^{143}Nd	5.91	5.80	3.81
144	^{144}Ce, ^{144}Nd	5.40	5.15	3.20
145	^{145}Nd	3.88	3.85	(2.50)
146	^{146}Nd	2.95	3.00	(1.98)
147	^{147}Nd, ^{147}Sm	2.19	2.3	1.64
148	^{148}Nd	1.67	1.75	(1.16)
149	^{149}Pm, ^{149}Sm	1.04	1.16	(0.85)
150	^{150}Nd	0.65	0.832	(0.62)
151	^{151}Sm	0.42	0.438	(0.45)
152	^{152}Sm	0.24	0.309	(0.31)
153	^{153}Sm, ^{153}Eu	0.158	0.21	0.22
154	^{154}Sm	0.064	0.098	(0.153)
155	^{155}Eu	0.031	(0.050)	(0.105)
156	^{156}Eu	0.0134	0.025	0.08
157	^{157}Eu	0.0066		(0.038)
158	^{158}Eu	0.0037		(0.023)
159	^{159}Gd	0.00105	0.0034	0.0127
160				(0.0076)
161	^{161}Tb	0.000082	0.00046	0.0056

a Flynn和Glendenin(1970)。

三种镄同位素的峰谷比随A的增长有显著的改变，见图Ⅺ-4。虽然最对称的分布是属于中子引起^{257}Fm裂变的(John等，1971)，还是把它包括在这张图上，来显示当A或激发能增长时，或者两者同时增长时，有一种趋向于对称裂变的趋势。

3. 粒子引起的裂变

近来，有人将几种可裂变核在不同的入射中子能量下的裂变产物产额汇编发表(Flynn和Glendenin，1970)。在表Ⅺ-1上，我们将其中的^{235}U在三种中子能量下裂变的总链产额列出。这些产额是从放化和质谱两种方法的资料得出的。裂变产额值的估计误差，在5％到20％的范围内。正如可以预料的那样，精度最高的情形是用质谱法测定的稀有气体(氪和氙)产额以及某些情况下

少数放化测量的产额，在这些实验中，绝对裂变率是由几个工作者彼此独立地进行测定的。表Ⅺ-1第二列中的裂变产物指的是对一特定质量链测量的核，假定这个裂变产物核素（有些质量数不止一个核素）能够给出这一质量数的积分产额。括弧里的数字表示那些质量数没有测量值，是通过内插得来的链产额。对于热中子引起 ^{235}U 裂变，轻碎片群和重碎片群各自的链产额总和，分别为99.8%和100.9%，很接近于应有的值100%。

由热中子、裂变谱中子和14MeV中子引起 ^{235}U 裂变的质量产额曲线，分别见图Ⅺ-5、图Ⅺ-6和图Ⅺ-7。低能裂变（这里限定为自发裂变和热中子裂变）最突出的特性之一是不对称的双峰质量分布，如图Ⅺ-5所示。当引起裂变的中子能量增加时，对称质量产额随之增加。比较图Ⅺ-5和图Ⅺ-6可以看出，从热中子到裂变谱中子，对称产额近似增加到原来的三倍，至于14MeV中子，则对称产额大约变为热中子时的100倍（比较图Ⅺ-5和图Ⅺ-7）。表Ⅺ-2列出了中子引起某些核裂变时质量分布的几个特性参数，包括对称产额、峰谷比等等。从这个表上可以看到许多有趣的特性。重峰半高处的中间质量数近似常数，而轻峰相应的量却是变化的，以符合裂变核的总质量。我们从大量的裂变核都可看到，重峰轻侧的位置接近不变。这个位置的这种突出的稳定性，无疑是由于这一质量区闭质子壳（$Z=50$）及闭中子壳（$N=82$）壳结构的影响。重峰轻侧位置的稳定性可由四个核的裂变用图显示出来，见图Ⅺ-8 A（Wahl，1965）。热中子裂变的对称产额，在核 ^{235}U 附近有极小值。比 ^{235}U 轻或重的核裂变时，对称产额都上升（见表Ⅺ-2）。在图Ⅺ-8 B 上，画出了轻产物群及重产物群的平均质量随裂变核质量的变化关系。它更清楚地说明：裂变产物重群的质量保持在139±1近似不变，而轻群质量则随裂变核的质量而线性增加。有趣的是，最重的那些裂变核，与这些系统性的图景有些偏离。

重核的双峰不对称质量分布，不仅是中子引起裂变的特性，光致裂变和带电粒子引起的裂变也是如此。图Ⅺ-9画出了用各种

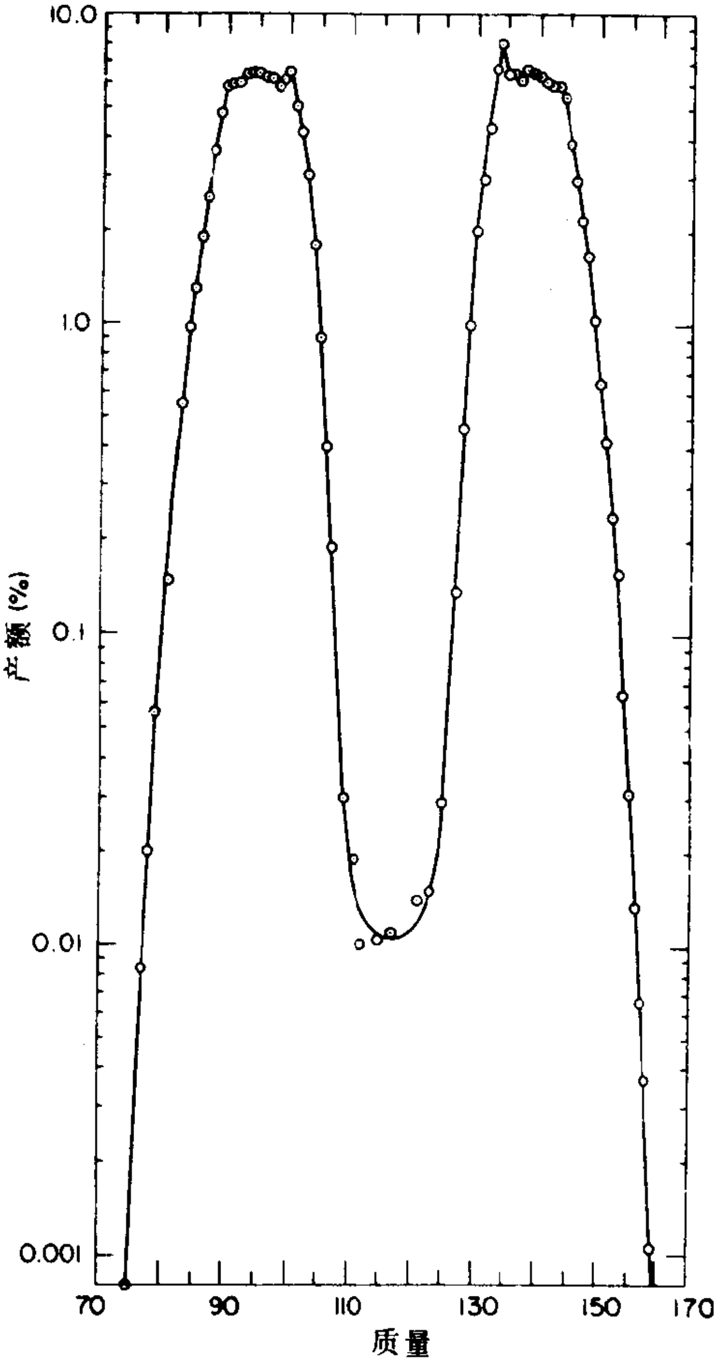
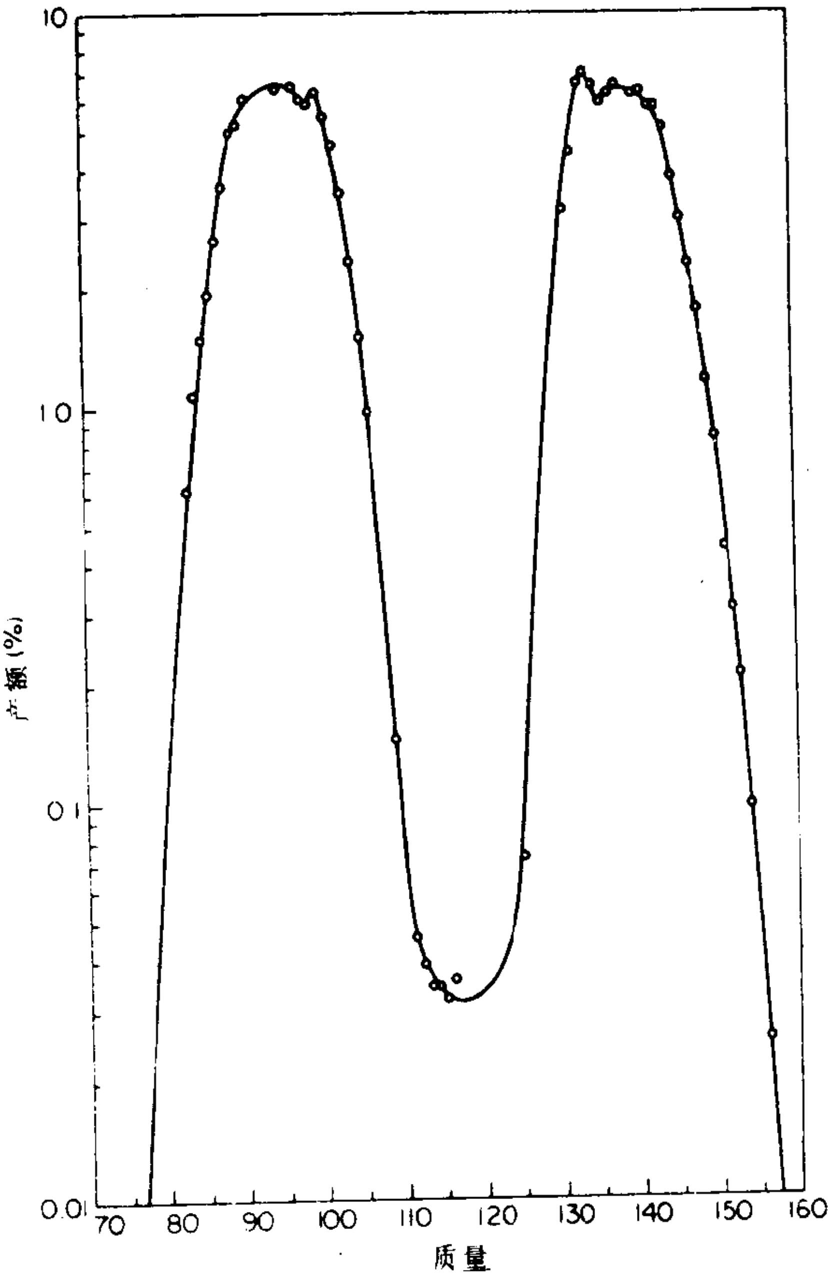
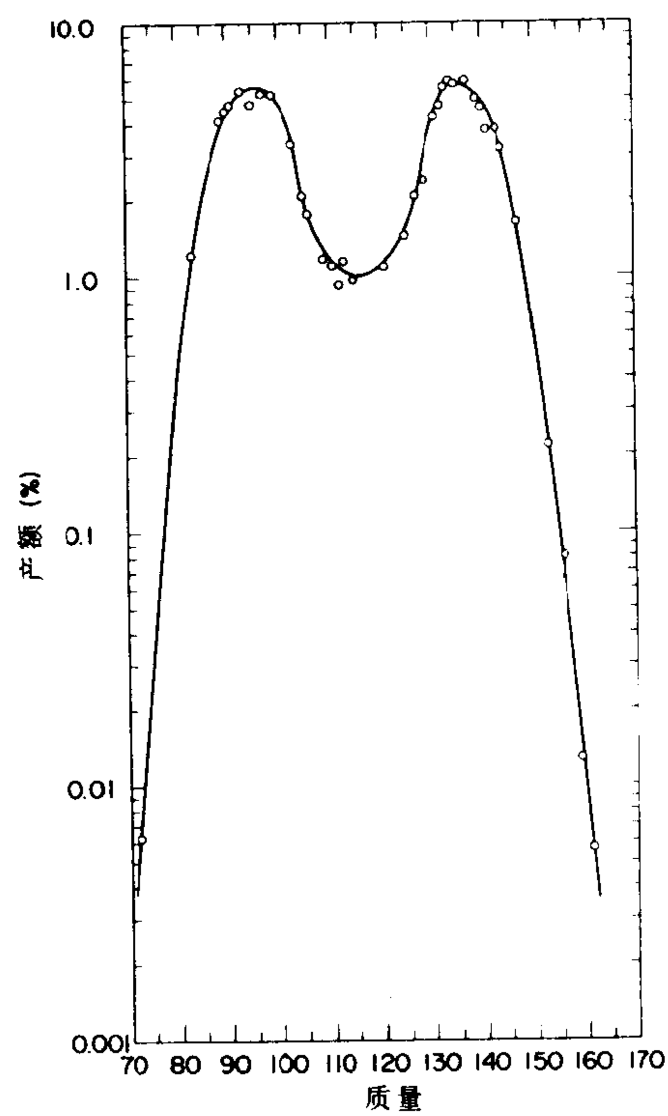


图 XI-5　热中子引起 ^{235}U 裂变时裂变产物的质量产额曲线。［根据 Flynn 和 Glendenin (1970)。］



图Ⅺ-6　裂变谱中子引起^{235}U裂变时裂变产物的质量产额曲线　[根据Flynn和Glendenin(1970)]



图XI－7　14MeV中子引起 ^{235}U 裂变时裂变产物的质量产额曲线。[根据Flynn和Glendenin(1970)]

表 XI-2

中子引起裂变的质量分布的一些特性[a]

裂变靶核	峰半高度处的中间质量 轻群	重群	宽度（质量单位） 峰值半高处	十分之一峰高处	对称产额(%)	峰谷比
			热中子裂变			
^{227}Th	89	138.5	12	20	0.035	230
^{229}Th	88	140	12	18	0.017	500
^{233}U	93.5	138	15	23	0.015	440
^{235}U	95	138.5	15	22	0.0105	620
^{239}Pu	99.5	137.5	15	25	0.04	150
^{241}Pu	101	138	15	24	0.029	230
^{245}Cm	104.5	137.5	13	26.5	0.045	155
^{249}Cf	106	139	16	28	< 0.2	>30
			裂变谱中子裂变			
^{232}Th	91	139.5	14	20	0.045	170
^{231}Pa	91	139	13	22	0.07	100
^{233}U	93	138	14	21	0.06	110
^{235}U	95	138.5	15	23	0.032	205
^{238}U	97	138.5	16	24	0.04	160
^{237}Np	97	137	14	22	0.04	175
^{239}Pu	100	137.5	15	24.5	0.06	115
			14MeV中子裂变			
^{232}Th	91.5	138	13	—	1.3	5
^{235}U	95.5	137	16	—	1.0	6
^{238}U	97	137.5	16	—	0.8	7

a　Flynn和Glendenin(1970)。

能量的^{4}He离子引起^{238}U裂变时，得到的裂变产物质量分布曲线。这些数据是用放化方法测定的(Colby等，1961)。恰如先前在中子引起^{235}U裂变时看到的那样，^{4}He离子引起^{238}U裂变时，对称产额也随着能量增加。由于有二次和更高次机会裂变的贡献，裂变发生时的平均激发能增加得不如入射能量快。

一般地说，$Z\leqslant 83$的靶核呈现出对称质量分布。42MeV ^{4}He离子轰击^{209}Bi核引起裂变的原始碎片质量分布画在图XI-10上。考察图XI-9和图XI-10，可以比较氦离子引起^{238}U裂变时，发射中子前后两种质量分布。镭的位置处在两类核的中间，一类是对

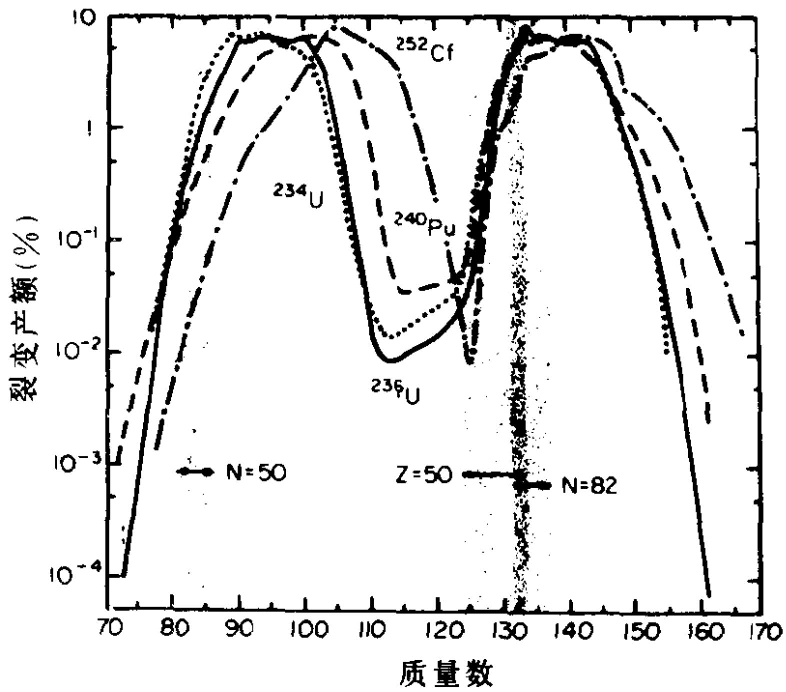


图 XI-8 *A* 热中子引起 ^{233}U、^{235}U、^{239}Pu裂变以及 ^{252}Cf 自发裂变的裂变产物质量产额曲线。阴影区域表示核壳边界的大体位置。每根曲线旁边都标明其所属的裂变核素。[根据Wahl(1965)。]

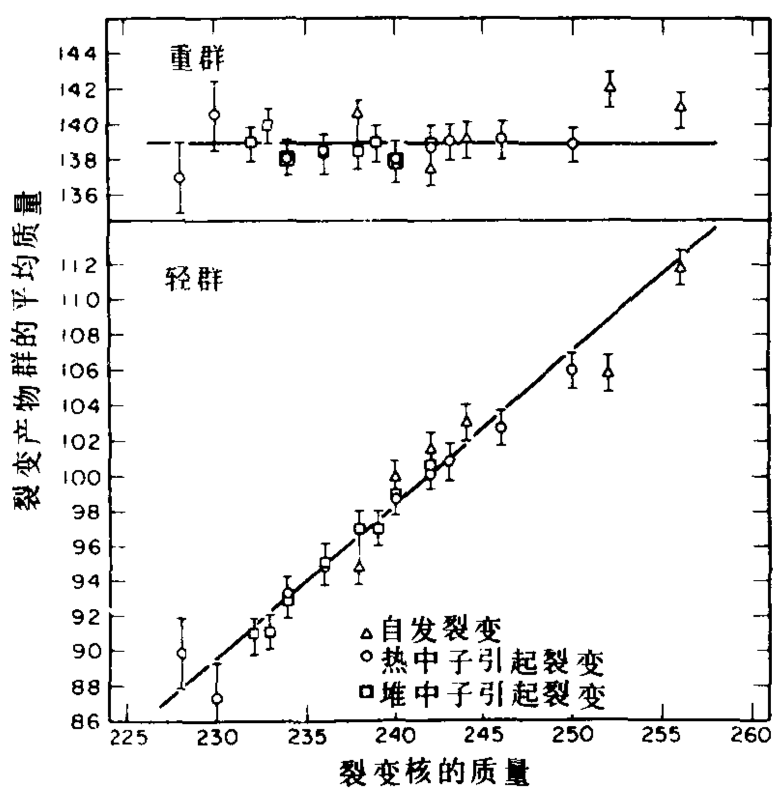


图 XI-8 *B* 轻、重裂变产物群的平均质量随裂变核质量的变化。[根据Flynn等(1972*b*)。]

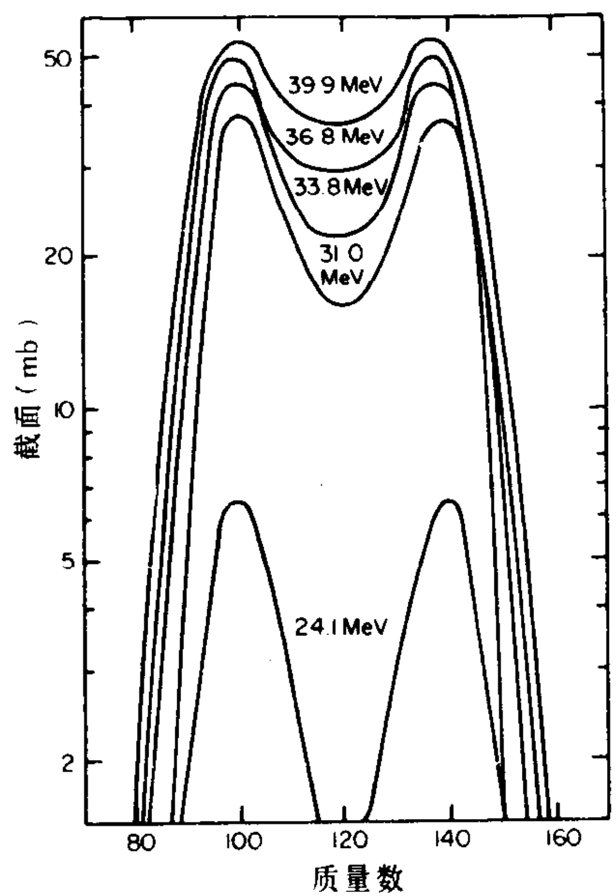


图 XI-9 氦离子引起 ^{238}U 裂变的裂变产物质量产额分布。图上给出了入射 ^{4}He 粒子的能量。质量分布用放化法测得。[根据Colby等(1961)。]

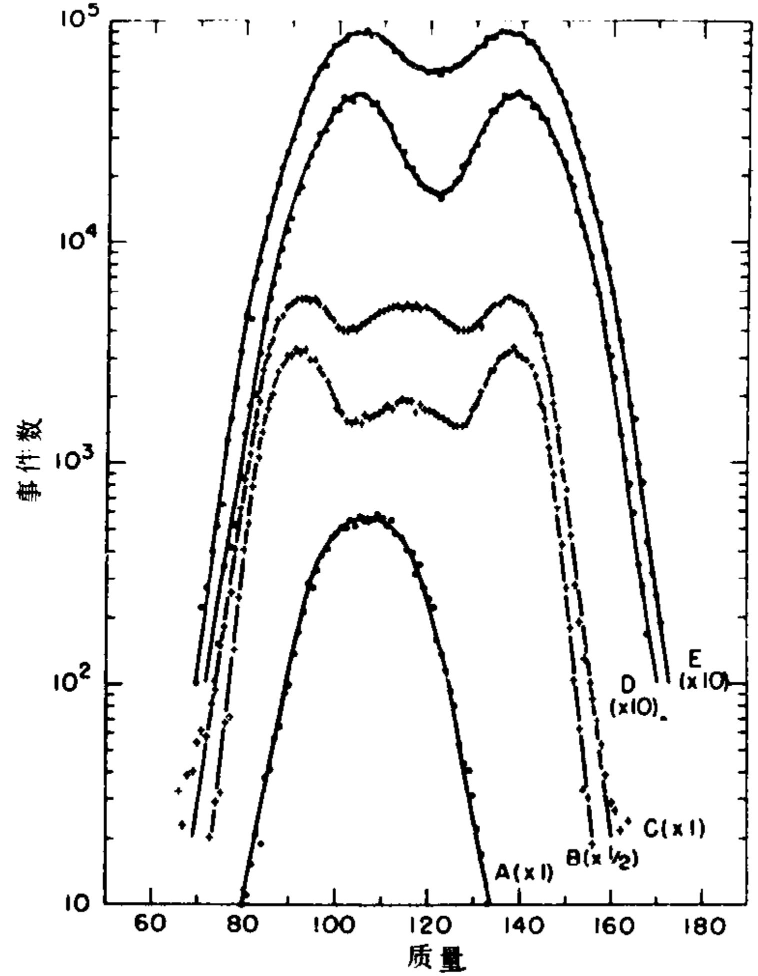


图 XI-10 氦离子引起 ^{209}Bi、^{226}Ra 及 ^{238}U 裂变的原始裂变碎片质量产额分布。为了显示方便起见，每一核的事件数都乘上了一个因子，分别在括弧内注明。(*A*) ^{209}Bi(42.0 MeV ^{4}He, f)；(*B*) ^{226}Ra(30.8 MeV ^{4}He, f)；(*C*) ^{226}Ra(38.7 MeV ^{4}He, f)；(*D*) ^{238}U(29.4 MeV ^{4}He, f)；(*E*) ^{238}U(42.0 MeV ^{4}He, f)。[根据Unik和Huizenga(1964)。]

称裂变的，另一类是不对称裂变占优势的。图 XI-10上也画出了用31MeV和39MeV ^{4}He离子引起镭裂变的原始碎片质量分布。可以看到，对称和不对称裂变两者都有显著贡献。

镭的三峰质量分布最早是由Jensen和Fairhall（1958）用11 MeV质子入射得到的，以后用光子和一些不同种类的轻粒子入射使镭裂变，也都观察到类似的质量分布。Konecny和Schmitt（1968）的工作表明，质子引起^{226}Ra裂变时，对称裂变与不对称裂变之比随能量而上升。用8MeV质子时，不对称裂变很占优势，而用11MeV质子时，对称和不对称裂变便大体相等了。新近，Perry和Fairhall（1971）研究了质子和氘引起镭裂变时原始裂变碎片质量分布随轰击能量的变化。他们得出结论说，在激发能为24MeV时，^{228}Ac的第一次机会裂变是对称的。

重核对称裂变随能量的增加而加强，可用几种模型来理解。其中之一是认为第二裂变垒是不对称的（见第九章）。能量较高处观察到的质量分布，自然是由于多次机会裂变而形成的几个裂变核质量分布的混合。想用鞍点形状来解释^{226}Ra的三峰质量分布，要求有相当特殊的条件。一个可能性是，外垒在某个不对称形变处有两个极大，这样，从两个极大之间发生的是对称裂变，沿着极大外边走的是不对称裂变（Möller和Nilsson，1971）。但是，用这种势垒图不可能解释质量分布随能量的变化关系（Tsang和Wilhelmy，1972）。从报道的^{228}Ac的结果为对称裂变这一事实引起下面的问题，即当质量数A变化一个单位时，势垒形状是否会从对称变成不对称。假若如此，那么像镭裂变时所观察到的三峰质量分布，或许可以描述为由于二次或更多次机会裂变而形成的两种成份的混合体。

4. 原始裂变碎片及裂变产物质量分布中的精细结构

早已知道，自发裂变及热中子裂变时，裂变产物质量分布上存在精细结构。这些结果是用高分辨的放化和质谱方法测定的。Farrar和Tomlinson（1962）对热中子引起^{235}U裂变的测量结果画在图 XI-11上，可用来说明裂变产物质量分布的不规则性。

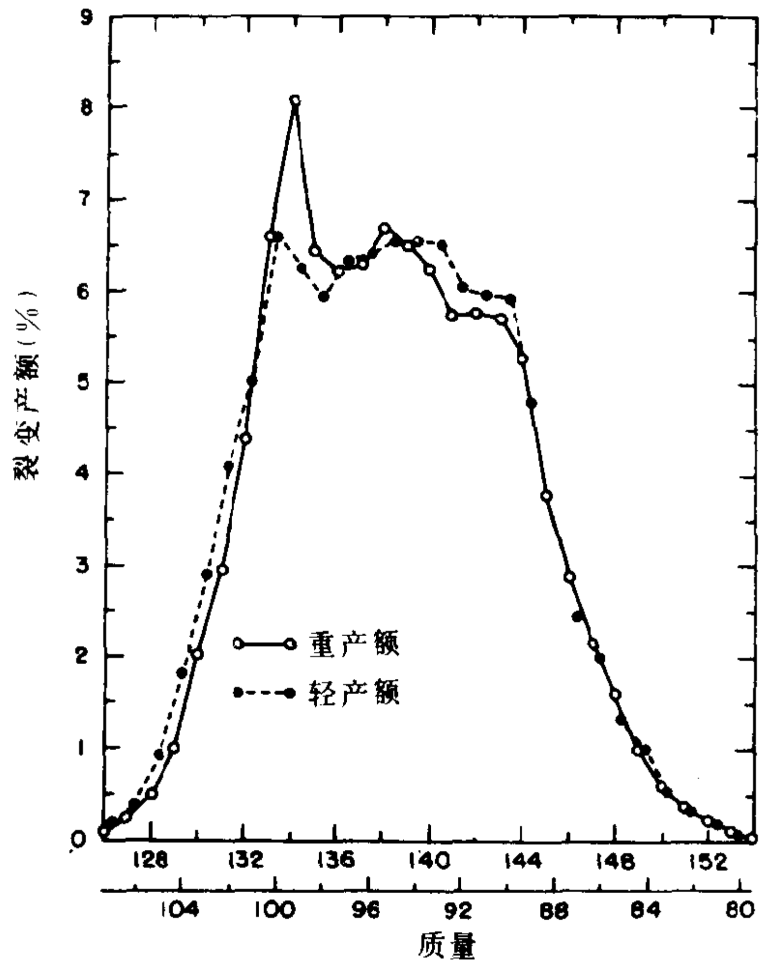
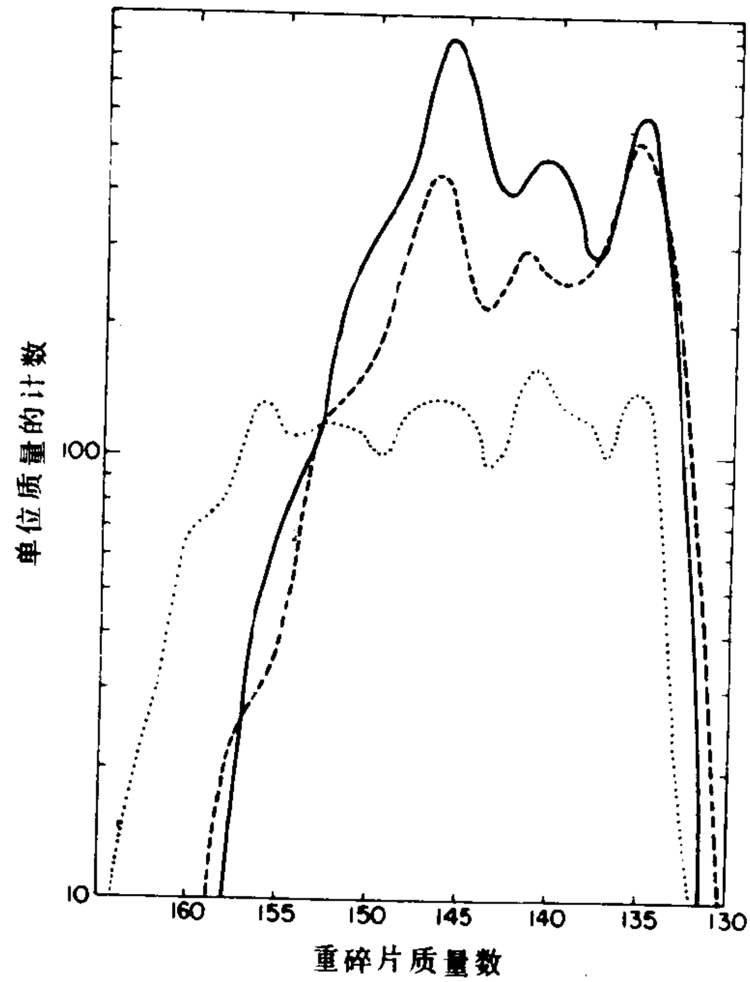


图 XI-11 轻、重裂变产物累计产额分布的比较(已对缓发中子效应作了修正)。[根据H.Farrar和R.H.Tomlinson(1962)。*Canadian Journal of Physics*, **40**, pp. 943—953。]

历史上，裂变产物质量分布(发射中子后的质量)是用放化和质谱的方法测定的。随着测量裂变产物能量和速度的技术的巨大进步，现在也可用单个碎片的能量与速度的关联测量来定出裂变产物的质量分布(Schmitt等，1965)。原始裂变碎片的分布（发射中子前的质量)，用双速度及符合能量测量技术来测定。这些新技术的应用使人们确认，对于一些可裂变核，无论发射中子前和发射中子后的质量分布上，都存在精细结构(Pappas等，1969)。图 XI-12是热中子引起^{233}U、^{235}U和^{239}Pu裂变时重碎片的原始裂变碎片产额。Thomas和Vandenbosch（1964)指出，在原始碎片产额的精细结构与用半经验质量公式算出的裂变释放能量的结

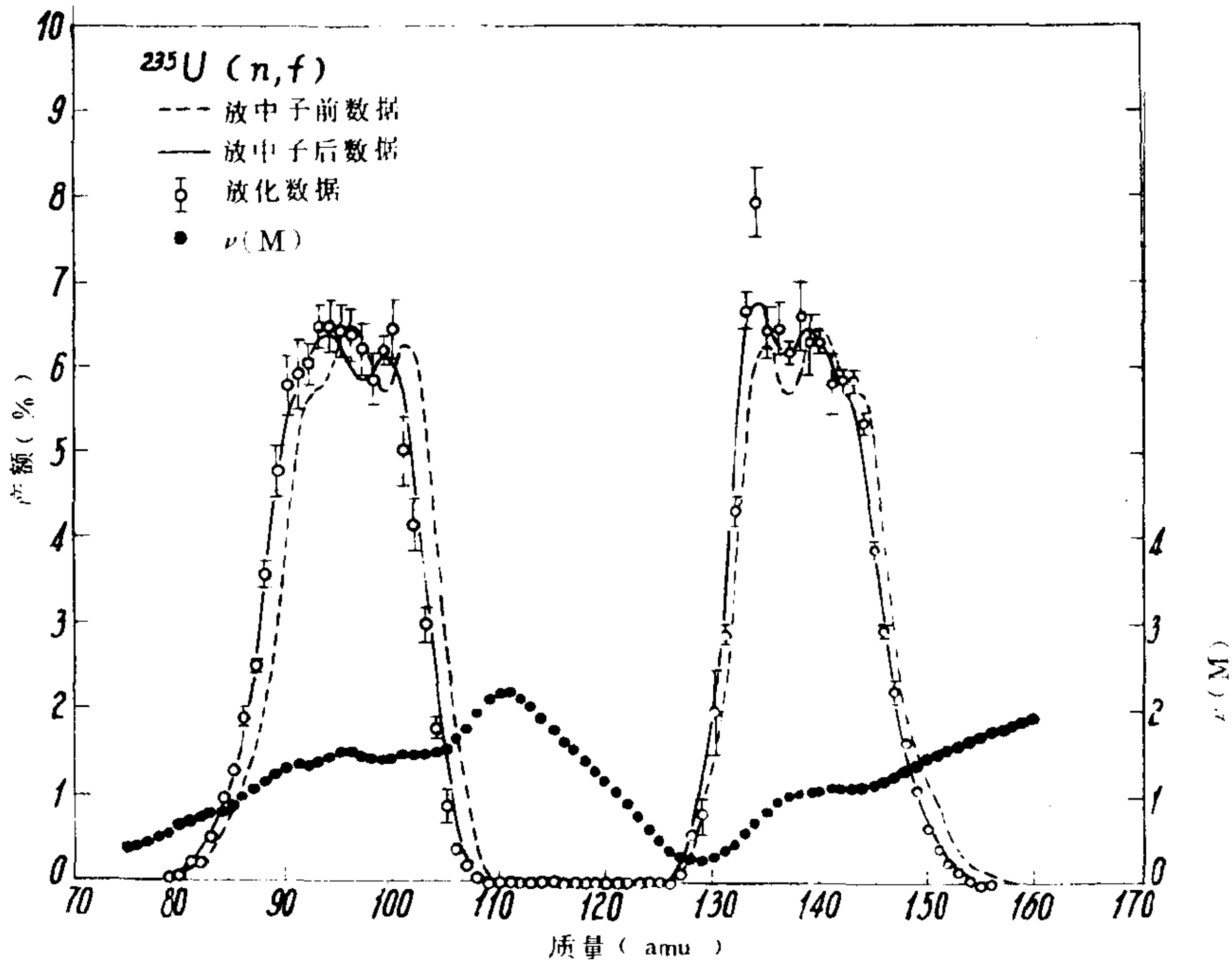


图XI-12 热中子引起^{233}U(——)、^{235}U(- - -)、^{239}Pu(·····)裂变时，实验上观察到的原始裂变碎片的精细结构。[根据Thomas和Vandenbosch(1964)。]

构之间存在着关联。结构的起因在于下列事实：由于核的对效应，偶偶碎片的释放能量比奇质量碎片的释放能量大，因而，偶偶复合核裂变时，有一种优先形成偶偶原始碎片的趋势。从图XI-12可见，结构有一种约为5个质量单位的周期性。这是正确的，因为Z改变一个单位时，给定Z的最稳定核素的质量数大约改变2.5个质量单位。

原始裂变碎片产额(发射中子前)的结构与裂变产物产额(发射中子后)的结构之间，有直接的关联。这从图XI-13可以得到说明。图上把^{235}U热中子裂变的发射中子前的数据，经过分辨修正之后，转换成发射中子后的数据(Reisdorf 等 1971)，以便与放

化数据直接进行比较。用半导体探测器进行符合能量测量得到的数据和放化数据之间符合得极好。图上把发射中子前数据转换成发射中子后数据所用的$\overline{\nu}(M)$曲线,是个相当光滑的函数。因此,发射中子对结构的主要影响,是把它移到质量数较低处。当然也有可能，发射的中子数随质量的变化会有点不规则，那将在裂变产物(发射中子后)质量分布上引起附加的结构。

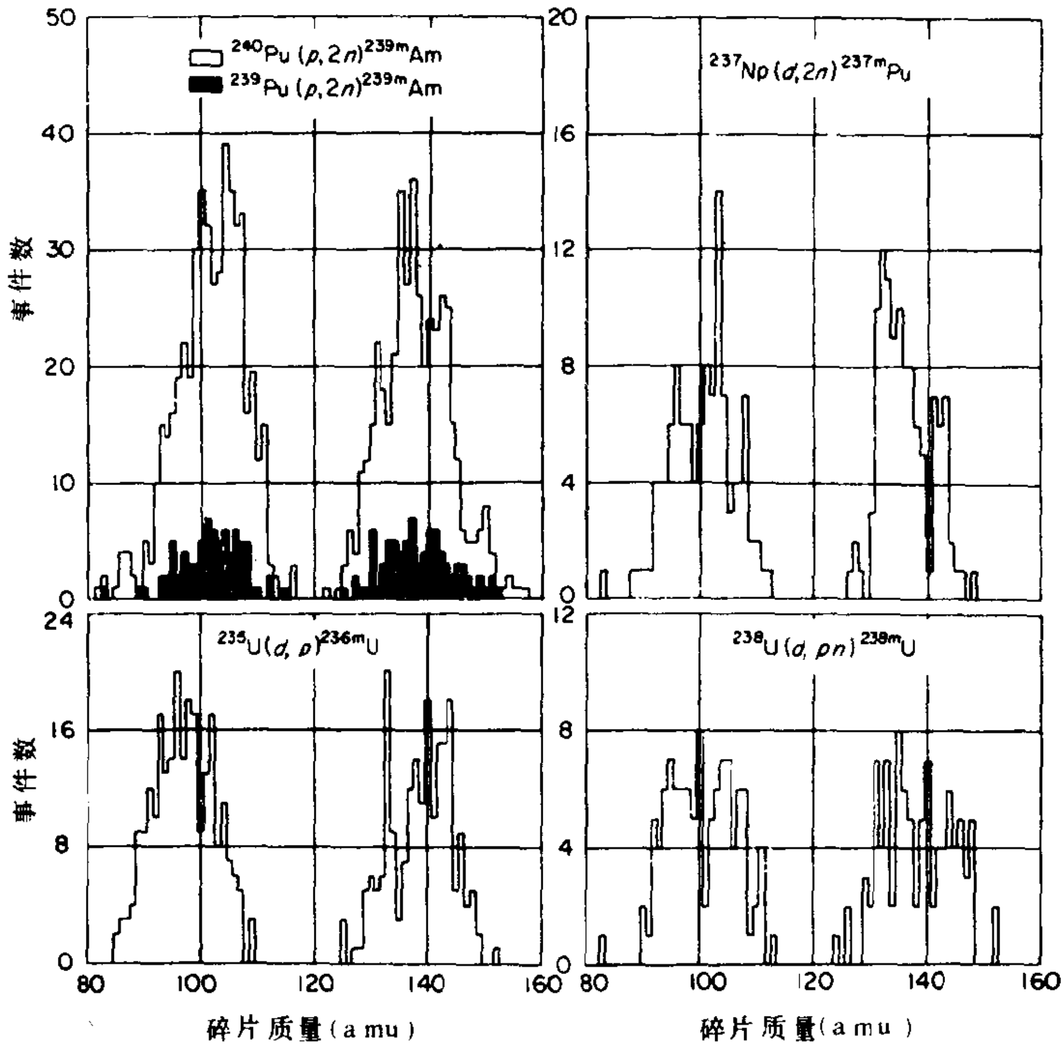


图Ⅺ-13　热中子引起的^{235}U裂变，经分辨修正的原始裂变碎片（发射中子前）质量分布、裂变产物(发射中子后)质量分布以及放化裂变产物质量分布的比较。$\nu(M)$(●)曲线表示在计算发射中子后质量分布时所用的中子发射数据。[根据Reisdorf等(1971)。]

5. 自发裂变同质异能素的质量分布

近来，通过测量原始裂变产物对的动能，测量了一些自发裂

变同质异能素的原始裂变产物质量分布(Ferguson等，1971)。几种自发裂变同质异能素的质量分布的测量结果见图Ⅺ-14，分布的几个平均值及宽度列于表Ⅺ-3(Ferguson等，1971)。自发裂变同质异能素的碎片质量分布与低激发能瞬发裂变的分布是一致的。(可能的例外是对称裂变谷的深处，那里没有数据。)



图Ⅺ-14　几种自发裂变同质异能素的原始裂变产物质量分布。产生这些同质异能素的核反应已在图上标明。结果来自符合动能测量，没有对中子发射作修正。[根据Ferguson等(1971)。]

表 Ⅺ-3
自发裂变同质异能素裂变碎片分布的平均值和宽度[a]

	^{239m}Am[b]	^{239m}Am[c]	^{237m}Pu	^{238m}U	^{236m}U	^{236}U[d]
$\langle m_L \rangle$	101.6	101.8	100.4	100.5	96.9	96.8
$\langle m_H \rangle$	137.8	138.3	136.2	138.5	138.8	139.2
σ_m	6.1	5.9	5.3	6.1	5.4	5.36

续表

	$^{239m}Am^{b}$	$^{239m}Am^{c}$	^{237m}Pu	^{238m}U	^{236m}U	$^{236}U^{d}$
$\langle E_k \rangle$	183.2	181.0	182.3	172.5	172.1	170.0
σ_{E_k}	13.0	12.3	11.9	11.7	10.0	10.9

a. Ferguson 等(1971)。

b. $^{242}Pu(p, 2n)^{239m}Am$。

c. $^{239}Pu(d, 2n)^{239m}Am$。

d. $^{235}U(n_{th}, f)$的值引自Schmitt 等(1966)(未作中子发射修正)。

B. 电荷分布

1. 低能裂变的电荷分布

核电荷在两碎片之间的分配，是描述裂变过程的一个重要参数。从增进我们对裂变过程了解的观点来看，最感兴趣的量是断裂点刚产生出来的碎片(在发射瞬发中子之前)的电荷-质量比。

对于导致一个特定最终质量的某一质量分配，要完整地描述它的电荷分配情况，需要知道这个质量链上每一同质异荷素的独立产额。实际上，这些详细的资料是难以得到的。因而，我们退一步，先假定电荷分布具有一特定的函数形式，即高斯分布，然后以确定其最可几电荷和分布宽度的方式，来描述电荷分配。这样，我们转而探究最可几电荷，可能还有分布宽度，随碎片质量的变化关系。

直到不太久之前，有关核电荷分配的大部分实验数据，是靠放化测定独立裂变产额而得到的。所谓独立产额，指的是某一特定同质异荷素本身的产额，它不包括从其邻近的同质异荷素通过β衰变而来的部分。因为一般情况下，裂变核比起裂变产物区内的稳定核来，具有较低的电荷-质量比，所以原始裂变产物都是中子过剩的。它们以发射β^-粒子而衰变，趋向于该同质异荷素链中的稳定核素。事实上，大多数原始产物的中子过剩得太多，对β衰变很不稳定，以致其β衰变半寿命太短而难以作放化产额测定。一般说来，对于一个特定的放射性产物或稳定产物，其产额的大部分是从中子过剩得更多、产额也更大的同质异荷素β衰

变而来的。这样得到的产额称为累计产额，只要所有更富中子的先驱核都有足够的时间衰变到所讨论的核素的话。但是，独立产额有时是可以被测定的：一种情况是，相邻的同质异荷素半衰期足够长，因而其产额及其衰变对于所讨论的核素的贡献可以测出；另一种情况是，所讨论的核素前面是一个稳定的同质异荷素，因而被它完全屏蔽住。一般地说，受到屏蔽的放射性核素都位于β稳定线附近，其独立产额很小。某些有关电荷分配的资料还可从一些远离β稳定线核素的累计产额得到，这类核素的累计产额比本质量链的总产额小得多。

有一些质量链已有可能测定一个以上同质异荷素的独立产额。图Ⅺ-15是这种链的一个例子。^{93}Rb、^{93}Sr、^{93}Y的独立产额以及^{93}Kr的累计产额都已测定(Wahl，1965)。这些产额与一个围绕最可几电荷$Z_p=37.30$的高斯分布一致。独立产额的函数依赖关系通常表示为$P(Z)=(c\pi)^{-1/2}\exp[-(Z-Z_p)^2/c]$，在这个例子中$c=0.82$。其他质量链的结果，也呈现出相似的分布，分布宽度随着裂变产物的质量数一般几乎没有变化，c的平均值为

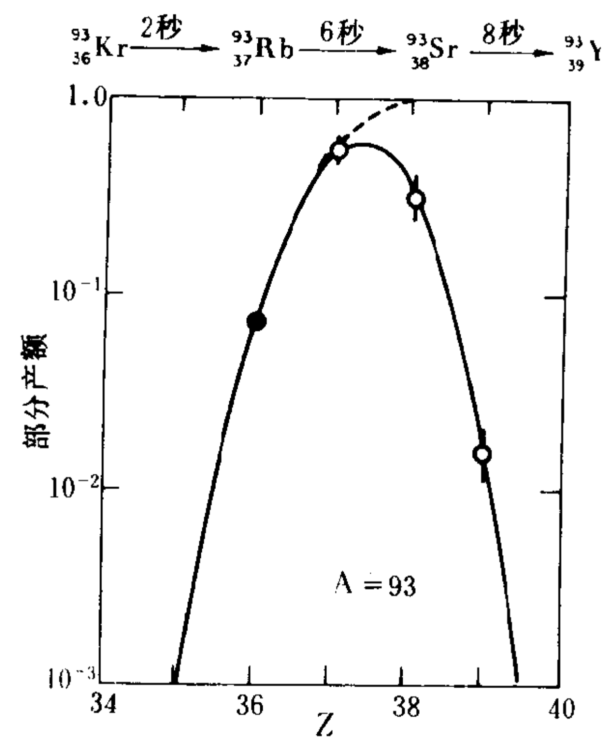


图 Ⅺ-15 ^{235}U热中子裂变时$A=93$产物的电荷分散。○独立产额，●累计产额，(——)对独立产额的高斯曲线，(----)对累计产额的曲线。[根据Wahl(1965)。]

0.84±0.14，最大的偏离发生在闭壳附近。这个宽度是发射中子之后的原始裂变产物的宽度。原始碎片的电荷分布宽度由于消除了发射中子数目的涨落，预期比这要小些。

用所谓的“部分累计产额”来作电荷分布的参数，有时是有用的。部分累计产额的定义是

$$\sum_{0}^{Z} P_n = (1/\sigma(2\pi)^{1/2}) \int_{-\infty}^{Z+\frac{1}{2}} \exp[-(n-Z_{\mathrm{p}})^2/2\sigma^2]\,dn$$

由宽度参数 σ 描述的这种分布被考虑为连续的，并且对所有电荷积分得出的值为1。先前提及的宽度参数 c 相应于另一种归一化，即在单位电荷间节求和得值为1。这个 c 通过Sheppard修正而与参数 σ 关联起来，$c=2\left(\sigma^2+\frac{1}{12}\right)$。

电荷分布曲线宽度的近似不变性导致一种假设，即设想有一个通用的电荷分布曲线。这样，对任一质量链，只要知道链上的一个独立产额，就能推断出这个链的最可几电荷。采用这种方法，曾对 ^{235}U 热中子裂变的大多数高产额质量分配定出了 Z_{p}，得到的 Z_{p} 对质量数 A 的依赖关系用 Z_{p} 对 $A_{\mathrm{frag}}(Z/A)_{\mathrm{F}}$ 的位移表示出来，即画出最可几电荷 Z_{p} 与假定裂变核的电荷-质量比在碎片中保持不变所预期的电荷 $A_{\mathrm{frag}}(Z/A)_{\mathrm{F}}$ 之差。这样的图见图 XI-16。可以看到，实际上的电荷分配是，较轻碎片获得的电荷份额比基于不变电荷分布（UCD）假设所预期的来得大。在电荷分布的研究中很早就提出，观测到的电荷分配更加接近于等电荷位移（ECD）假设（Glendenin等，1951）所预期的结果。这种假设认为，对于互补的轻、重碎片，最可几电荷 Z_{p} 与本质量链最稳定同质异荷素的电荷 Z_A 之差是相等的，即 $(Z_{\mathrm{p}}-Z_A)_l=(Z_{\mathrm{p}}-Z_A)_h$。这个假设的预期值在图 XI-16上用粗黑线段标明，其不连续性是由于 Z_A 值的壳不连续性引起的。如果假设在 Z_A 函数壳不连续的附近，Z_{p} 从一条曲线到另一条曲线是连续过渡的话，则等电

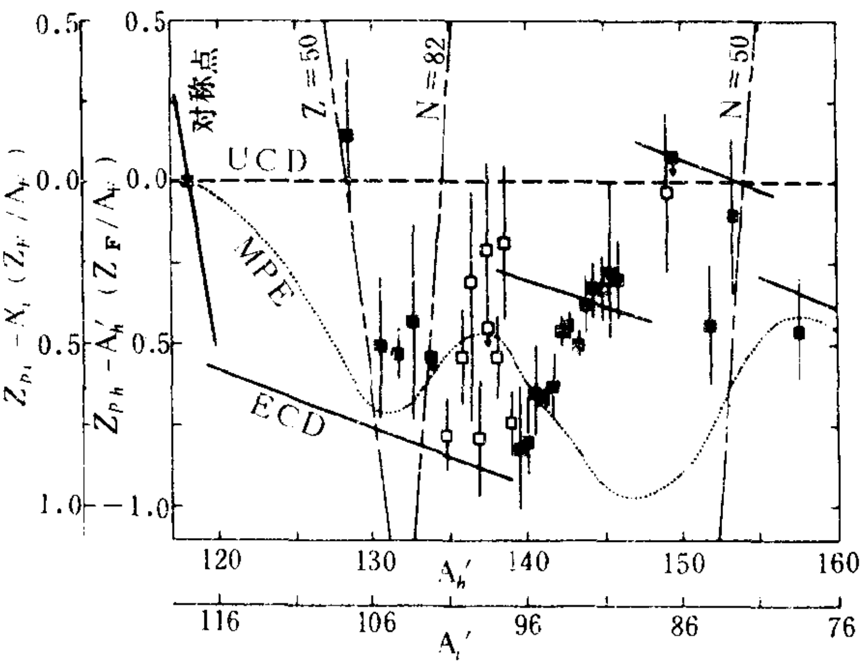


图 XI-16 ^{235}U热中子裂变的经验Z_p值。下标F、l及h分别表示裂变核、轻碎片及重碎片；A'指发射中子前的质量数；UCD，不变电荷分布；MPE，最小势能；ECD，等电荷位移。[引自Wahl等(1962)。]

荷位移假设就定性地说明了观察到的电荷分配。对其他的裂变核，已掌握的放化数据更加不完全，但总的趋势与等电荷位移假设是一致的。现有的电荷分布数据，在多大程度上能够用通过图 XI-16数据点画出的连续 Z_p 曲线以及认为所有质量链具有共同宽度参数的假定关联起来，显示在图 XI-17上。

最近几年中，有几种物理方法已用于测量裂变的电荷分布。一种方法是通过观测经质量分离后的裂变产物的平均β粒子数，来定出平均链长(Sistemich等，1969)。另一种方法是观测与裂变碎片符合的特征Kx射线，以测定出碎片的Z值(Reisdorf等，1971)。Kx射线来自原始裂变产物退激时的内转换。只有极小部分 Kx 射线来自裂变过程中核外电子失落而产生空穴的过程。这已由裂变与发射 x 射线之间有相当长的延迟时间($\simeq 10^{-10}$秒)而得到证明(见第十三章D节)。这种方法受到的限制是，由于测碎片动能用的半导体探测器能量分辨不够好以及发射中子数目有涨落

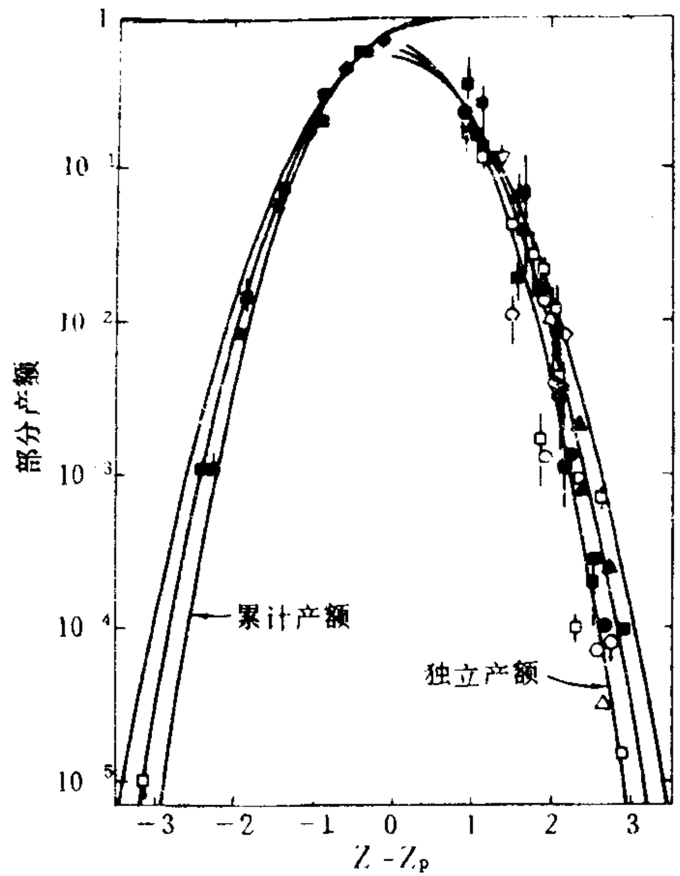


图 XI-17 惯用的电荷分布图：（○）^{233}U(n, f)；（□）^{235}U(n, f)；（△）^{239}Pu(n, f)；（▽）^{242}Cm(SF)；（◇）^{252}Cf(SF)。实心符号表示产物的成份既不接近主壳边界，也不与主壳边界互补。这些曲线用 $\sigma = 0.62 \pm 0.06$ 算出。［引自Wahl等(1962)。］

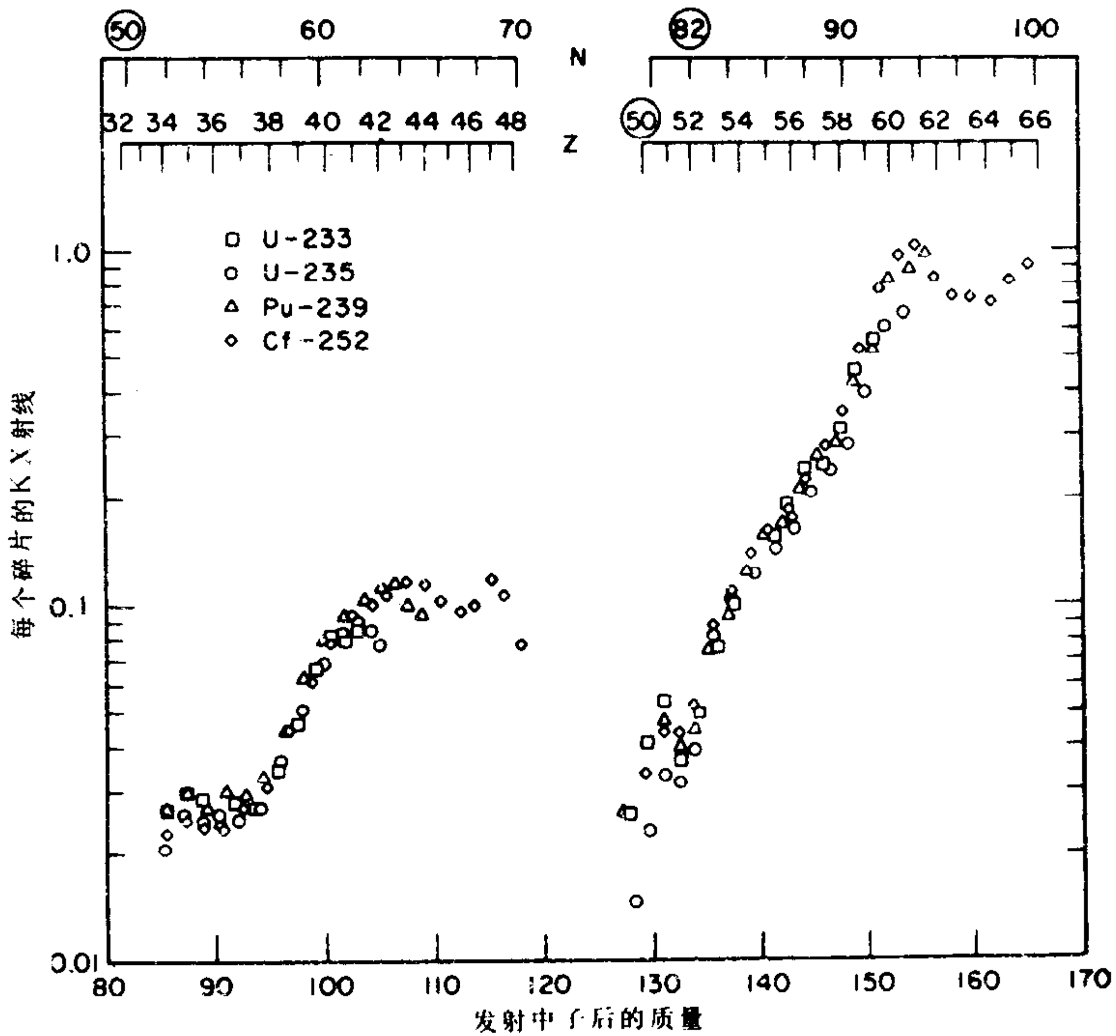


图 XI-18 ^{233}U(n, f)、^{235}U(n, f)、^{239}Pu(n, f)以及^{252}Cf(SF)裂变后 1 毫微秒内每个碎片发射的Kx射线数目与发射中子后质量的关系。上面的横坐标给出了近似的平均中子数和质子数(对于^{252}Cf情形)，以便估计。［引自Reisdorf等(1971)。］

而使得到的质量分辨太差(3—4个原子质量单位)。此外还必须弄清楚A、λ射线的产额与碎片的Z及A之间的依赖关系。图XI-18显示了A、λ射线产额与碎片质量之间强烈的依赖关系。物理方法得到的结果中，虽然没有见到放化实验中看到的结构，但总趋势和放化数据是一致的，如图XI-19所示。应该注意到，放化结果中看到的结构，其中有一些或许是由于近壳处发射中子数目有异常所引入的，而未必是原始电荷分配本身的结果。

尝试把电荷分布的两个变量$Z_p(A)$及c与裂变过程的某一模型联系起来是有意义的。$Z_p(A)$与假设原始核的电荷-质量比保持不变所预期的值不一样，这个事实意味着，在碎片分开之前，曾有过电荷的重新分布。作为一种极端，我们可以假定，在断裂时刻，内部电荷分布存在着平衡状态。那末，按照Fong的统计模型，Z_p或许该由断裂点碎片总激发能为极大值的那种电荷分配所决定。这个判据近似等效于(但不严格等效于)势能为极小(MPE)的判据。Halpern(1959)曾指出过，如果我们暂时忽略掉库伦相互作用能量与Z分配有关这一点，那末就该预期最可几电荷分配将为：轻碎片朝向稳定谷的β衰变链会短些(轻碎片的同质异荷素的质量抛物线比重碎片的陡些)。为了把库伦相互作用能量与Z分配的关系考虑进去，我们假定断裂发生时的距离d与Z的分配无关。这样，带电较少的轻碎片的库伦能(正比于Z_1Z_2/d)就比较小，而激发能则比较高。这两个效应结合起来，所预言的电荷分配将与等电荷位移经验假设的结果相似。按照MPE估算的Z_p值，在图XI-16上用细点线画出。

电荷分布的第二个有趣的特性是宽度相当窄，这导致当Z比最可几电荷相差很少几个电荷单位时，独立产额就非常小。这可以定性地理解，因为可利用能量随电荷分配的变化相当大。我们从裂变核的质量和两碎片总质量之差来计算裂变释放的资用能量，当电荷分配从释放能量最有利的情况变到有一个碎片增加两个单位电荷，而其互补碎片减少两个单位电荷时，这个能量将改变约6 MeV。释放的资用能量与电荷分配的关系见图 XI-20。这样，

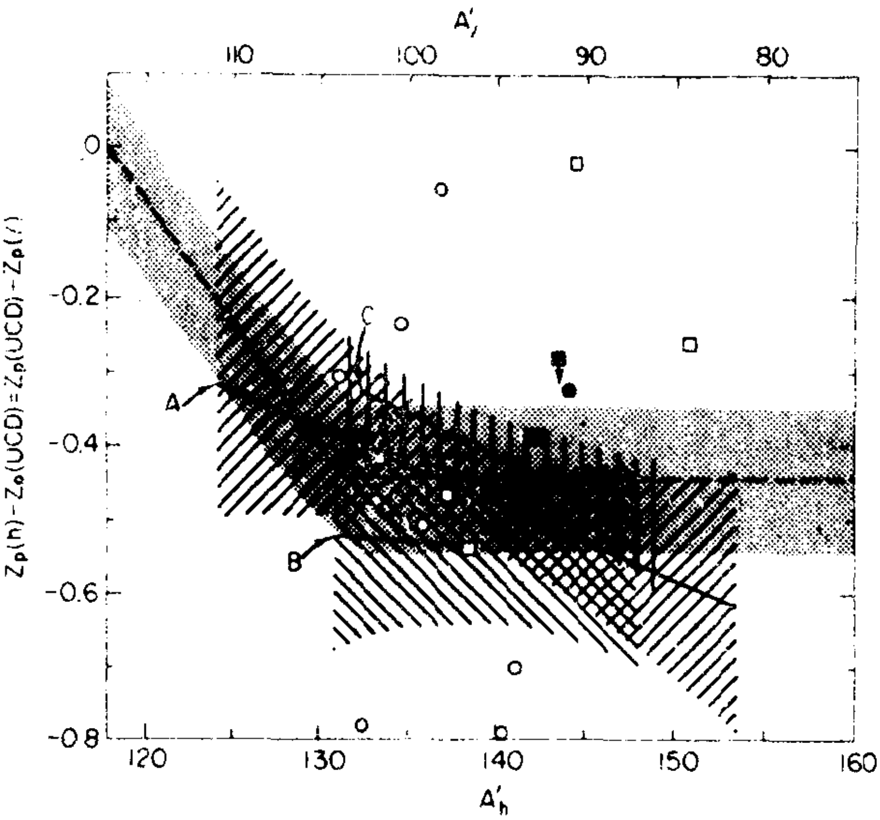


图 Ⅺ-19 几种方法得出的 Z_p 值的比较。一种是放化方法，采用每个质量链上有多于一个核素产额的数据推得(○、●、□、■)；一种是用 Kx 射线方法得出的(曲线 A 及 B)；还有一种是用质量分离后产物 β 粒子数目的方法得出的(曲线 C)。[引自 Wahl 等(1969)。]

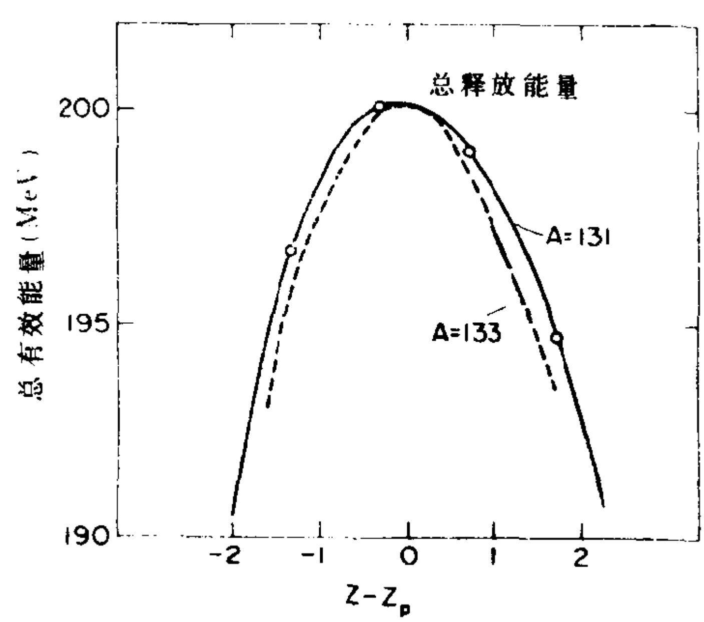


图 Ⅸ-20 $A=131$ 及 $A=133$ 两质量链用 Cameron 质量公式计算出的总释放能量与电荷分配的关系。

根据统计模型，预料$Z-Z_p=2$的产额与$Z=Z_p$的产额之比将为Boltzmann因子$\exp(-\Delta E/T)$的数量级，或即，当$T=1$，$\exp(-6)=2\times10^{-3}$。这比观测到的值略小，但它显示了产额对于不利的电荷分配中能量损失的灵敏性。Wing和Fong（1967）根据统计模型作了更细致的估算，得出质量产额峰区高斯分布标准偏差的值为$\sigma=0.51$，这是发射中子前（原始碎片）的电荷分布宽度。从放化数据导出的值（相应于发射中子后原始产物的值），用Sheppard修正把观测到的对于分立电荷的宽度修正到连续分布的宽度之后，得到的标准偏差为$\sigma=0.56\pm0.06$。用Kx射线方法估算宽度，可以使发射中子的影响降低到最小的程度。因此，它提供的值可以更直接地与计算值相比较。Reisdorf等（1971）给出的值为$\sigma=0.40\pm0.05$，比理论预言的甚至更窄。

从电荷分配的最简单特性中，我们可以得到些什么呢？首先，可以看到，这里没有什么惊人之处。与质量分配不同，电荷分配的定性图景是容易理解的。第二，有着相当清楚的证据说明，断裂之前发生过虽小但却是显著的电荷重新分布。重新分布的大小，几乎与根据断裂点统计平衡所预期的一样。但是，如果裂变过程是绝热地沿着一条谷底朝向断裂点的势能最小的组态进行的话，则以上结果也能被理解。电荷重新分布的自由度，实际上就是巨偶极共振的自由度，与实验上观测到的$\hbar\omega$值（约15MeV）相对应的特征时间是10^{-22}秒，这个极短的特征时间表明，它可能是从鞍点到断裂点运动期间最易激发的自由度。

除了前面讨论过的一般特性之外，人们也研究了电荷分布的一些更细致的特性。其中包括，在闭壳区电荷分布曲线宽度的变化以及电荷分配与碎片动能的关系。利用质谱仪测量了电荷分布曲线随碎片动能的变化（Konecny等，1967）。实验中的质量分辨足以把相邻的同质异荷素分开。对于奇质量数的同质异荷素，电荷分布曲线几乎不随碎片动能而改变，见图Ⅺ-21。至于偶质量数，则动能增加时奇Z碎片的产额显著下降，见图Ⅺ-22。这两类同质异荷素的差别在图Ⅺ-23上呈现得更加明显。动能高时（因

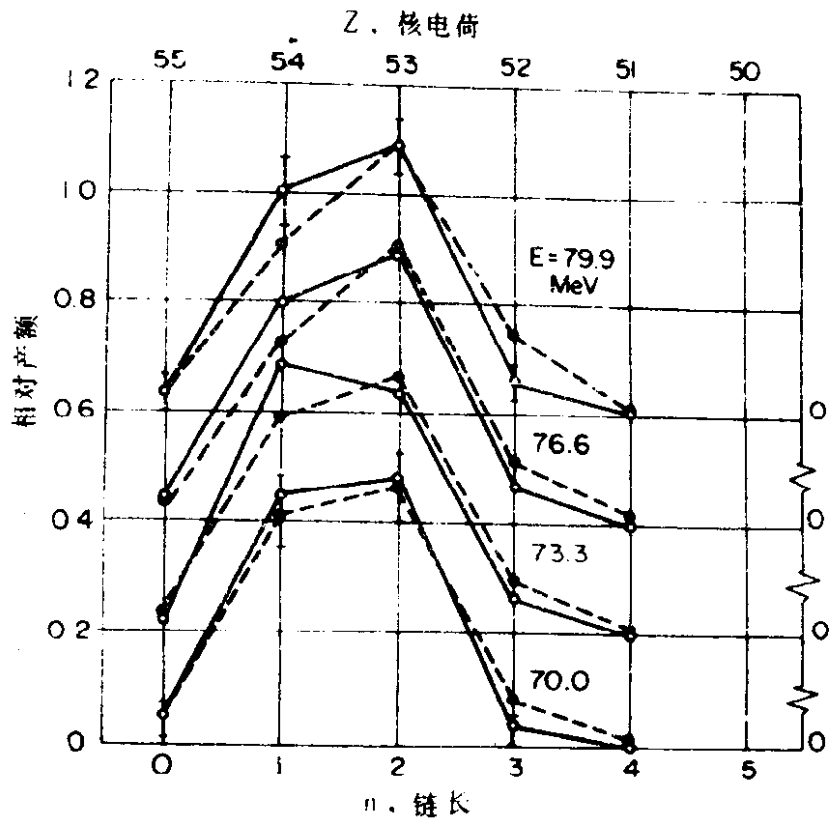


图 XI-21　质量 $A=137$，动能为70.0、73.3、76.6及79.9 MeV的裂变碎片核电荷分布。每一个分布都归一到1.0。(——)对转换电子作了修正之后的数据；●，(---)未经修正的值。[引自Konecny等(1967)。]

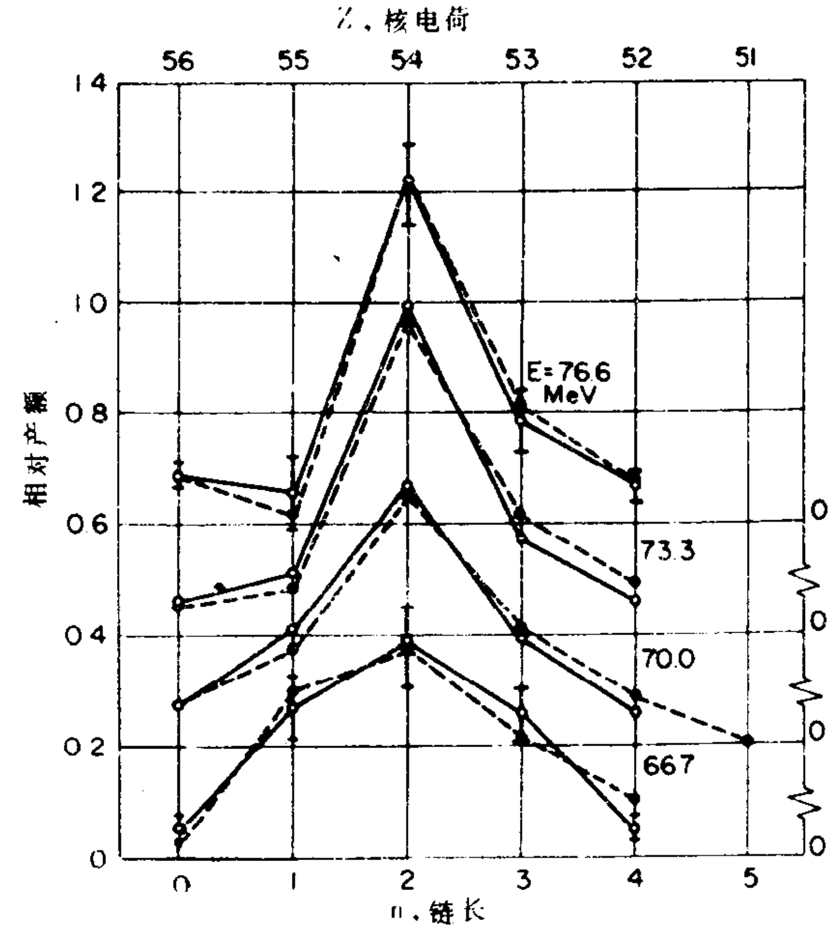


图 XI-22　质量 $A=138$，动能为66.7、70.0、73.3和76.6 MeV的裂变碎片核电荷分布。请看图 XI-21的说明。[引自Konecny等(1967)。]

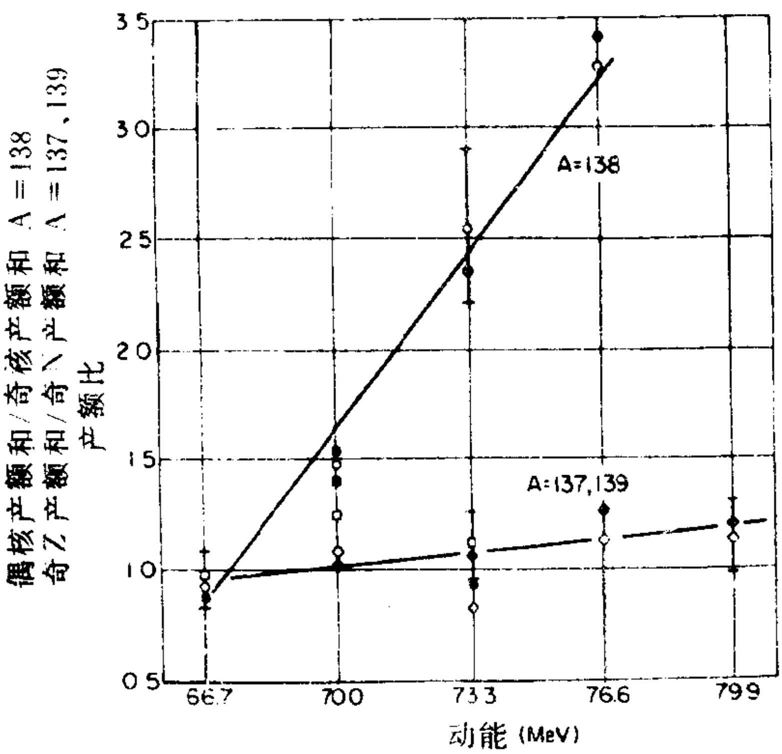


图 XI -23 $A=138$ 偶偶碎片核产额总和与奇奇碎片核产额总和之比(○,●)以及 $A=137$(◇,◆), $A=139$(□,■)奇质子碎片核产额总和与奇中子碎片核产额总和之比与碎片动能的关系。空心符号和实线表示已经对转换电子作了修正的数据。实心符号表示未经修正的值。[引自Konecny 等(1967)。]

而断裂点激发能低时)偶偶分裂比奇奇分裂优先,可以归因于对效应使得导致偶偶碎片电荷分配的Q值大得多(Thomas和Vandenbosch,1964)。随着动能减少(即激发能增加),偶偶最终碎片的优势表观上消失了,这可能反映了发射中子数增加的后果,而未必是由于发射中子前偶偶碎片优势的消失。对于奇 A 核,观察到的电荷分布宽度随着动能的增长没有看得出来的变窄,这与量子力学的零点效应起支配作用是一致的。这个效应将在后面讲到电荷分布宽度与总激发能的依赖关系时讨论。

2. 电荷分配与激发能的关系

有关激发能较高时电荷分配的现有资料不很多,有些还互相矛盾。定性的迹象是,在高激发能处,电荷分配更接近于根据不变电荷分布(UCD)所预期的结果,而不象在能量较低处看到的

那样，更接近于等电荷位移（ECD）的结果。然而，如果把跟踪出稳定核基态质量上所有受壳影响而出现的不连续性的那种Z_A曲线舍弃掉，而代之以一个略去突出壳效应的平滑Z_A曲线，则改用ECD来描述，也是很成功的。再换一种，我们用MPE来处理，同样可以成功地描述高激发能处的电荷分布。

当激发能不超过约40MeV时，电荷分布曲线的宽度对激发能极不灵敏。这可从图Ⅺ-24上$A=135$链的结果看出。由于裂变前

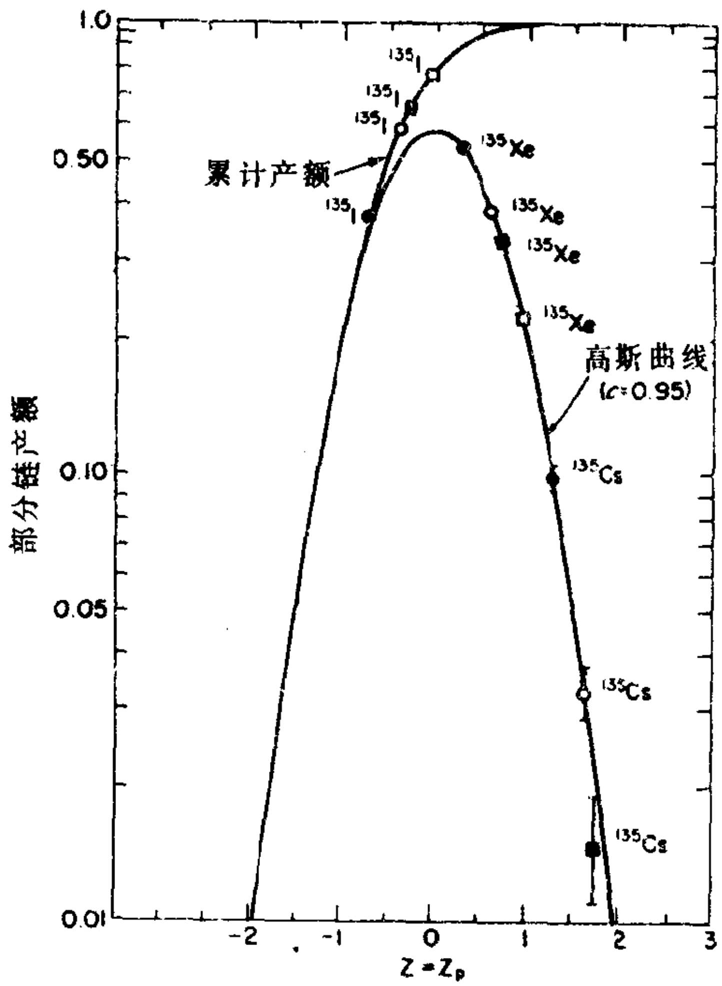


图 Ⅺ-24　^{236}U在不同激发能处的电荷分布曲线。
(●) 39.3MeV；(○) 26.8MeV；(■) 23MeV；(□) 15—18MeV。
[根据McHugh和Michel (1968)。]

和裂变后发射的中子数目随激发能而增多，我们原本预料分布会有所变宽。Swiatecki和Blann (1961) 曾经指出过，在一个热力学平衡模型中，如果量子力学的零点贡献超过了温度效应而居支配地位的话，那么在激发能不太高时，电荷分布宽度可能是比较

恒定的。(两者关系的函数形式与先前对液滴质量及动能分布讨论过的形式完全相同，虽然量子效应消失的那个温度与特征频率及劲度参数有关。)

参 考 文 献

Balagna, J. P., Ford, G. P., Hoffman, D. C., and Knight, J. D. (1971). *Phys. Rev. Lett.* **26**, 145.

Colby, L. J., Jr., Shoaf, M. L., and Cobble, J. W. (1961). *Phys. Rev.* **121**, 1415.

Farrar, H., and Tomlinson, R. H. (1962). *Can. J. Phys.* **40**, 943.

Ferguson, R. L., Plasil, F., Alam, G. D., and Schmitt, H. W. (1971). *Nucl. Phys. A* **172**, 33.

Flynn, K. F., and Glendenin, L. E. (1970). Rep. ANL–7749. Argonne Nat. Lab., Argonne, Illinois.

Flynn, K. F., Srinivasan, B., Manuel, O. K., and Glendenin, L. E. (1972a). *Phys. Rev. C* **6**, 2211.

Flynn, K. F., Horwitz, E. P., Bloomquist, C. A., Barnes, R. F., Sjoblom, R. K., Fields, P. R., and Glendenin, L. E. (1972b). *Phys. Rev. C* **5**, 1725.

Glendenin, L. E. (1971). Private communication.

Glendenin, L. E., Coryell, C. D., and Edwards, R. (1951). *In* "Radiochemical Studies: The Fission Products" (C. D. Coryell and N. Sugarman, eds.), Nat. Nucl. Energy Ser. Plutonium Project Rec., Paper 52. McGraw Hill, New York.

Halpern, I. (1959). *Annu. Rev. Nucl. Sci.* **9**, 245.

Jensen, R. C., and Fairhall, A. W. (1958). *Phys. Rev.* **109**, 942.

John, W., Hulet, E. K., Lougheed, R. W., and Wesolowski, J. J. (1971). *Phys. Rev. Lett.* **27**, 45.

Konecny, E., and Schmitt, H. W. (1968). *Phys. Rev.* **172**, 1226.

Konecny, E. Gunther, H., Siegert, G., and Winter, L. (1967). *Nucl. Phys. A* **100**, 465.

McHugh, J. A., and Michel, M. C. (1968). *Phys. Rev.* **172**, 1160.

Möller, P., and Nilsson, S. G. (1971). Private communication.

Pappas, A. C., Alstad, J., and Hagebø, E. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 669. IAEA, Vienna.

Perry, D. G., and Fairhall, A. W. (1971). *Phys. Rev. C* **4**, 977.

Reisdorf, W., Unik, J. P., Griffin, H. C., and Glendenin, L. E. (1971). *Nucl. Phys. A* **177**, 337.

Schmitt, H. W., Kiker, W. E., and Williams, C. W. (1965). *Phys. Rev.* **137**, B 837.

Schmitt, H. W., Neiler, J. H., and Walter, F. J. (1966). *Phys. Rev.* **141**, 1146.

Sistemich, K., Armbruster, P., Eidens, J., and Roeckl, E. (1969). *Nucl. Phys. A* **139**, 289.

Swiatecki, W. J., and Blann, H. M. (1961). Private communication.

Thomas, T. D., and Vandenbosch, R. (1964). *Phys. Rev.* **133**, B 976.

Tsang, C. F., and Wilhelmy, J. B. (1972). *Nucl. Phys. A* **184**, 417.

Unik, J. P., and Huizenga, J. R. (1964). *Phys. Rev.* **134**, B 90.

von Gunten, H. R. (1969). *Actinides Rev.* **1**, 275.

Wahl, A. C. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, Vol. I, p. 317. IAEA, Vienna.

Wahl, A. C., Ferguson, R. L., Nethaway, D. R., Troutner, D. E., and Wolfsberg, K. (1962). *Phys. Rev.* **126**, 1112.

Wahl, A. C., Norris, A. E., Rouse, R. A., and Williams, J. C. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna*, **1969**, p. 813. IAEA, Vienna.

Wing, J., and Fong, P. (1967). *Phys. Rev.* **157**, 1038.

第十二章　裂变瞬发中子

A. 引　言

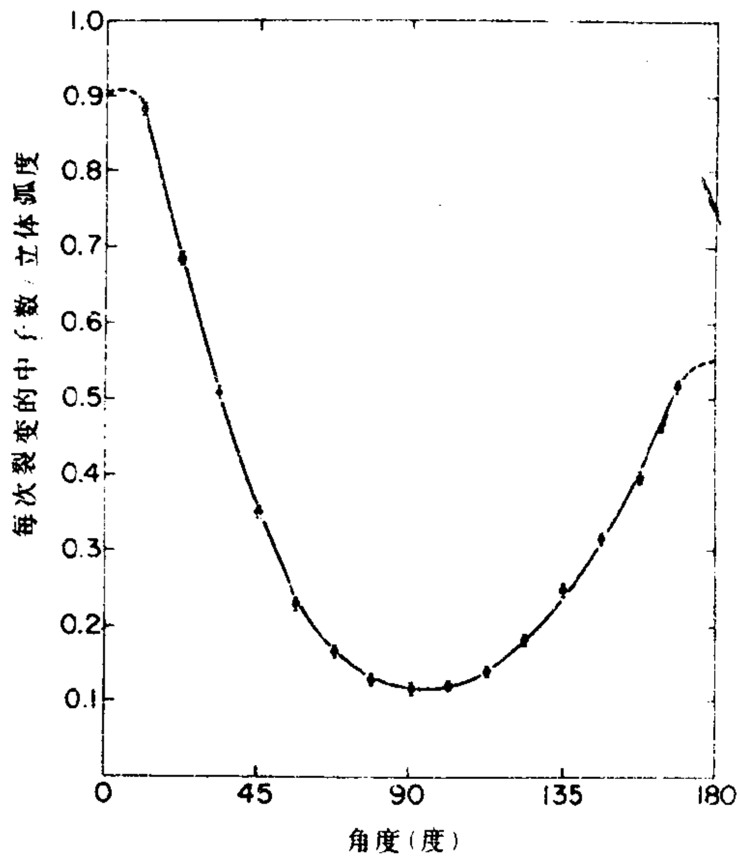
核裂变时释放的能量，除碎片动能外，主要消耗在发射中子上。如果中子是从断裂后的碎片发射的（绝大部分中子是如此），发射中子的数目直接取决于断裂时储存在初生碎片中能量的大小。这个能量，可以是以内能（热）的形式，也可以是以形变能的形式储存，而当碎片坍缩到它的平衡形状时，形变能转变成激发能。因此，中子产额随着一些裂变参数（如质量分配、复合核激发能及释放动能）的变化关系，提供出断裂点能量分配的重要资料。

B. 低能裂变的总中子产额

1. 发射中子的时间尺度

由中子与碎片方向的角关联可以推算出发射中子的时间下限。如果中子的发射时间比裂变碎片加速的时间来得长，则中子的发射方向将与碎片方向有强烈的关联。实验上发现，低能裂变时确实如此，如图Ⅻ-1所示。断裂后约10^{-20}秒，碎片差不多加速到了最大速度，所以大多数中子的发射时间晚于10^{-20}秒。更细致的分析发现，约有10%的中子呈现出一种从静止核发射的角分布。这种分析之一（Milton和Fraser，1965）表明，多至30%的中子在实验室系是各向同性的。相信这些中子是在断裂时发射的，其机制类似于α粒子和其他轻带电粒子的发射机制。通常把这些中子称为断裂中子或“中心”组分。随着碎片激发能的增加（由于裂变核激发能增加所致），预料发射中子的寿命会减少，终于会短于碎片的加速时间。Eismont（1965）用了一个统计模型来探讨这个问题，他估计，当碎片激发能等于约12MeV时（接近热中子引

起^{235}U裂变时碎片的平均激发能)，寿命约为10^{-18}秒。这段时间足以使碎片速度达到其终速的99%。当碎片的激发能达到50 MeV时，第一个中子的发射将在约2×10^{-21}秒内发生，在这个时间，碎片速度只达到其终速的一半。对此，实验上难于证实，因为激发能这样高时，先于裂变的中子蒸发大概很重要了。但是，在高激发能处解释中子产额及角分布时，这个效应是必须加以考虑的。



图XII-1　^{252}Cf自发裂变时，瞬发中子数与中子及轻碎片之间夹角的关系。[引自Terrell(1965)。]

关于时间尺度的上限，也有实验资料(Fraser，1952)。如所预期，大多数中子的发射时间短于4×10^{-14}秒。只有极少数的中子在晚得多的时间，即在裂变后约1秒，才发射。这些缓发中子是原始碎片经过β衰变之后，在某种少见的情况下发生的，条件是母核的β衰变能量大于子核的中子结合能。虽则缓发中子在核反应堆动力学及其控制方面很重要，但它的特性对于了解裂变过程没有直接的关系。有关缓发中子的进一步的资料，可参考Amiel

(1969)的综述文章。

2. 各种裂变核素的平均中子产额 $\bar{\nu}$

已经知道了许多裂变体系（主要是自发裂变和热中子引起裂变）每次裂变放出的平均中子数。表Ⅻ-1是现有数据的汇总。

表 Ⅻ-1

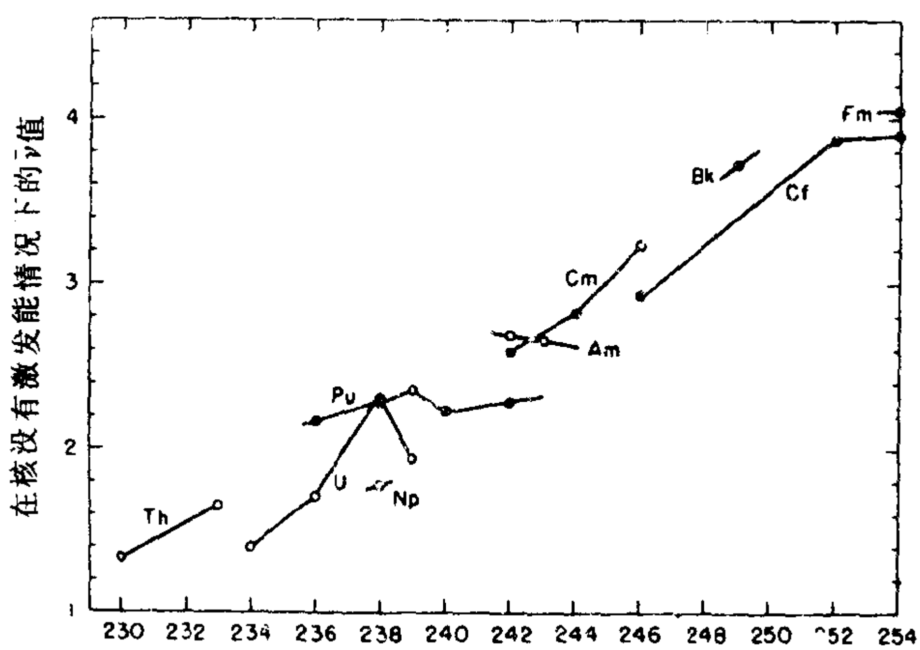
$\bar{\nu}$ 值(归一到^{252}Cf的$\bar{\nu}$=3.764)

裂变核	热中子值	自发裂变值	参考文献
^{230}Th	2.08 ±0.02		*a, p*
^{233}U	3.13 ±0.06		*b*
^{234}U	2.478±0.007		*b, c*
^{236}U	2.405±0.005		*b, c*
^{238}U		2.00±0.08	*f, h*
^{236}Pu		2.22±0.2	*i*
^{238}Pu		2.28±0.08	*i*
^{239}Pu	2.892±0.027		*b, p*
^{240}Pu	2.884±0.007		*b, c*
^{240}Pu		2.16±0.02	*j, l, m*
^{242}Pu	2.91 ±0.02		*b*
^{242}Pu		2.15±0.02	*i, m*
^{244}Pu		2.30±0.19	*s*
^{242}Am	3.22 ±0.04		*b, p*
^{243}Am	3.26 ±0.02		*b*
^{242}Cm		2.59±0.09	*i*
^{244}Cm	3.43 ±0.05		*b*
^{244}Cm		2.76± .07	*i, j*
^{246}Cm	3.83 ±0.03		*b, p*
^{246}Cm		3.00±0.20	*o, r*
^{248}Cm		3.15±0.06	*r. s*
^{250}Cm		3.31±0.08	*s*
^{249}Bk		3.64±0.16	*k*
^{246}Cf		2.85±0.19	*k*
^{250}Cf		3.53±0.09	*s*
^{252}Cf		3.764	*d, e*
^{254}Cf		3.88±0.14	*k, s*
^{254}Fm		3.99±0.20	*g*
^{256}Fm		3.83±0.18	*q*
^{257}Fm		4.02±0.13	*n*

a. Lebedev和Kalashnikova(1958)
b. Jaffey和Lerner(1970)
c. Boldeman和Dalton(1967)

d. Fillmore (1968)
e. Westcott 等(1965)
f. Asplund-Nilsson等(1963)
g. Choppin等(1956)
h. Shev和Geroy(1960)
i. Hicks 等(1956)
j. Diven等(1956)
k. Pyle (1964)
l. Colvin和Sowerby(1965)
m. Boldeman(1968)
n. Cheifetz 等(1971)
o. Thompson(1970)
p. Kroshkin和Zamgatnia(1970)
q. Dakowski 等(1972)
r. Stoughten 等(1973)
s. Orth(1971)

如果把热中子裂变的值，根据$d\overline{\nu}/dE$的平均值，修正到激发能为零处的预期值(见B、4 节)，就可更清楚地看出$\overline{\nu}$随A及Z的变化趋势。这些修正后的值画在图Ⅻ-2上。总的说来，$\overline{\nu}$值随质量数而增加，这主要反映了当裂变核质量增加时，裂变释放的资



图Ⅻ-2 在复合核激发能为零的情况下的瞬发中子平均数与核参数A及Z的关系。(●)自发裂变；(○)热中子裂变，已修正到激发能为零的情况，修正时假设$d\overline{\nu}/dE=0.12\text{MeV}^{-1}$[引自Huizenga 和 Vandenbosch (1962)。]

用能量随之增加。增加的资用能量一部分表现为碎片动能增加，一部分用于发射更多的中子。中子数增长的一小部分可归之于另一个原因，即较重核更富有中子，因而碎片的中子结合能较低，结果是，在给定的激发能下，它们发射的中子数会略有增加。

3. 发射中子数目的分布

平均中子产额是非整数，这至少意味着，从一次裂变事件到另一次裂变事件，中子产额有所变化。对于一系列中子引起的反应以及自发裂变核素，已经测出了发射不同数目中子（从 0 到 6 或 8 个）的相对几率。把中子发射几率 P_ν 画作为 $\nu-\overline{\nu}$ 的函数，可以发现不同类型裂变的几率分布非常类似。图 XII-3就是这样作的图。分立的中子发射几率分布的方差是 $\sigma_d^2=\sum_{\nu=0}^{\infty}P_\nu(\nu-\overline{\nu})^2$。从热中子引起 ^{233}U 裂变到 ^{252}Cf 自发裂变，σ_d^2 只有很少的增长。图XII-3上的平滑曲线是由一个连续高斯分布积分得

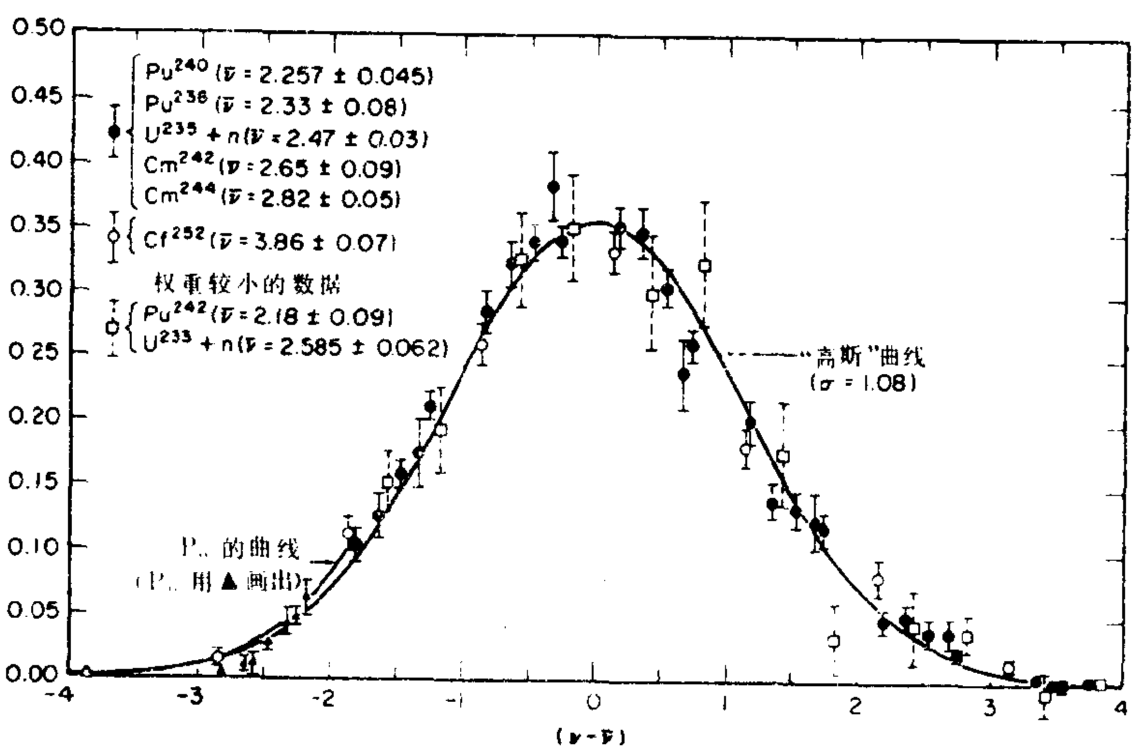


图 XII-3　发射 ν 个中子的中子发射几率 P_ν 的实验值。[引自Terrell (1965)。]

来的（Terrell，1965），

$$\sum_{n=0}^{\nu} P_n = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \int_{\infty}^{(\nu-\bar{\nu}+\frac{1}{2}+b)/\sigma} \exp[-(\nu-\bar{\nu})^2/2\sigma^2]\, d(\nu-\bar{\nu})$$

其中 $\sigma=1.08$。b 是一个小的修正量（$b<0.01$），因此处 ν 不允许是负值，为了补偿而引入。按照Sheppard修正公式，这一宽度对应于分立分布的方差 $\sigma_d^2=1.25$。表Ⅻ-2汇总了较新的中子发射参数。

预期连续高斯分布的宽度是与碎片总激发能分布的宽度密切相关的。采用 $d\bar{\nu}/dE$ 的平均值 $0.13\,\mathrm{MeV}^{-1}$，算得激发能分布宽度为 $\sigma/0.13\cong 8\,\mathrm{MeV}$。在这一估算中，忽略了由于变成 γ 射线的那部分激发能的变化造成的任何影响。激发能分布宽度与碎片动能分布宽度量级差不多一样。定性地说，这或许是可以预料的，因为在固定的释放能量下，资用能量是在动能和激发能之间分配的。观察平均中子产额与总动能之间的关联，能够清楚地看到这一点，见图Ⅻ-4。这种关联并不要求两种分布的宽度相等，因为电荷及质量分配不同，总释放能量还有所变化。

4．中子产额随激发能的变化

裂变核的激发能增加时，中子产额增加。对所有的裂变核素，增加的数量级相似，其大小与从发射一个中子消耗的能量（中子结合能与中子动能之和）预计出来的定性相符。因为释放动能随激发能的变化非常小，裂变核所增加的激发能大部分表现为多放中子。激发能改变时，资用能量在碎片动能和碎片激发能之间的分配比例如何变化，实际上常常通过由中子产额导出碎片平均激发能的变化而定出，这在精度上要比测量动能的差别（动能本身很大，差别很小）高得多。

中子产额随激发能变化的资料，最完整的要算 ^{240}Pu 复合核。如图Ⅻ-5所示，已经测量了 ^{240}Pu 自发裂变以及在很大能量范围内中子引起 ^{239}Pu 裂变的中子产额。在中子能量大于约6 MeV区

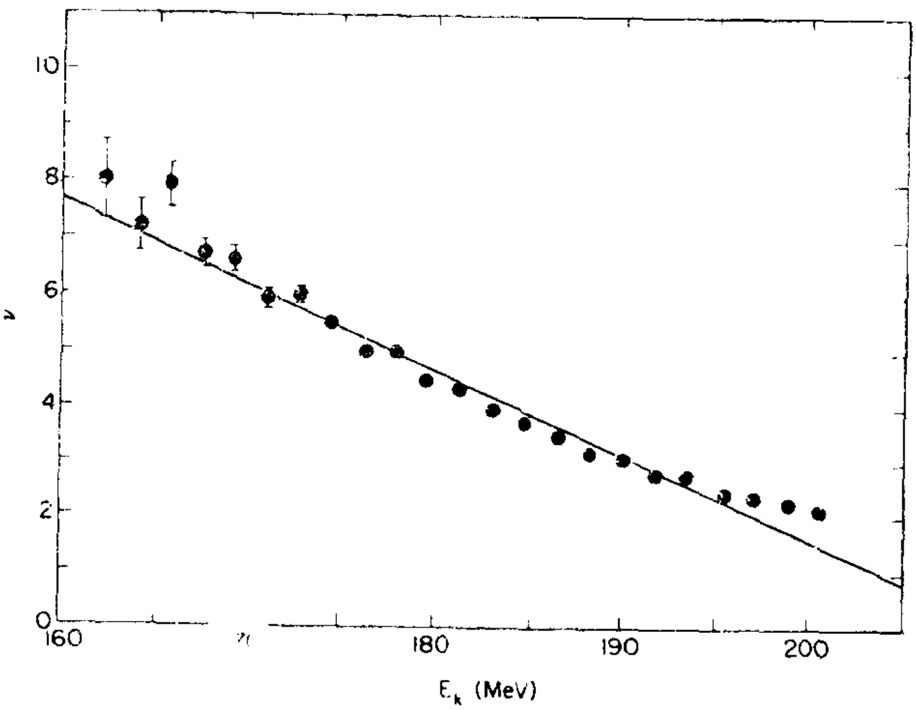


图 Ⅻ-4　中子数 $\bar{\nu}$ 随碎片总动能的变化。图上的直线相应于每个中子6.6 MeV的斜率，或即 $d\bar{\nu}/dE=0.15\text{MeV}^{-1}$。[引自Bowman等,(1963)。]

域观察到的中子中，有一些是裂变之前从复合核发射的。总的斜率约为每个中子7.5MeV，稍大于从碎片每发射一个中子所消耗能量的估计值6.5 MeV。在这一例子以及中子引起 ^{235}U裂变中，与总的趋势都存在小而肯定的偏离。表Ⅻ-3给出几个选定能区斜率随中子能量的变化。在0到15MeV中子能区，斜率与根据碎片发射一个中子消耗的能量估计出来的值很符合。然而，对于 ^{240}Pu自发裂变,从中子产额估算出来的碎片激发能,却比预期值高1.5MeV。这与观察到 ^{240}Pu自发裂变动能比热中子引起 ^{239}Pu裂变低1.5±0.5MeV一致(Okolovich和Smirenken, 1963)。^{246}Cm自发裂变的中子产额，也大于预期值（按每蒸发一个中子消耗6.5MeV能量和热中子引起裂变测得的 $\bar{\nu}$ 值推算)。

有证据说明，在图Ⅻ-5所示的高能端，$\bar{\nu}$ 值比本来预期的值低。这也许反映了这样的事实，即发射裂变前中子要比裂变后中子多消耗1 MeV左右的能量。但是预期这样的效应首先发生在

表 XII-2

四个核素热中子裂变和 ^{252}Cf 自发裂变的中子发射参数[a,b]

$$\bar{\nu} = \sum_{\nu=0}^{\nu=10} \nu P_\nu,\ \langle \nu^2 \rangle = \sum_{\nu=0}^{\nu=10} \nu^2 P_\nu,\quad var = \sum_{\nu=0}^{\nu=10} P_\nu(\nu-\bar{\nu})^2,\quad R = \frac{\langle \nu^2 \rangle - \bar{\nu}^2}{(\bar{\nu})^2}$$

核素	中子发射参数				
	^{233}U	^{235}U	^{239}Pu	^{241}Pu	^{252}Cf
$\bar{\nu}$	2.492 ±0.008	2.416 ±0.008	2.904 ±0.008	2.947 ±0.007	3.784 ±0.000
$\langle \nu^2 \rangle$	7.416 ±0.034	7.073 ±0.032	9.838 ±0.040	10.063 ±0.037	15.925 ±0.007
var	1.099 ±0.004	1.112 ±0.004	1.185 ±0.005	1.173 ±0.004	1.268 ±0.002
R	0.7932±0.0013	0.7979±0.0013	0.8221±0.0016	0.8190±0.0010	0.8479 ±0.0005
P_0	0.0259±0.0010	0.0313±0.0060	0.0094±0.0010	0.0097±0.0010	0.00197±0.00008
P_1	0.1526±0.0020	0.1729±0.0016	0.0990±0.0027	0.0877±0.0025	0.02447±0.00025
P_2	0.3289±0.0034	0.3336±0.0029	0.2696±0.0034	0.2636±0.0030	0.1229 ±0.0005
P_3	0.3282±0.0035	0.3078±0.0029	0.3297±0.0035	0.3343±0.0032	0.2707 ±0.0008
P_4	0.1320±0.0017	0.1232±0.0016	0.1982±0.0030	0.2099±0.0035	0.3058 ±0.0010
P_5	0.0252±0.0020	0.0275±0.0020	0.0924±0.0040	0.0811±0.0040	0.1884 ±0.0007
P_6	0.0045±0.0020	0.0038±0.0015	0.0119±0.0020	0.0112±0.0020	0.0677 ±0.0006
P_7					0.0160 ±0.0003
P_8					0.0021 ±0.0002

a．引自 Boldemai 和 Dalton（1967）。

b．所标 P_ν 的误差是只从实验重复性估算出来的。

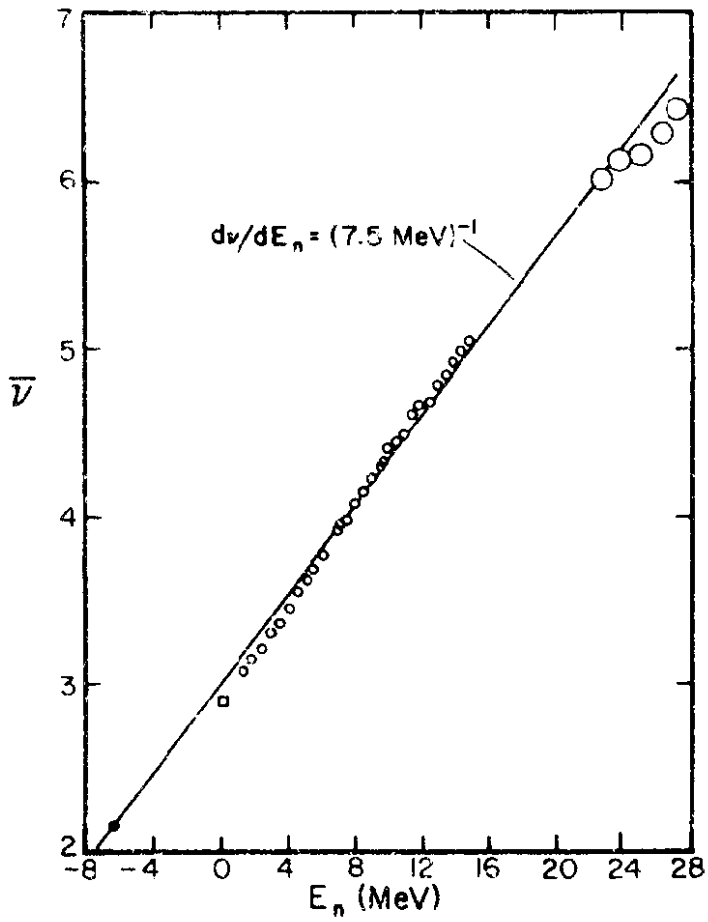


图 Ⅻ-5　中子引起 ^{239}Pu裂变的瞬发中子产额（○，□）以及 ^{240}Pu自发裂变的瞬发中子产额（●）。其相对误差大致相当于图上符号的大小。
［数据引自Soleilhac等（1969, 1970）；　Baron等（1966）。］

表 Ⅻ-3
^{240}Pu和 ^{236}U复合核不同能区的中子产额与入射中子能量的关系

^{240}Pu			^{236}U		
E_n 范围 (MeV)	$(d\bar{\nu}/dE_n)^{-1}$	参考文献	E_n 范围 (MeV)	$(d\bar{\nu}/dE_n)^{-1}$	参考文献
−6.45（自发裂变）—0	8.7±0.3	a, b	0—2	8.8±0.7	d
1.36—5.06	6.6±0.1	c	1.36—5.06	7.7±0.3	c
6.08—11.9	6.6±0.1	c	5.06—7.48	5.0±0.3	c
1.36—14.8	6.67±0.04	c	7.48—14.8	7.4±0.1	c

a. Boldeman（1968）。
b. Boldeman和Dalton（1967）。
c. Soleilhac等（1969）。
d. Boldeman和Walsh（1970）。

入射中子能量约6MeV处。在中子引起铀裂变的情况，有迹象表明，当超过(n, n′f)和(n, 2nf)反应阈时，$\bar{\nu}$值受到扰动。

有人提出，在轰击能量约1MeV以下，$\bar{\nu}$值随中子能量变化的曲线上有结构，它与特定鞍点道的性质有关。但是，更近期的数据表明，结构比原先报道的弱。也有人提出，斜率的变化与断裂中子成份有关，这种中子的产额随激发能而减少。这一点似乎也没有得到最近数据的证实，特别是^{240}Pu的情况。无论如何，断裂α产额随激发能的变化非常小，断裂中子的情况或许也是如此。中子产额偏离由早期发展起来的简单考虑所给出的预期值的原因，最可能是由于壳效应消失，而影响到初始激发能在动能与粒子激发之间的分配。质量分布随激发能的变化也会干扰中子产额。已经完成了一个能量平衡计算(Vorobeva等，1970)，在计算中考虑了中子产额及动能与质量分配的关系，还考虑了释放动能及质量分配随入射中子能量的变化。证明了这些效应能够很好解释在$\bar{\nu}$值随中子能量变化中所观察到的不规则性。

5．中子能谱

在实验室系里的平均中子动能约为2MeV。因大多数中子是从运动着的碎片蒸发出来的，所以这个能量由两部分组成：一部分是质心系里的发射能量；另一部分是由于碎片有动能而给予中子的。后者约为$\frac{2}{3}$MeV，也就是约为观察到的总中子动能的$\frac{1}{3}$。

质心系发射谱的形状预期接近于麦克斯韦分布，$\varepsilon_n \exp(-\varepsilon_n/T)$，其中$T$是核温度。假定发射谱是这种形式，再假定发射中子时所有碎片都具有每核子动能E_f，则实验室系预期是Watt谱形状：

$$e^{-E/T}\sinh(4EE_f/T^2)^{1/2}$$

式中E是实验室系的中子能量。在图Ⅻ-6上，将这一表达式与某些实验数据作比较。结果发现，这种谱形与麦克斯韦谱差别甚微。拟合所要求的参数是$T'=0.965$和$E_f=0.54$。后者小于预期

值，这或许是所作假设太简单的反映（假定了单一的固定T的发射谱，并假设碎片能量也是单一的）。实际上，预期总谱应是不同温度谱的叠加，在作坐标变换时应考虑各种不同的碎片动能。我们把关于中子谱的进一步考虑推迟到以后，那时，将讨论中子产额与碎片质量及能量的关系，在那种情况下，由实验谱经过直接转换就可获得质心谱。

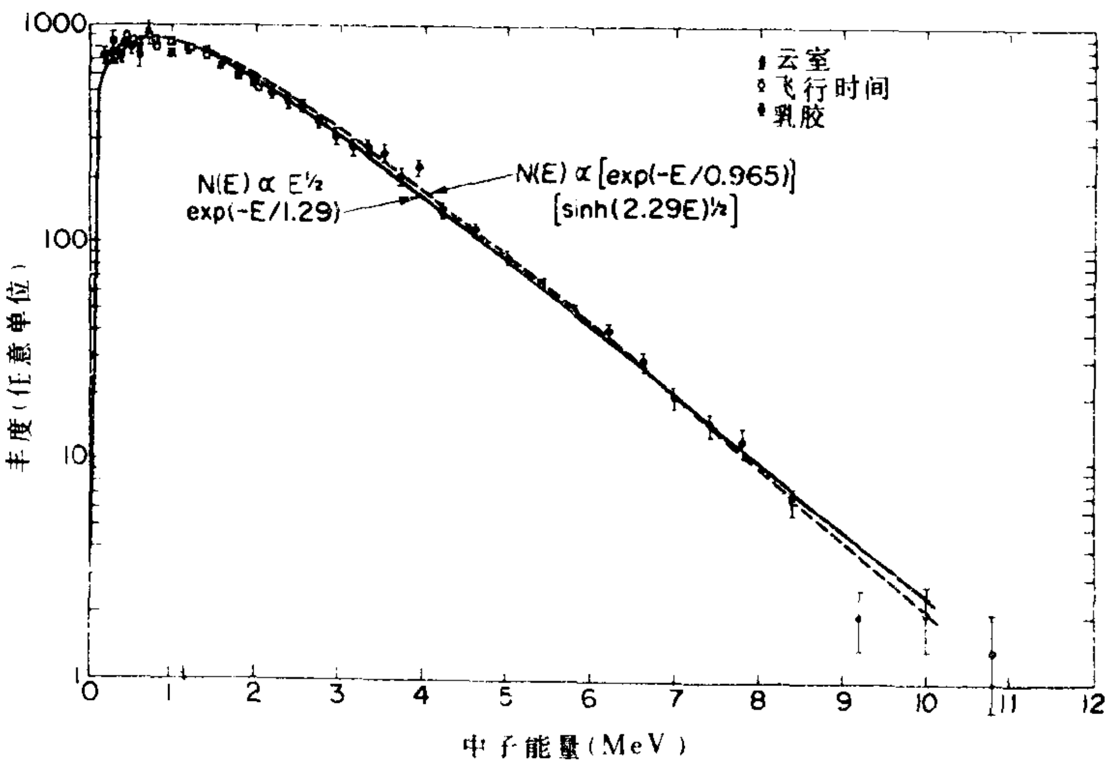
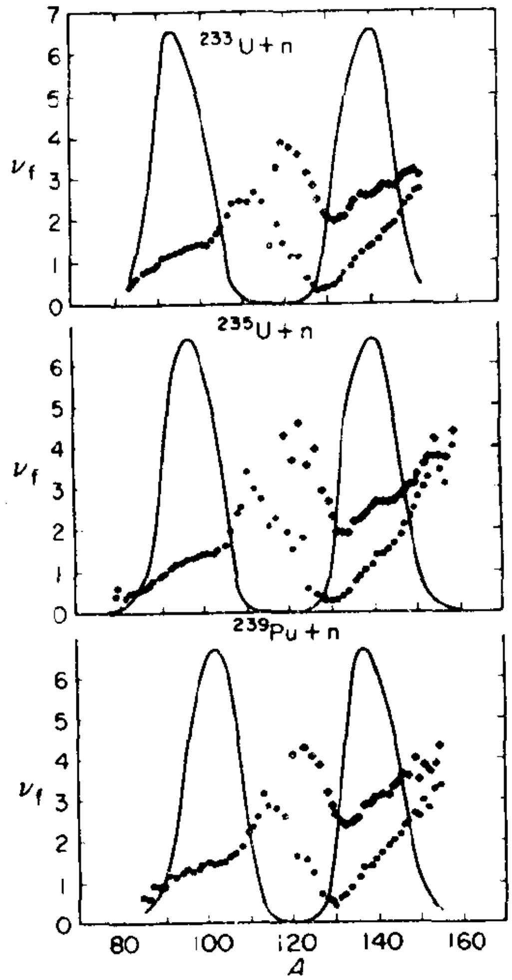


图 XII-6　^{235}U 热中子裂变时，实验室坐标系的中子动能谱[引自 Leachman（1956）。]

C. 中子产额与碎片质量的关系

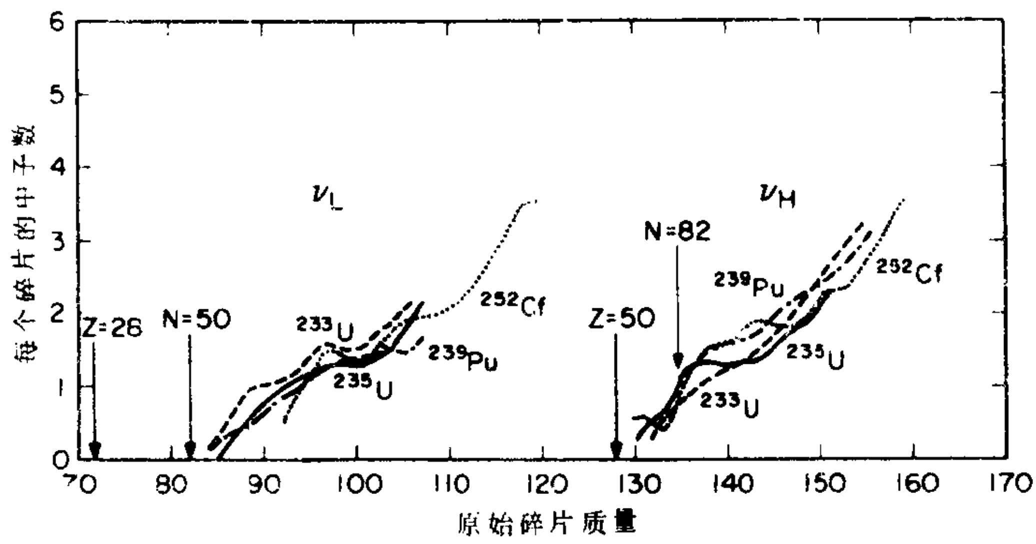
有关中子发射的最有趣方面之一是，中子产额随着碎片质量有着突出的变化。因为中子主要是从充分加速的碎片发射的，所以中子与发射它的碎片之间有着强烈的角关联。这一点使得实验测定中子产额随碎片质量的变化成为可能。Fraser 和 Milton（1954）首次测得中子产额随质量变化曲线上有结构，而现在已得到了详细得多的资料。热中子裂变的一些结果画在图 XII-7上。不



图Ⅻ-7　^{233}U, ^{235}U, ^{239}Pu 热中子裂变时，每个碎片发射的平均中子数与碎片质量的关系(●)以及每次裂变平均总中子数与重碎片质量的关系(◆)。[根据Apalin等(1965)。]

单是对于一定的质量分配，从两个互补碎片发射的中子数很不相等，而且甚至发射中子的总数也随着质量分配而变化。

通过比较初始的和最终的质量产额，也有可能定出中子产额与碎片质量的依赖关系。结果与直接测量中子计数得到的一致。一些裂变体系的中子产额对碎片质量的依赖关系如图Ⅻ-8所示，这些曲线互相重叠。这一比较着重说明，对于给定的碎片质量，来自不同体系的中子产额是差不多的，特别是闭壳附近的碎片的中子产额都是极低的。这使Terrell(1962, 1965)得出结论说，中子产额与初生碎片的可形变度有密切的关系。闭壳及闭壳附近



图XII-8　四种类型裂变时，中子产额与碎片质量之间的依赖关系（从质量产额数据定出）［引自Terrell（1965）。］

的核倾向于球形，并且很难形变。如果这种核的互补碎片不接近闭壳，那么在断裂处，大部分形变能是在互补碎片那一边，而闭壳碎片几乎没有形变。在断裂已发生，碎片分离之后，中子产额将依赖于断裂点储存在形变上的能量的大小。如果两碎片都是壳间中部的核（那样的核非常容易形变），那么断裂组态将具有较大的形变能，同时碎片中心之间的距离也大，因而动能小。看起来这就是铀钚同位素对称裂变时的情形，那里呈现出很高的总中子产额，而在动能上有很大的下降。对于^{252}Cf，对称裂变靠近$Z=50$壳，所以这个效应很不明显。这些想法已更定量地作了探讨，并将在以后进一步详细地讨论。

在图XII-8中隐含的中子产额与碎片质量的关系表观上的近似普适性，必须作某些保留。如果图中把Apalin等（1964）的^{235}U对称裂变区域的结果也包括进来，那么将看到^{235}U的$A\sim118$的碎片的中子产额没有^{252}Cf的那么高。这是一个证据，说明^{252}Cf在$A\sim120$处的中子产额之所以很高，其部分原因是由于互补闭壳碎片的影响，而对于^{235}U，则$A\sim120$碎片的互补碎片也处在壳间中

部，因此不像闭壳核那样，其互补碎片的形变增加得那么多。然而，不要忘记，^{252}Cf的总中子产额高于^{235}U，这也部分地解释了为什么^{252}Cf在$A\sim120$处中子产额高些。

对于较轻的元素，中子产额随碎片质量变化关系的实验数据要少得多。对于质子引起^{226}Ra裂变，用间接方法得到的结果（Konecny和Schmitt，1968）表明，$\bar{\nu}(A)$随着A增加，直至$A\sim122$，而在$A=135—145$处有一个很宽的极小。相同的方法也曾用于α粒子引起^{209}Bi裂变（Plasil等，1969），发现在整个被研究的质量区域（$A=80—125$），$\bar{\nu}(A)$单调上升。在这两个工作中，同时也都测量了碎片动能，导出的总释放能量与质量公式预期有显著的分歧。因此，用这些间接方法测得的$\bar{\nu}(A)$，应该看作是初步的。

在低能裂变中，观察到的中子产额随碎片质量的明显的锯齿变化，随着激发能的增加会很快消失，如图Ⅻ-9所示。由于^{238}U的第二次机会裂变，即能量低的裂变份额较^{233}U大，因此^{238}U曲线上的结构比^{233}U的明显。我们在图Ⅻ-10中画出$\Delta\bar{\nu}(A)$，即两种轰击能量下$\bar{\nu}(A)$之差，那样可以更清楚地看出激发能对$\bar{\nu}(A)$的影响。

激发能增加时，锯齿结构的消失，是由于$A=130$处中子产额增加很多，而其互补碎片的中子却极少增加。在^{233}U及^{238}U两种情况下，$\Delta\bar{\nu}$的极大值都出现在差不多相同的质量处，而$\Delta\bar{\nu}$的极小值位置却不一样，较轻靶核的极小处碎片质量较轻。$A=132$的碎片中子产额异常低，这是由于在这个质量区域，核的球形组态特别稳定，因而难于形变之故。激发能增加后壳效应消失，导致一个较为拉长的断裂组态，因而释放的总动能减少，碎片的总激发能增加。然而，值得注意，几乎全部增加了的激发能都出现在重碎片上，这多半是由于现在它可以较为平等地分享断裂组态形变能的份额了。

除了$A=130$碎片及其互补碎片的壳结构的消失之外，由图Ⅻ-10可见，离开闭壳区域，重碎片仍然获得总激发能增量中的较

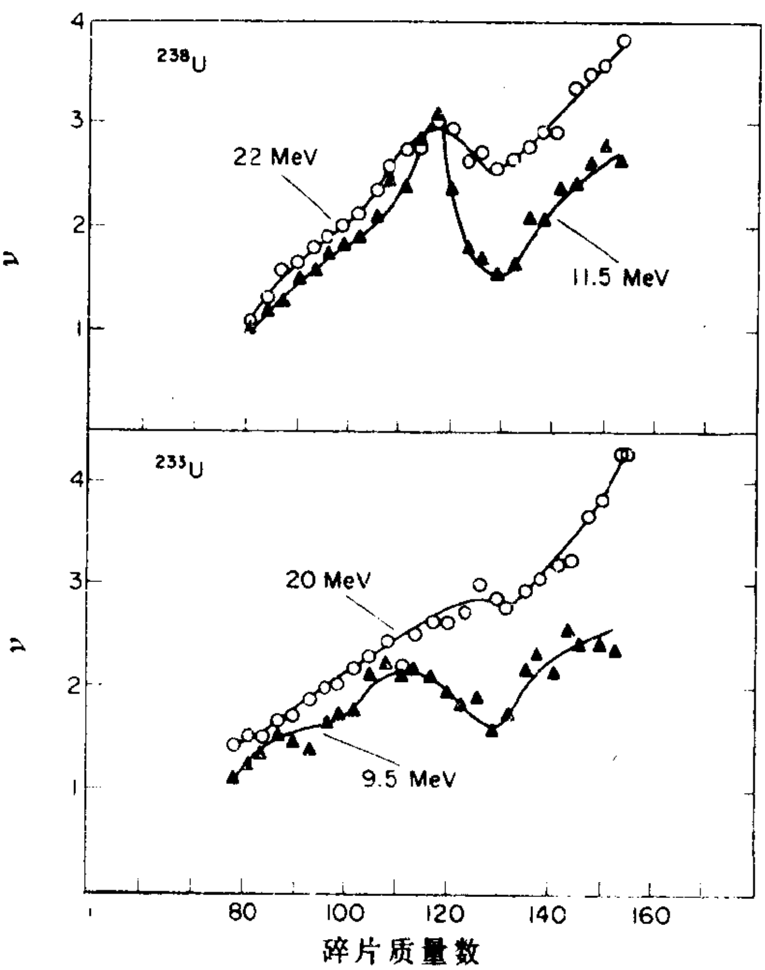
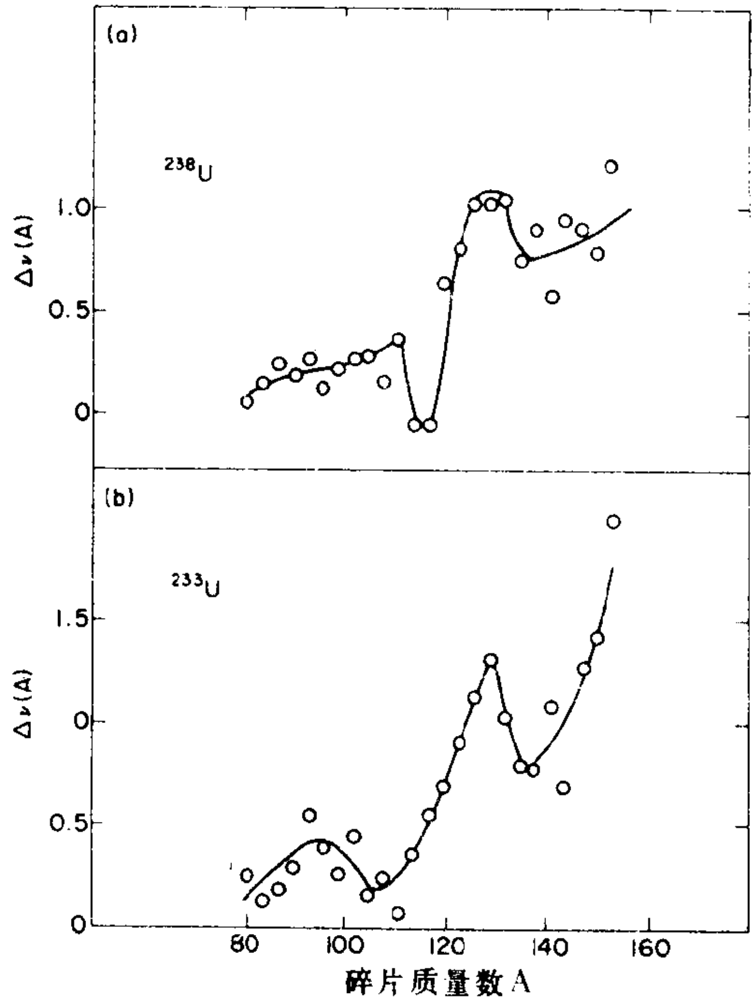


图 XII-9　质子引起^{233}U及^{238}U裂变时中子产额与碎片质量的依赖关系。每条曲线旁边都注明了入射质子的能量。这些结果是由在与一个碎片成0°角处的中子产额而得出的，因此包括的裂变前中子极少。[引自Bishop等(1970)。]

高份额。这至少可以部分地归因于初生碎片趋向热平衡，这种平衡导致两个碎片的每个核子平均激发能近似相等，或者说，较重碎片激发能较高。考察离开闭壳处一特定质量分配的$\Delta\bar{\nu}(A)$，能够对这一假设作更为定量的检验。轻、重碎片的$\Delta\bar{\nu}$值是增加的激发能在这两碎片之间分配的量度。(这里用$\Delta\bar{\nu}$而不用$\bar{\nu}$，就避开了一个问题，即断裂时到底有多少能量被束缚在形变上，只要它不随激发能改变就行。关于形变能不随激发能而改变的假设，与这一质量分配下动能不随激发能而变是一致的。)如果我们假定，趋近断裂时，碎片处于热平衡，则$T_L=T_H$，而核温度由$(E/a)^{1/2}$



图Ⅻ-10　(a)质子能量为11.5及22MeV时，^{238}U裂变中子产额之差；(b)质子能量为9.5及20MeV时，^{233}U裂变中子产额之差。[引自Bishop等(1970)。]

给出。因为对于离开闭壳的碎片，预期能级密度参数a随A作线性变化，所以

$$(\Delta E_H/A_H)^{1/2}=(\Delta E_L/A_L)^{1/2}$$

或

$$\Delta E_L/\Delta E_H=A_L/A_H$$

这里ΔE_L和ΔE_H是两种不同轰击能量下碎片激发能之差。由实验测得的$\Delta\bar{\nu}$值和发射一个中子所需平均能量$\bar{B}n+\varepsilon$的估值(对轻、重碎片略有差别)，可以定出$\Delta E_L/\Delta E_H$。对于^{233}U的$A_L\approx92$和$A_H\approx142$的质量分配

$$\frac{\Delta E_{\mathrm{L}}}{\Delta E_{\mathrm{H}}} \approx \frac{[\Delta \bar{\nu}(A_{\mathrm{L}})(\bar{B}_{\mathrm{n}}+\varepsilon)]_{A_{\mathrm{L}}\approx 92}}{[\Delta \bar{\nu}(A_{\mathrm{H}})(\bar{B}_{\mathrm{n}}+\varepsilon)]_{A_{\mathrm{H}}\approx 142}} \approx 0.5 \pm 0.2$$

与预期值

$$A_{\mathrm{L}}/A_{\mathrm{H}} = 0.65$$

可以比较。对于同样的质量比，质子引起^{238}U裂变，测得增加的激发能之比为0.35±0.2。因此对^{233}U情况，轻碎片中子产额较少，其主要原因是简单的能量分配使每个核子的平均激发能相等。然而对于^{238}U，重碎片的中子产额还有额外的增加，其原因并不显而易见。

最后，我们还不知道为什么在$A\approx 80$附近，即$N=50$闭壳出现的地方，观察到的很低的中子产额并不随激发能而较迅速地增加。一种可能的解释是，这与前面观察到的激发能的增加量并不在轻重碎片之间平等分配有关系。如果在断裂时，$A\approx 80$的碎片与其互补碎片接近热平衡，那么由于它的互补碎片非常重，它将只获得激发能增量的一小部分。这与$A\approx 130$闭壳碎片的情况相反，那种情况的互补碎片比较轻，因而在争取激发能增量时更有利。这样$A\approx 80$的初生碎片可能得不到足够的激发能来打破壳效应。

D．互补碎片中子产额之间的关联

中子产额分布的一个有潜在意义的特性是，一个碎片发射的中子数目与其互补碎片发射的中子数目之间，可能有关联。这就是说，如果一个碎片发射的中子数大于平均数，那么其互补碎片发射的中子数多半会是大于，或小于，还是等于它的平均中子数？通常假定，互补碎片大概会发射等于平均数的中子，即单个碎片的中子产额是互不关联的。（假如动能和质量比都固定的话，那么将肯定有反关联。然而，这里讨论的是对总动能不加限制的一般情况。）

近来，有两个实验提供了某种推测性的证据，说明中子产额是反关联的，即如果一个碎片发射的中子多于平均数，则其互补碎片多半会发出少于平均数的中子。Blinov等(1970)对于热中子引起^{235}U裂变测量了平均乘积 $\langle \nu_L \nu_H \rangle$ 得出为1.53±0.08。这比根据产额之间无关联而算得的值1.82±0.10要小。这样的比较或许暗示着有相当强的反关联。可惜，这种测量$\langle \nu_L \nu_H \rangle$的方法，对于是否存在关联，并不是非常灵敏的。

在一个更直接的实验里，Nifenecker等(1969)用一高效率的中子探测器，去直接测量朝着中子探测器方向飞行的轻或重碎片发射的中子数目的弥散。对于^{252}Cf，他们发现

$$\sigma_L^2 = 1.108 \quad 及 \quad \sigma_H^2 = 1.446$$

这两个方差之和2.554，比每次裂变中子总数的方差1.55±0.04大得多，由此得到关联系数 $\mu = -0.55$，其中 μ 由下式定义，

$$\sigma_T^2 = \sigma_L^2 + \sigma_H^2 + 2\mu$$

再次显示很强的反关联。应该加以说明的是，在这个实验中鉴定轻重碎片的方法有点问题，方法是通过测量与碎片中子符合的Kx射线来确定其电荷。然而由于Kx射线的产额随碎片质量有强烈变化，因此，对所研究的质量分配，可能造成一点偏差。关于碎片中子产额反关联的证据意味着，如果一个碎片的激发能高于平均值，则其互补碎片的激发能将低于平均值。碎片的最终激发能来自断裂处的碎片激发能及任何可能有的变形能。假使断裂处变形能远小于内部激发能的话，则裂变的统计模型将会预言有正关联。这是因为，对于最可几的裂变事件，假定了两个碎片具有相等的温度。然而，因为在断裂处，内部激发能或许可与变形能相比较，或小于变形能，所以，必须考虑变形能在两碎片之间是怎样分配的。

Nix和Swiatecki(1965)在液滴模型的框架里探索了这个问题。他们发现，对于^{213}At(所用的两椭圆旋转体模型，只适用于低Z^2/A值)，预计两碎片激发能是反关联的。此结果有赖于纯拉长模式和不对称形变模式的振幅的相对大小。前者相应于碎片激

发能有正关联，后者给出激发能反关联。他们发现，在鞍点（对于低 Z^2/A，非常接近断裂形状）附近的势能，对于拉长模式的劲度比对于变形不对称模式的劲度来得大，导致变形不对称振幅较大，因而两碎片的激发能是反关联的。

E. 中子动能与碎片质量的关系

对于若干裂变体系，已经测定了中子在质心系的平均动能与碎片质量的依赖关系。因为大多数中子是在碎片已经分开，且变形能已经转变成激发能之后发射的，所以中子动能反映了最终分离后碎片的温度。^{252}Cf 自发裂变的结果见图 XII-11。虽则曲线上

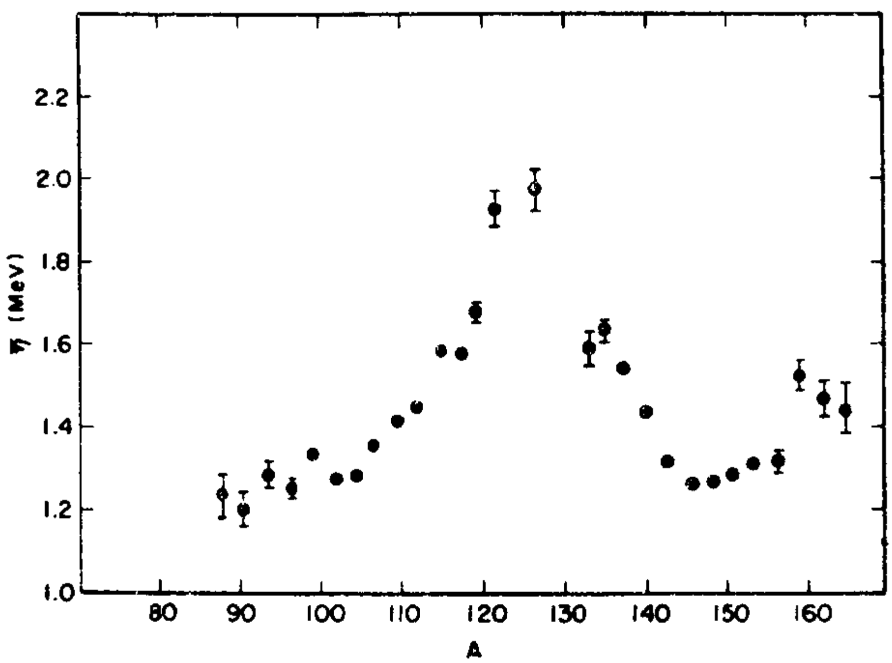


图 XII-11　^{252}Cf 自发裂变时，中子在质心系的平均动能与碎片质量的依赖关系。[引自 Bowman 等(1963)]

有相当大的结构，但中子动能的结构并不像中子产额那样与碎片结构有简单的关联。特别是，平均动能相对于质量126（对称质量分配）是近乎对称的，而中子产额相对于 $A=126$ 却极不对称。质量120附近的碎片平均发射四个中子，质量大约132的碎片发射的平均中子数少于一个，但两者蒸发的中子的动能非常接近。显

然，这是壳效应的另一个表现。壳效应使接近闭壳的核在断裂点只获得少量变形能(因而其最终激发能也很少)，但在给定激发能下，壳效应也使这些碎片具有异常高的温度。另一方面，在给定激发能下，裂变中产生的壳间中部的核的温度低于平均值。这样，在一定的激发能下，温度随质量的变化可能偶然地近乎抵消了激发能分配的不对称。图Ⅻ-11中，平均中子动能在对称处的峰，可以定性地归因于近对称处总中子产额的增加（也即碎片激发能增加)。质量分配在$A=148$、104附近，中子平均动能呈现出两个宽的极小。

有可能更定量地将中子动能与中子产额联系起来，以便把能级密度参数（它规定温度与碎片激发能之间的关系）分离出来。Lang(1963)曾对一蒸发级联推导出一个表达式，这个表达式将平均中子动能$\bar{\varepsilon}$，平均结合能$\bar{B}_n$，中子产额$\bar{\nu}$和能级密度参数a联系起来。对于费米气体，Lang的公式给出$E=aT^2-\frac{5}{4}T$。(第二项是小量，我们以前讨论碎片之间激发能分配时，把它略去了。)初始碎片激发能E_i是$\nu(\bar{B}_n+\bar{\varepsilon})$；对整个级联并对谱平均后，平均中子能量是$\frac{4}{3}T_i$，$T_i$为首次发射温度。由此得到下面的表达式，

$$\bar{\nu}(\bar{B}_n+\bar{\varepsilon})=a\left(\frac{3}{4}\bar{\varepsilon}\right)^2-\frac{15}{16}\bar{\varepsilon}$$

如果实验上已测得$\bar{\nu}$及$\bar{\varepsilon}$随碎片质量而变化的函数，则对于这样的体系，利用$\bar{B}_n$可以定出a值随初始碎片质量的变化关系，其中$\bar{B}_n$用现有的质量公式计算。几个裂变核的这类分析的结果画在图Ⅻ-12上。虽则$a=\frac{1}{8}A$给出了总的趋向，但a随质量数的变化还有些起伏，a值偏低相应于接近闭壳，偏高相应于位于壳间中部的质量。（必须记住，这里画出的a值是初始碎片质量的函数，所以决定中子发射谱的平均碎片质量要比图中的横坐标标出的小

几个质量单位。)显然，随着碎片平均激发能的增加，壳效应变得不那么突出。这不仅表现在闭壳附近的a值增加，而且表现在壳间中部的a值下降了。这两种效应都是预料得到的，因为单粒子激发扩展到远离费米表面，由于壳简并引起的单粒子能级密度的局部变化会被平均掉。

与^{238}U相比，^{233}U的a随质量数的变化较小，这是由于^{233}U碎片的平均初始激发能较高的缘故。因为^{233}U第一次机会裂变占的份额较大，所以碎片的初始激发能较高。

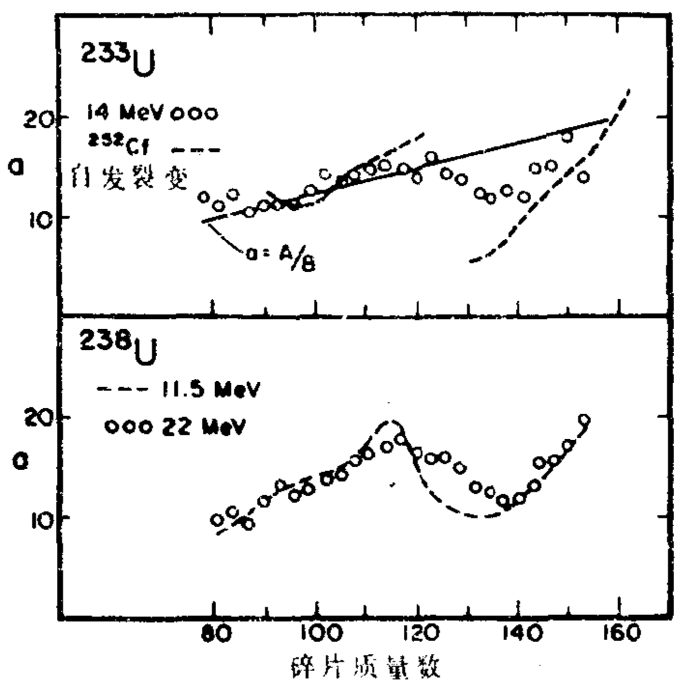


图 XII-12　能级密度参数a与原始碎片质量的关系。^{252}Cf的虚线是Lang(1963)分析了Bowman等(1962)的数据而得。铀的值引自Bishop等(1970)。

参 考 文 献

Amiel, S. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 569. IAEA, Vienna.

Apalin, V. F., Gritsyuk, Yu. N., Kutikov, I. E., Lebedev, V. I., and Mikaelyan, L. A. (1964). *Nucl. Phys.* **55**, 249.

Apalin, V. F., Gritsyuk, Yu. N., Kutikov, I. E., Lebedev, V. I., and Mikaelyan, L. A. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **1**, 586. IAEA, Vienna [as arranged by J. E. Gindler, and J. R. Huizenga (1968). *In* "Nuclear Chemistry" (L. Yaffe, ed.), Vol. 2. Academic Press, New York].

Asplund-Nilsson, I., Conde, H., and Starfelt, N. (1963). *Nucl. Sci. Eng.* **15**, 213.

Baron, E., Frehaut, J., Ouvry, F., and Soleilhac, M. (1966). *Proc. IAEA Conf. Nucl. Data for Reactors*, **2**, p. 57. IAEA, Vienna.

Bishop, C. J., Vandenbosch, R., Aley, R., Shaw, R. W., Jr, and Halpern, I. (1970). *Nucl. Phys. A* **150**, 129.

Blinov, M. V., Kazarimov, N. M., Krisyuk, I. T., and Kovalenko, S. S. (1970). *Sov. J. Nucl. Phys.* **10**, 533.

Boldeman, J. W. (1968). *J. Nucl. Energy* **22**, 63.

Boldeman, J. W., and Dalton, A. W. (1967). *Aust. At. Energy Comm. Rep. AAEC/E* **172**.

Boldeman, J. W., and Walsh, R. L. (1970). *J. Nucl. Energy* **24**, 191.

Bowman, H. R., Thompson, S. G., Milton, J. C. D., and Swiatecki, W. J. (1962). *Phys. Rev.* **126**, 2120.

Bowman, H. R., Milton, J. C. D., Thompson, S. G., and Swiatecki, W. J. (1963). *Phys. Rev.* **129**, 2133.

Cheifetz, E., Bowman, H. R., Hunter, J. B., and Thompson, S. G. (1971). *Phys. Rev. C* **3**, 2017.

Choppin, G. R., Harvey, B. G., Hicks, D. A., Ise, J., Jr., and Pyle, R. V. (1956). *Phys. Rev.* **102**, 766.

Colvin, D. W., and Sowerby, M. G. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **2**, p. 25. IAEA, Vienna.

Dakowski, M., Lazarev, Yu. A., and Oganesyan, Yu. Ts. (1972). Dubna Preprint, pp. 15–6518.

Diven, B. C., Martin, H. C., Taschek, R. F., and Terrell, J. (1956). *Phys. Rev.* **101**, 1012.

Eismont, V. F. (1965). *Sov. At. Energy* **19**, 1000.

Fillmore, F. L. (1968). *J. Nucl. Energy* **22**, 79.

Fraser, J. S. (1952). *Phys. Rev.* **88**, 536.

Fraser, J. S., and Milton, J. C. D. (1954). *Phys. Rev.* **93**, 818.

Hicks, D. A., Ise, J., Jr., and Pyle, R. V. (1956). *Phys. Rev.* **101**, 1016.

Huizenga, J. R., and Vandenbosch, R. (1962). *In* "Nuclear Reactions" (P. M. Endt and P. B. Smith, eds.), Vol. II. North-Holland Publ., Amsterdam.

Jaffey, A. H., and Lerner, J. L. (1970). *Nucl. Phys. A* **145**, 1.

Konecny, E., and Schmitt, H. W. (1968). *Phys. Rev.* **172**, 1213.

Kroshkin, N. I., and Zamgatnia, Y. S. (1970). *Sov. At. Energy* **29**, 790.

Lang, D. W. (1963). *Nucl. Phys.* **53**, 113.

Leachman, R. B. (1956). *Proc. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, 1956*, **2**, p. 193. United Nations, New York.

Lebedev, V. I., and Kalashnikova, V. I. (1958). As quoted by Bondarenko, I. I., Kuzminov, B. D., Kutsayeva, L. S., Prokhorova, L. I., and Smirenkin, G. N. *Proc. U.N. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, 2nd*, **15**, p. 352. United Nations, Geneva.

Milton, J. C. D., and Fraser, J. S. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **2**, p. 39. IAEA, Vienna.

Nifenecker, H., Frehaut, J., and Soleilhac, M. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 491. IAEA, Vienna.

Nix, J. R., and Swiatecki, W. J. (1965). *Nucl. Phys.* **71**, 1.

Okolovich, V. N., and Smirenken, G. N. (1963). *Sov. Phys. JETP* **16**, 1313.

Orth, C. J. (1971). *Nucl. Sci. Eng.* **43**, 54.

Plasil, F., Ferguson, R. L., and Schmitt, H. W. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 505. IAEA, Vienna.

Pyle, R. V. (1964). Unpublished results as given in E. K. Hyde, "The Nuclear Properties of the Heavy Elements, III: Fission Phenomena." Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Shev, R., and Geroy, J. (1960). *J. Nucl. Energy Part A* **12**, 101.

Soleilhac, M., Frehaut, J., and Gauriau, J. (1969). *J. Nucl. Energy* **23**, 257.

Soleilhac, M., Frehaut, J., and Gauriau, J. (1970). Private communication.

Stoughten, R. W., Halperin, J., Bemis, C. E., and Schmitt, H. W. (1973). *Nucl. Sci. Eng.* **50**, 169.

Terrell, J. (1962). *Phys. Rev.* **127**, 880.

Terrell, J. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **2**, p. 3. IAEA, Vienna.

Thompson, M. C. (1970). *Phys. Rev. C* **2**, 763.

Vorobeva, V. G., Dyachenko, P. P., Kuzminov, B. D., Sergachev, A. I., and Smirenko, L. D. (1970). *Sov. At. Energy* **29**, 835.

Westcott, C. H., Ekberg, K., Hanna, G. C., Pattenden, N. J., Sanatini, S., and Attree, P. M. (1965). *At. Energy Rev.* **3**, 1.

第十三章　原始裂变产物的γ射线

A. 引　言

本章将讨论在β衰变之前来自激发碎片的γ射线。既然最短的β衰变的半寿命是毫秒量级，我们可以假定，所有在裂变后0.1毫秒以内发射的γ射线都是来自原始裂变产物的。这些γ射线的定性特征可以很快归纳出来。一半以上的γ射线半寿命短于2×10^{-11}秒。典型地每次裂变约有8个光子，其平均能量为1MeV。结果产生的总γ射线衰变能量为8MeV左右。平均光子数以及每个光子的平均能量两者都是碎片质量的函数。

如同后面将要更充分讨论到的那样，即使是像γ射线数目和平均能量这样的定性特性也与简单统计模型预言的很不相同，与中子俘获的γ射线比较起来，也不一样。将要表明，这种差异可以归因于碎片上存在较大角动量的缘故。因此，裂变γ射线的特性(尽管它们是在裂变过程相当晚的阶段上发射的)可以提供有关在早得多的阶段决定的碎片特性的有意义的资料。

最近，技术有了足够的进步，使得有可能完成对于单个裂变碎片的γ射线进行细致的研究。这些能谱学的研究，导致了有关远离β稳定线的核素性质的许多非常有意义的结果。然而，对γ衰变的这一方面进行评论已超出本书的范围。我们将把注意力集中在更能表征裂变过程本身，而不是表征裂变产物的那些特征上面。

首先我们综述一下对所有质量分配合计的那些总的γ射线特性。然后，在有数据的场合，再谈谈这些特性与质量分配的依赖关系。最后我们讨论一下关于裂变过程中给予碎片的角动量大小

的理论估计。

B. 所有质量的碎片发出的γ射线

1. 发射时间

利用延迟符合方法，电子学上有可能测量10^{-9}秒或更大的裂变与γ射线发射的时间差。利用裂变碎片的速度（约为10^{9}厘米/秒），可以达到更短的时间。由Skliarevski等（1957）开创的这种技术，把时间测量代之以距离测量，即测量发射γ射线之前碎片飞过的距离。实验上采用把探测器对于碎片飞行路径作适当准直的办法来达到这个目的。

Maier-Leibnitz等（1965a）把各种时间测量结果汇总到一条曲线上，见图 XIII-1。在制作这条曲线的时候，假设了热中子引起^{235}U裂变与^{252}Cf自发裂变之间没有显著的差别。把平均寿命时间和 1 MeV辐射的Weisskopf估计作比较，可以看出，对于大多数γ射线来说，只有偶极和四极辐射是重要的。

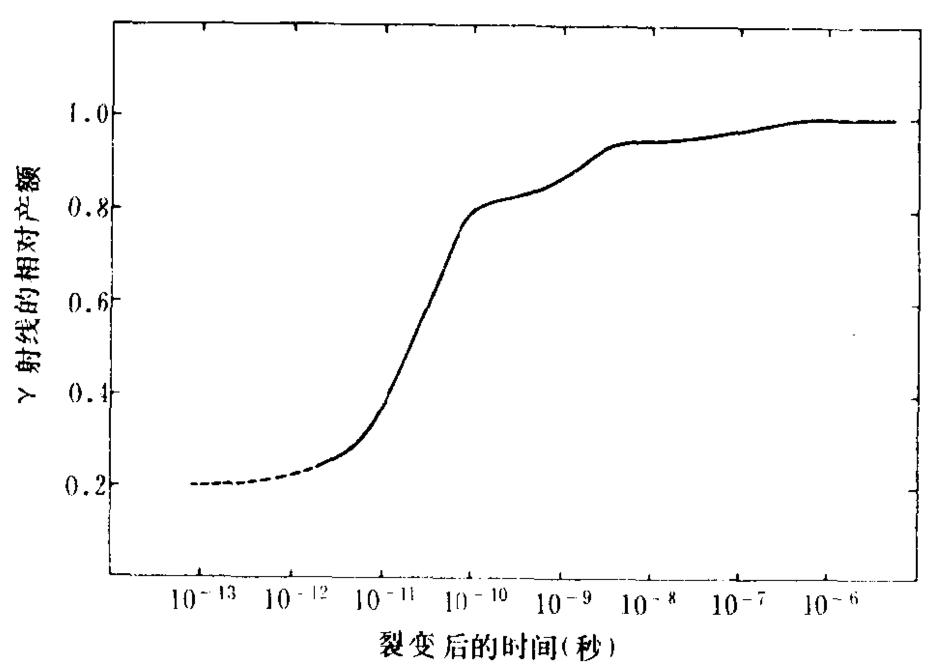
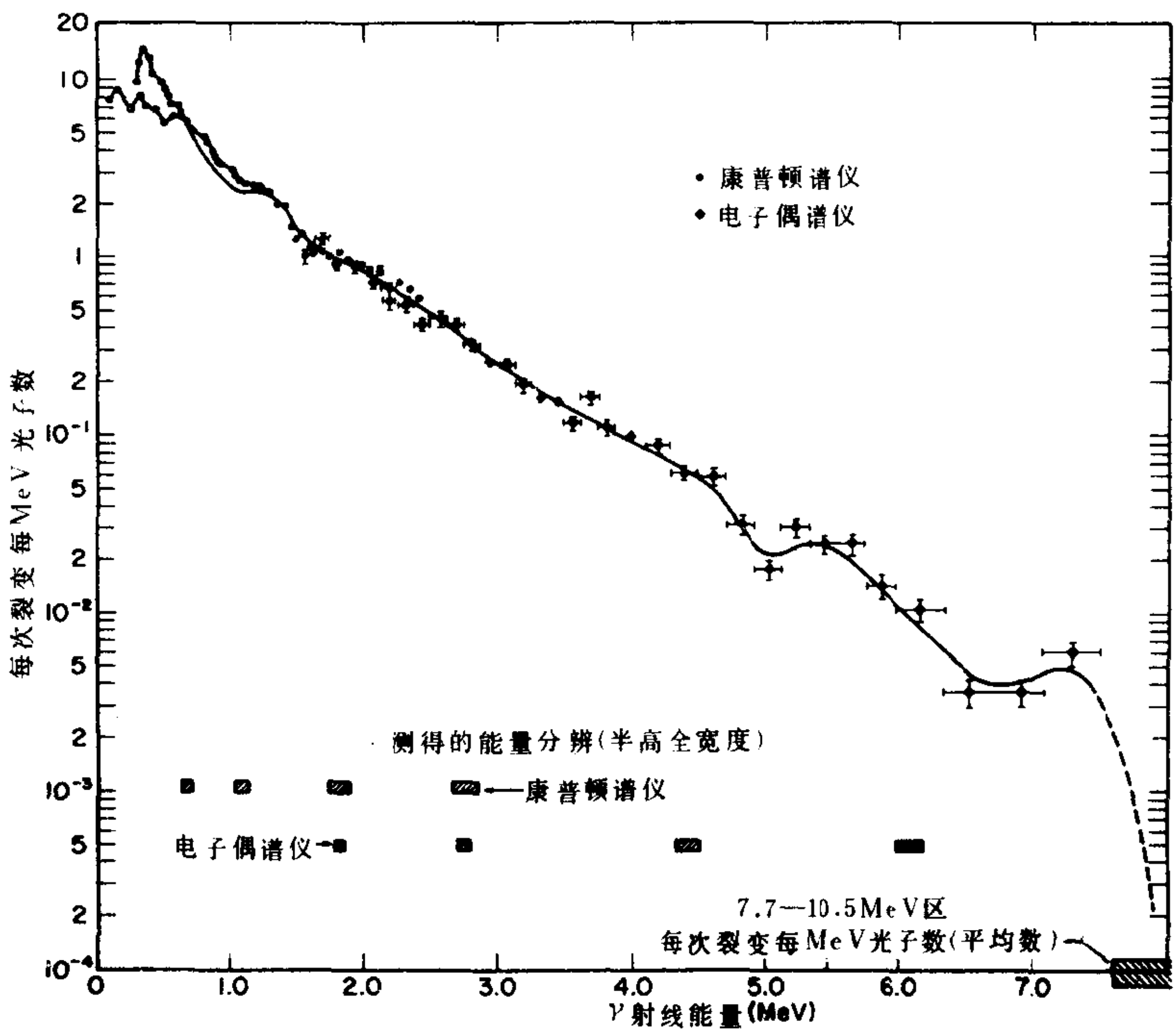


图 XIII-1 到裂变后某一时刻为止发射的γ射线相对产额随裂变后时间的变化关系。〔引自Maier-Leibnitz等（1965a）。〕

2. γ射线的能谱

已经测量了热中子引起^{235}U裂变和^{252}Cf自发裂变的γ射线能谱，发现它们是相当类似的。^{235}U的能谱画在图XIII-2上。最近对^{235}U的研究（Peelle和Maienschein，1971）给出的结果是，对于能量在0.14—10.00MeV之间的光子来说，每次裂变放出7.45±0.3个光子，而每次裂变放出的瞬发γ射线总平均能量是7.2±0.3MeV。对^{252}Cf自发裂变进行的精度稍差的测量给出，每次裂变平均放出10个光子，释放的光子总能量是8.6 MeV（Bowman和Thompson，1958；Smith等，1958）。这些数字给出γ射线的平均能量略小于1MeV。由2.8MeV和14MeV中子引起^{235}U裂变释放的平均总γ射线能量在15%范围内与热中子引起裂变的结果



图XIII-2 由Maienschein等(1958)和Rau(1963)测量的^{235}U热中子裂变瞬发γ射线谱。曲线的低能部分是Rau的结果。[根据Maier-Leibnitz等(1965a)。]

是一样的(Protopopov和Shiryaev, 1958)。

如果假设只要在能量上允许发射中子时，γ射线发射就不会发生，那末总的γ射线产额比起根据简单统计论证所预期的值来是太大了。鉴于从一个裂变事件到另一个裂变事件所发射的中子数涨落很大，当中子发射在能量上已不再可能之后，剩余激发能在零和中子结合能之间取值的几率可以认为是均等的。因而，在中子发射不再可能后，每个裂变碎片具有的平均激发能将等于中子结合能的一半，而预期两个碎片的总γ射线能量近似等于平均中子结合能，或即5—6MeV。这比观察到的总γ射线能量7—9MeV要少几个MeV。这个矛盾归因于碎片形成时具有相当大的角动量。发射的中子不会带走太多的角动量。所以最后一个可能的中子的发射几率，可能由于在剩余核基态附近缺少高自旋态而受到禁阻。于是，中子发射受到角动量垒的阻挡，而γ衰变就竞争得过了，因为γ射线可以衰变到具有较高角动量的高伏能级。这些思想已经得到了Thomas和Grover(1967)半定量计算的支持。他们使用了在较高激发能处自旋相依的能级密度表达式，在壳模型基础上估计了低伏态的自旋值。辐射宽度的值得自慢中子共振谱学。如果假设每个碎片具有$8.4\hbar$的初始均方根角动量的话，他们发现，一对典型碎片的总γ射线能量将是7.1MeV。换句话说，这比忽略掉由于角动量使中子发射受到禁阻而得到的值高出约50%。另外还表明，计入角动量效应要使平均光子能量降低。因此，碎片角动量也是裂变光子平均能量小于中子俘获γ射线平均能量的原因。

3. 裂变γ射线的角分布

观察到裂变碎片与瞬发γ射线之间有角关联，沿碎片方向发射的几率比垂直于裂变碎片方向发射的几率大15%左右。Hoffman(1964)对三种靶核热中子裂变的实验结果画在图XIII-3上。如果每个裂变碎片的转动轴都处在垂直于碎片方向的平面内，各向异性的符号就是对四极辐射所预期的符号。假如碎片的角动量来自断裂点的弯曲振动模式，那末这是可以预料到的。原始裂变核体

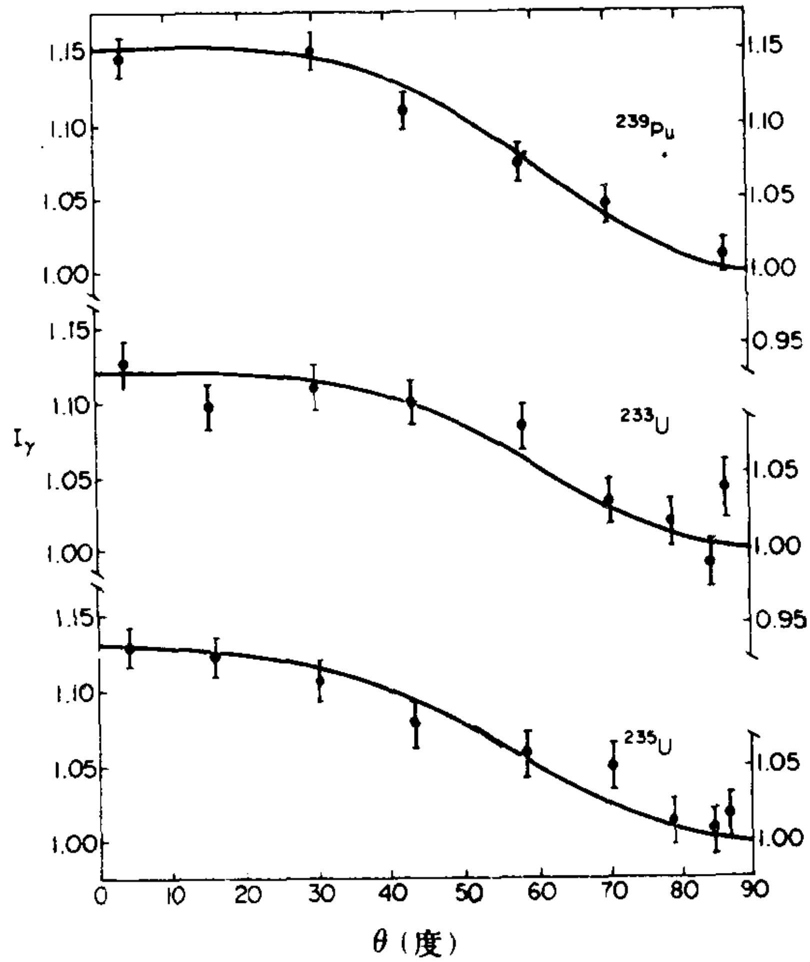


图 XⅢ-3　γ射线的相对数目随θ角的变化关系。θ角是γ射线方向与碎片方向的夹角。此处γ射线的能量大于0.25MeV。[引自Hoffman(1964)。]

系具有的任何角动量，一部分后来出现在最终裂变碎片上(但它的转动轴倾向于落在碎片运动方向上)，另一部分表现为裂变碎片之间的相对轨道角动量。因为热中子裂变时预期K值很低(K是角动量在核对称轴上的投影)，所以初始核角动量的大部分预料将变为碎片之间的轨道角动量。这个论据，再加上各向异性对靶核自旋(对^{235}U，$I=\frac{7}{2}$；对^{239}Pu，$I=\frac{1}{2}$)不太灵敏，意味着对各向异性起作用的角动量是裂变过程中在碎片上产生的。

Strutinsky(1960)指出，如果断裂时核对于裂变轴是不对称的，那末碎片残桩(fragmant stub)之间的库仑斥力有一个横向成份，这将使得两个碎片在裂变后围绕着一个垂直于裂变方向

的轴作方向相反的转动。在假设了一个关于退激发级联的统计模型后，Strutinsky推导出辐射各向异性的表达式。他求得，相对于碎片运动方向的角分布是

$$W(\theta)=1+K_L(\hbar^2 j/\mathscr{I}T)^2\sin^2\theta$$

这里，对于偶极辐射来说，$K_L=+\frac{1}{8}$,对于四极辐射，$K_L=-\frac{3}{8}$，而对于八极辐射，$K_L=-\frac{81}{64}$，j是碎片角动量，$\mathscr{I}$是碎片转动惯量，T是核温度。如果γ射线是碎片尚在飞行时发射的，则必须就碎片运动对于立体角及γ射线能量的影响进行修正(Skarsuåg，1967)。在上述方程中，转动惯量与核温度之积$\mathscr{I}T$是与能级密度的自旋相依性有关的。正是这个自旋相依的能级密度决定了到达自旋高于及低于初始碎片自旋的那些态的γ衰变的相对份额。从这个关系及实测各向异性推导出的碎片自旋值，对所选择的核温度和转动惯量值是相当灵敏的。得出的值在8到15个角动量单位范围内变化。

使用上述表达式时，通常所做的一些假定是否正确，现在还不清楚。首先，通常的假定是考察一下实验上看到的各向异性符号，根据符号来推定辐射的多极性。如果符号为负，那就假定所有的辐射都是四极辐射。其实，这里面无疑有偶极辐射与四极辐射的混合。看作纯四极辐射的假定，导致对于初始碎片自旋的估计偏低。其次，关于衰变到自旋高于或低于发射态的相对几率依赖于统计能级密度权重因子的假设，在级联的最后几级肯定是错误的，因为那里不存在可利用的自旋较高的末态。倘若γ射线是"拉长"级联("stretched" cascade)(即从初自旋态J_i衰变到末自旋态$J_f=J_i-L$)的一个成员，则其各向异性$W(\theta=0°)/W(\theta=90°)$的预期值对四极辐射来说在经典范围内应等于1.6(Halpern等，1968)。这意味着，统计级联假设会导致对于初始角动量估计偏高。必定会有相当数目的"拉长"跃迁，这是很清楚的，只要把每个碎片发出的γ射线总数(已知约等于4)，与初态自旋与末态自旋之差(后者必定接近于零)的估计进行比较，就可以知道了。

这个论据可以用来排除低能裂变时初始碎片自旋比10大得多的值。不可能用引入八极辐射的办法来推翻这一结论，因为八极辐射预期的寿命太长，在与裂变碎片瞬时符合的条件下不可能被观测到。

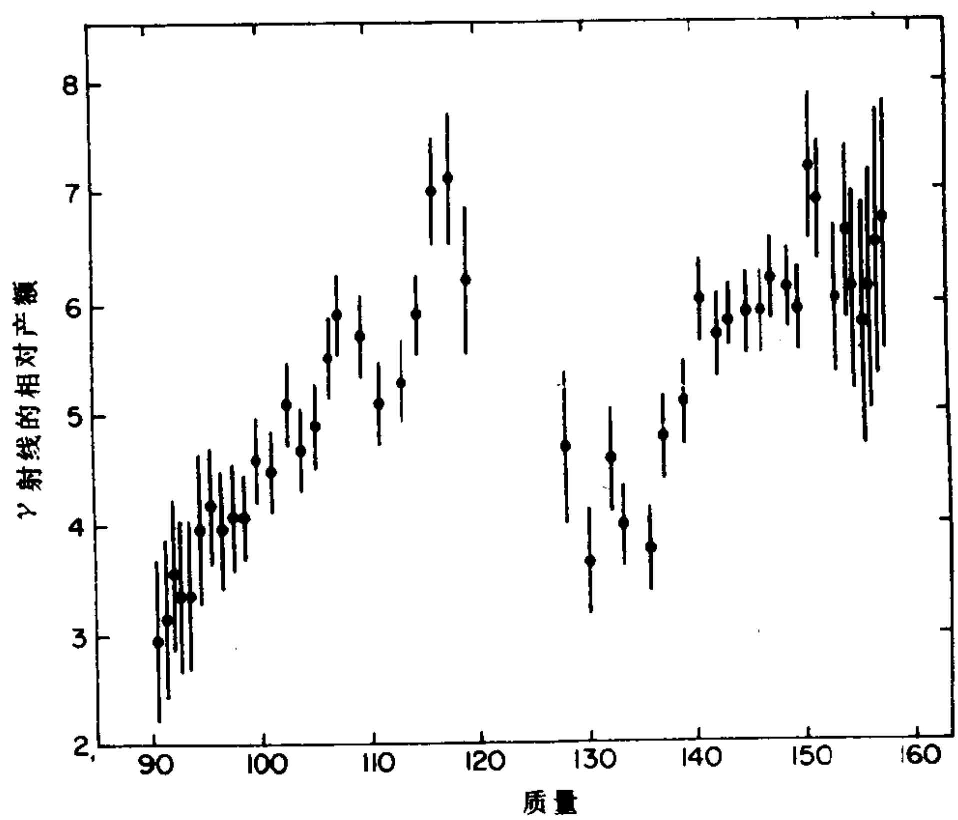
曾经观察到，γ射线各向异性与碎片总动能之间有一弱的正关联(Val'skii等，1969；Ivanov等，1967)。总动能高的事件相应于下述情况，即颈部断裂时碎片相互位置比平均距离为近。对于这种情况，不只是库仑斥力较大，导致动能较高，而且库仑转矩也较大，导致感生角动量也较大。碎片总动能高时各向异性较大的另一个原因可能是，由于中子发射而使角动量相对于碎片方向的初始排列受到破坏的程度减小了，因为高动能裂变事件中发射的中子数目较少。

还观察到，裂变γ射线的角度各向异性与引起裂变的中子能量有关。Jéki等(1969)发现，14MeV中子引起裂变时相对于碎片运动方向的各向异性为热中子裂变时的两倍。如果把这看作是意味着碎片角动量是热中子裂变时的两倍，那将会是一个有点令人惊奇的结果。虽然14MeV中子带入的平均角动量差不多等于在热中子裂变时出现在碎片上的角动量估计值，可是不能期望这两个角动量能够简单相加，因为这两个组分在碎片方向上的投影预期不会是一样的。各向异性有这么大的增长，可能反映出非统计"拉长"跃迁的重要性增加了。

C. γ射线产额和能量对碎片质量的依赖关系

已经发现，单个γ射线平均能量和每次裂变的γ射线数目是碎片质量比的光滑而缓慢变化的函数(Maier-Leibnitz等，1965*b*；Milton和Fraser，1958；Val'skii等，1969；Pleasonton 等，1972)。有一些证据表明，对于重碎片质量约$A=130$的质量分配来说，γ射线数目减少而其平均能量增加。要测定γ射线产额及其能量与单个碎片质量的依赖关系是更为困难的实验问题。设计了两种方法来测量单个碎片的γ射线。两种方法都利用了同一点，即在适当的条件下，γ射线是从运动着的碎片发射的。第一种方

法利用的事实是，γ 射线的显著部分有充分的延迟，因而它们发射时碎片已经移动到离源足够远处，因而可对 γ 探测器加以准直，使它只能“看见”那一个碎片发射的 γ 射线。用此种方法对 ^{252}Cf 进行测量的结果画在图 XⅢ-4上。第二种方法利用了相对于碎片运动方向的立体角的相对论变化。其结果是，γ 射线在碎片飞行方向上有一个向前-向后的各向异性。对于热中子引起 ^{235}U裂变，观察到 γ 射线产额随碎片质量的变化是锯齿形的，与 ^{252}Cf情况相似(Maier-Leibnitz等，1965*b*；Val′skii等，1969；Pleasonton等，1972)。



图XⅢ-4　^{252}Cf自发裂变时，发射 γ 射线的相对数目与碎片质量的函数关系。注意纵座标零点有移位。[引自Johansson(1964)。]

每个碎片的 γ 射线产额和平均总 γ 射线能量与碎片质量的依赖关系见图 XⅢ-5。把总 γ 射线能量除以 γ 射线数目即可得到每个光子的平均能量。从图 XⅢ-6可以看到，对于靠近 $A=132$双闭壳层的碎片以及在 $A\sim82$处靠近 $N=50$闭中子壳层的碎片，光子

平均能量有显著的增加。

有时，把γ射线产额随碎片质量的变化解释为一种证据，说明原始碎片角动量随γ射线数目而增加。这样，两闭壳之间碎片的角动量或许会比闭壳处或接近闭壳处碎片的角动量来得大。虽然这种类型的依赖关系是可能存在的，但要记住，在角动量给定的情况下，预料γ射线级联的特性将依赖于碎片的核结构。近闭壳核的能级间距较大，可以料想γ射线数目会较少，而平均能量则较高。这类趋势可以在中子俘获的γ谱上看到，那里初始角动

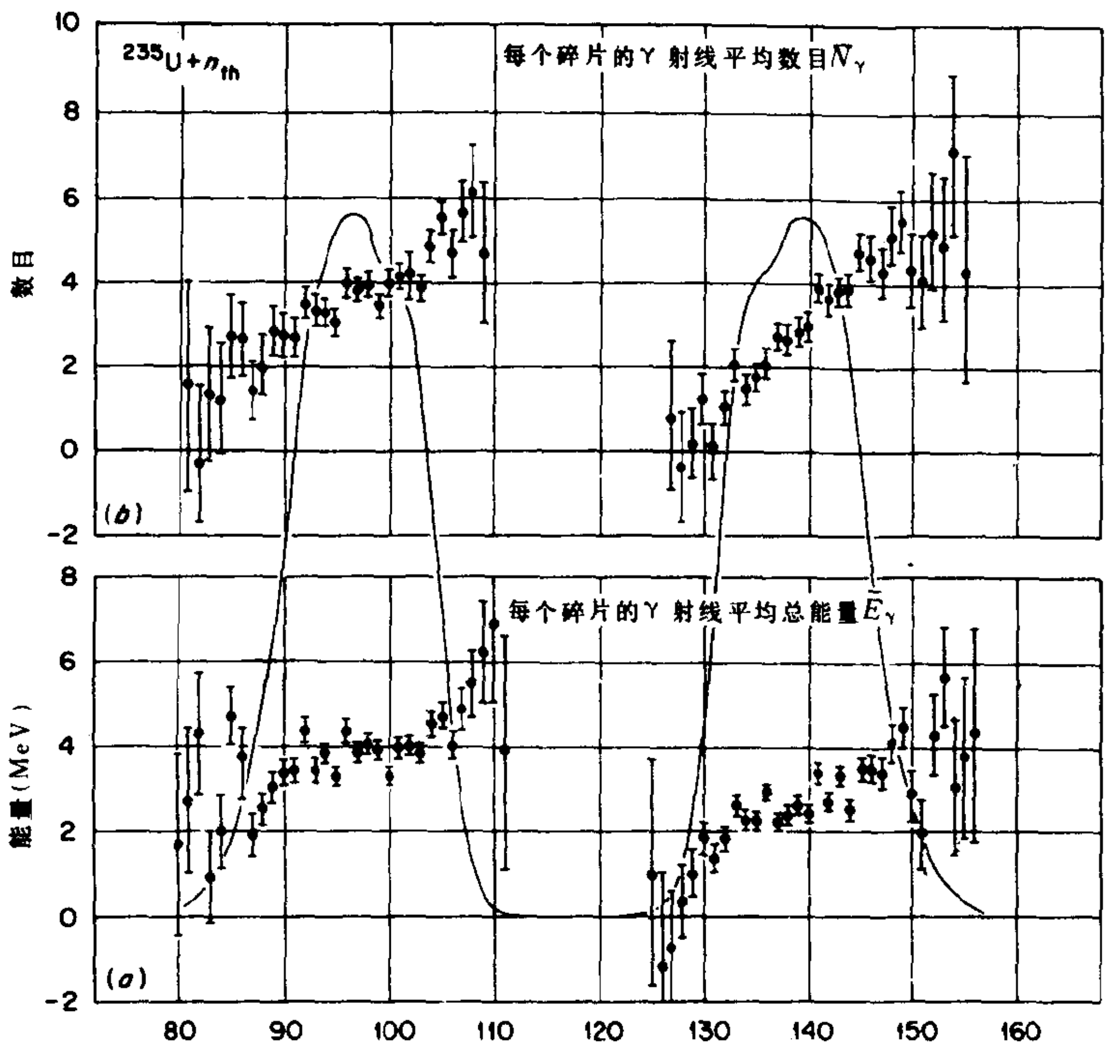


图 XⅢ-5 发射的平均γ射线数目$\bar{N}_\gamma$和总γ射线的平均能量$\bar{E}_\gamma$与碎片质量的依赖关系。双裂变产额用简图画在上面以作参考。[引自Pleasonton等(1972)。]

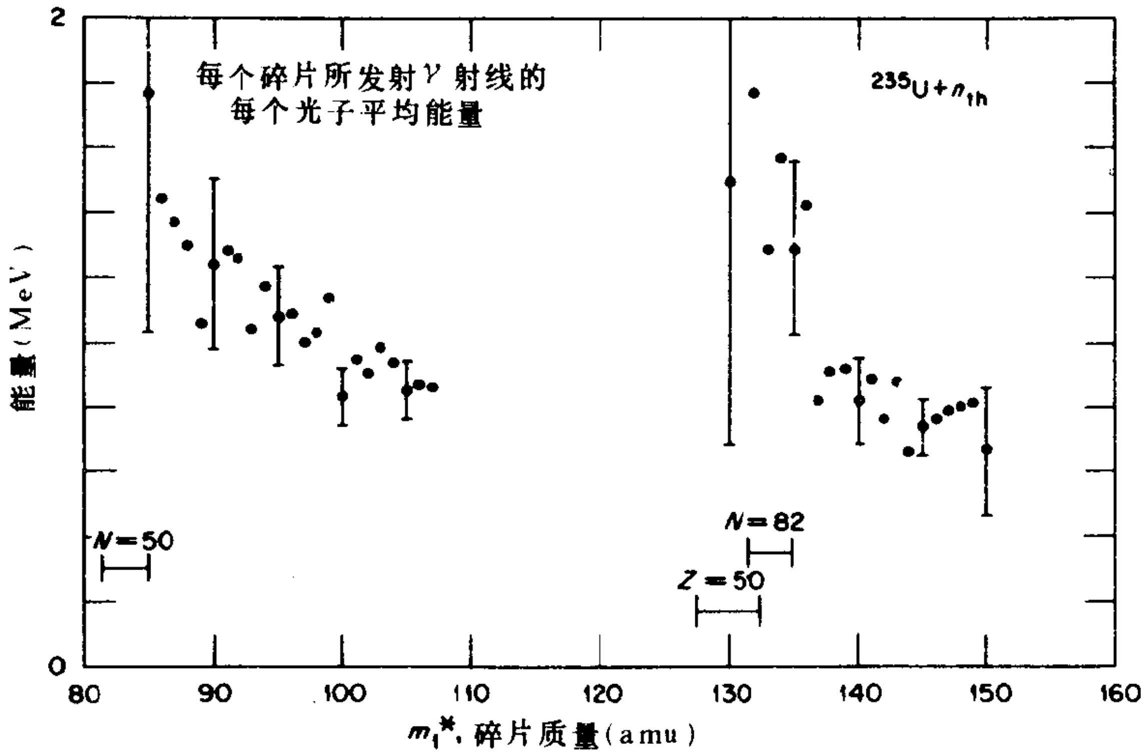


图 XIII-6　每个光子的平均能量与碎片质量的依赖关系。[引自Pleasonton等(1970)。]

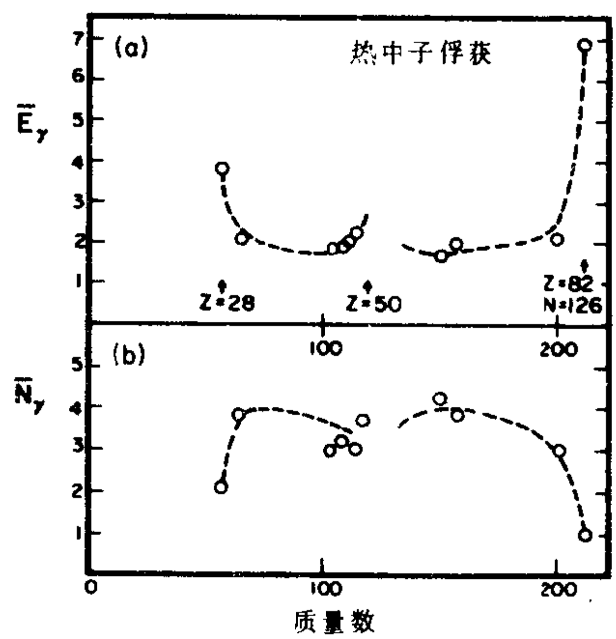


图 XIII-7　γ射线平均能量(*a*)及γ射线数目(*b*)与质量数的依赖关系。[根据Groshev等(1959)的数据作图。]

量总是比较小的。这显示在图 XIII-7上，图上画出了γ射线产额及其平均能量随核质量的变化关系。很可惜，在裂变上极为重要的$A=132$双闭壳区，用中子俘获是达不到的。鉴于在初始角动量很小时，γ射线级联特性也与碎片质量有关，单单从γ射线产额的测量，是难以对碎片角动量作出许多推断的。

D. KX射线和内转换电子

对于低能跃迁，内转换变得可与光子发射相竞争，因而我们预期，不仅可以观察到内转换电子，而且也可以观察到KX射线。这种KX射线是由于电子填充因内转换过程形成的空穴而产生的。^{252}Cf自发裂变时，对于裂变后≤10^{-9}秒时间内发射的X射线来说，每个碎片的平均KX射线产额已经定出为0.55（Glendenin 等，1965）。发射X射线的平均时间在10^{-10}秒与10^{-9}秒之间变化，与碎片质量有关，如图 XIII-8所示。这些寿命证实了上述关于X射线产生的机制，因为寿命太长，不可能把它们与裂变核电子云离散产生的空穴联系起来。不论在断裂过程中电子云离散时，或者在碎片受阻时，人们都不能期望在K壳层会出现空穴，因为碎片速度比起K电子速度来要小得多。

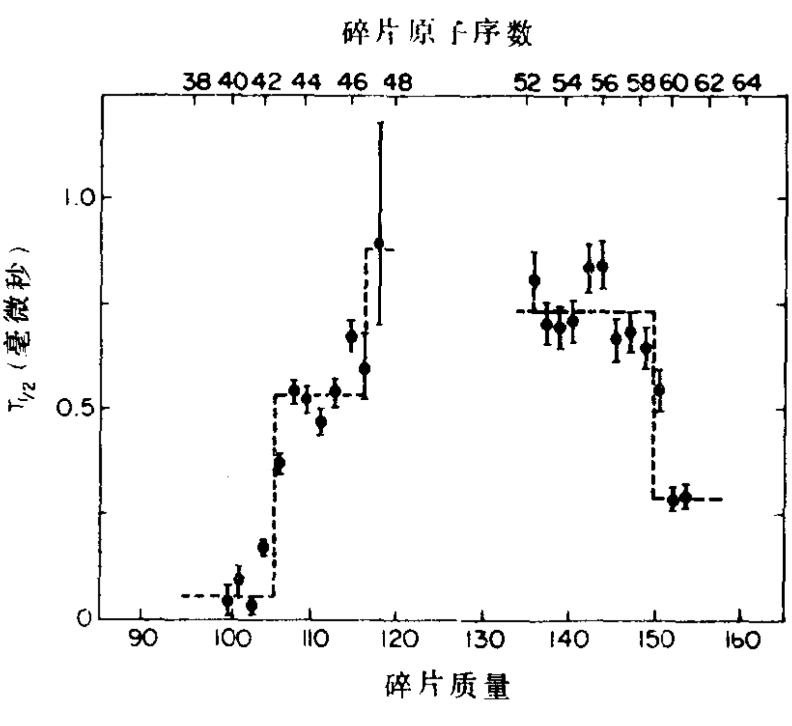


图 XIII-8 发射KX射线的平均半寿命与碎片最终质量及原子序数的依赖关系。半寿命是从分析X射线强度比估计出来的，假设了X射线发射具有单一衰变常数的指数衰减形式。[引自Bowman等(1965)。]

KX射线产额与碎片质量的依赖关系见图 XI -18。近闭壳处产额很小，是由于这些核低伏能级之间跃迁能量较高之故。一经进入变形核质量区域，则能量低而内转换系数高的转动退激发就会导致KX射线的产额大为增加。

电子产额的行为与KX射线产额定性相似。但是，现有的电子数据还不能像KX射线产额那样表示为总内转换产额与碎片质量的关系，因为在测量寿命较短的组份时及测量能量较低的电子时都有一些困难。

E. 同质异能素产额比及转动态布居作为碎片角动量的量度

1. 同质异能素产额比

在原始裂变碎片中存在的角动量大部分消耗在γ射线级联的较后阶段上。如果终核有着自旋不一样的同质异能态，那么就可把高自旋和低自旋同质异能素的相对布居与原始碎片角动量联系起来。要紧的是需要测定同质异能素的独立产额，也就是不存在β衰变贡献的产额。这意味着，所测的一对同质异能态必须受到屏蔽，或者前面是一个稳定核，或者是一个寿命足够长的核，使从β衰变来的贡献可以估计出并修正掉。为了导出初始碎片的角动量，需要知道在到达同质异能态之前，由中子和γ射线所带走的角动量是多少。采用一个统计模型来进行这种分析。如果在计算中所用参数的值选自非裂变反应的类似计算（在那种计算中用这批参数可以再现实验的同质异能产额比，非裂变反应的起始角动量布居是已知的），那么，其结果就将对计算中所作假设的细致可靠性较不灵敏。

所有已掌握的数据都列在表 XIII -1上。在表上我们只列入了有足够证据说明确是测量了独立产额的那些数据。所选数据的另一个限制是，由入射粒子带入的角动量必须小于最终出现在碎片上的角动量预计值。我们估计，由于统计模型分析不确定度导致

表 XIII-1

由研究同质异能素产额比导出的某些选定碎片的初始角动量均方根值汇总

核反应	同质异能素核	初始碎片角动量	参考文献
^{233}U＋(0－16)MeV γ射线	^{134}Cs	7.5	Warhanek和Vandenbosch(1964)
^{239}Pu＋热中子	^{81}Se, ^{83}Se	8	Croall和Willis(1963)
^{235}U＋热中子	^{131}Te, ^{133}Te	6	Sarantites等(1965)
^{235}U＋10MeV 质子	^{95}Nb	12	Rudy等(1968)

在角动量上至少有两个单位的不确定度。这些实验中的靶核和入射粒子的组合很不一样，因而不可能从中看出随着诸如碎片质量或激发能的变化趋势。由同质异能素比估计出来的碎片角动量数值与其他资料导出的值以及在F节中将要讨论的理论预期值定性地都符合一致。

在能量较高的带电粒子引起的核反应中研究同质异能素比的结果表明，碎片上出现的角动量比低能裂变时大得多。这可能是由于，入射粒子带入的角动量增加了，还有断裂时的资用激发能也大些。

2．基态带布居

偶偶核基态带不同能级的相对布居也含有关于初始碎片角动量的资料，情况与同质异能素产额比类似。这种方法可以用与(粒子，xn)反应中测得的基态带布居进行比较来“刻度”，(粒子，xn)反应的初始角动量分布可从光学模型计算得知。Wilhelmy等(1972)曾把此法用于^{252}Cf自发裂变。可达到的自旋态取决于产物核究竟是转动的还是振动的。总的说来，最多得到了五种自旋态的布居（这五个能态是，从产物γ射线强度得到的2^+、4^+、6^+和8^+态以及从产物独立产额得到的0^+基态）。平均碎片角动量约为$7\hbar$，这对应于在F节中给出的角动量分布的均方根角动量为$9\hbar$。对于33个偶偶核素(从^{94}Sr到^{158}Sm)的基态带布居进行细致的统计模型分析表明，重裂变碎片具有的初始角动量比轻碎片的高，而且，

质量分配越是对称，则初始角动量就越低。这些趋势见图 XⅢ-9。

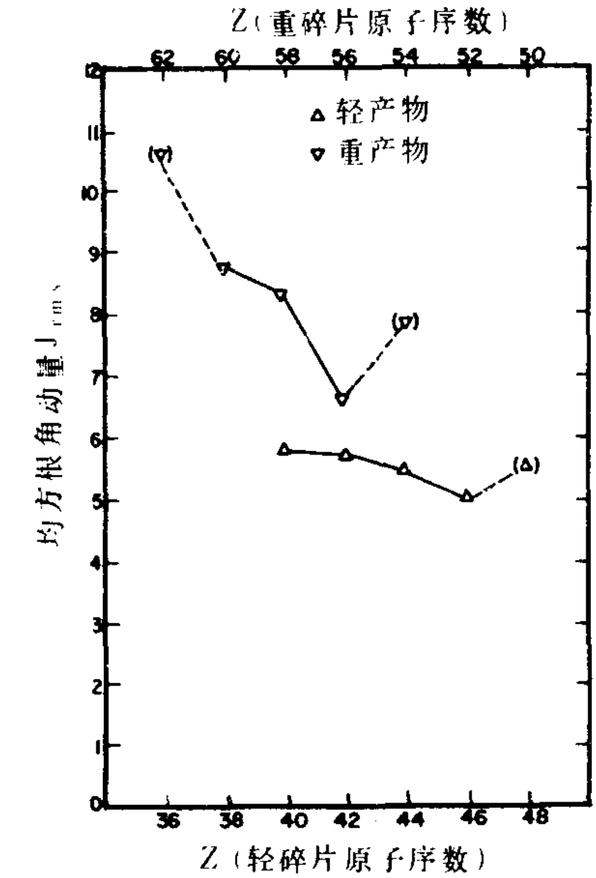


图 XⅢ-9 ^{252}Cf自发裂变的初始碎片角动量（均方根值）。这些均方根值是从基态带布居用统计模型拟合而导出的。每个数据点代表着从该元素所测各同位素定出的Jrms平均值。括弧里的数据用虚线联结，表示实验数据比较有限，较不确定。作图时使互补元素位于横座标相同处。［根据Wilhelmy等（1972）。］

3. 特定退激 γ 射线的各向异性

以前已经提到过，有一种产生裂变碎片角动量的机制是由于刚刚断裂后的库仑转矩。由断裂点弯曲模式的激发而引起的对于碎片角动量的贡献将在F节中讨论，这两个密切相关的机制产生的初始碎片角动量都排列在垂直于碎片方向的平面内。发射的中子和 γ 射线会使这种排列有部分的破坏，但仍可期望特定的 γ 射线（如$2^+\to0^+$基态跃迁的 γ 射线）与碎片方向之间会存在角关联。这种各向异性的大小既与初始角动量有关，也与进入基态带之前

退激过程的特性有关。一旦进入了基态带，则相继退激发的各向异性就都是相同的。就是说，继$6^+ \to 4^+$跃迁之后的$4^+ \to 2^+$跃迁，其辐射的各向异性与$6^+ \to 4^+$跃迁的相同。Wilhemy等(1972)报道了^{144}Ba $2^+ \to 0^+$跃迁的各向异性，在考虑了由于中子和γ射线发射使初始排列有所变化的修正之后，导出初始碎片的均方根角动量约为6。这个值比起根据基态带布居估算出来的值略为低些，但仍相当一致。

F. 裂变碎片角动量的理论估计

对于初始碎片角动量数量级的估计最初是由Strutinsky(1960)作的。他考虑了非轴向对称断点组态库仑力引起的角动量，估算出每个碎片的角动量为10个单位。

对于这个问题更细致的研究，明确地考虑了由于弯曲和扭动模式的激发在断裂之前已经在碎片上存在的那部分角动量的贡献。Nix和Swiatecki(1965)探讨了一个模型，把鞍点近似为两个相切的或重叠的椭圆旋转体，动力学用经典力学处理，但在考虑鞍点激发不同模式的统计几率时把量子零点贡献也包括在内。假设鞍点集体模式之间存在着热平衡。这个模型对较轻元素最适用，它给出，在零温度极限下，对于^{213}At裂变，每个碎片在断裂点的均方根角动量是$6\hbar$。当核温度为1.13 MeV时，(这对应于超过裂变垒40—50MeV的激发能)，角动量值增加到12.5。由于断裂之后的库仑转矩所产生的角动量也有贡献，这些数值必定还要增大。如果在整个库仑加速期间，碎片能够保持其形变形状，那么最终的角动量将增加约50%，如果假设碎片分离时作无粘滞振动，则最终角动量将增加不到20%。

Rasmussen等(1969)采用了一个略为不同的模型，对断裂点碎片角动量作了量子估计。他们假设存在着足够高的断裂点势垒，使与裂变模式正交的其它集体运动模式的能量降到最小。因此只考虑了一个转动模式(类似于Nix和Swiatecki的弯曲模式及扭动模式)的基态。这对应于Nix和Swiateckі计算中的零温度极限，

虽然在Rasmussen等人的计算中假定，集体自由度之间在断裂点是平衡的，而Nix和Swiatecki却假设只在鞍点平衡。把这个特定转动模式基态的波函数按角动量组分展开，以给出断裂点角动量分布。他们算出了一个数字实例，得到断裂点的均方根角动量为$7\hbar$。在加上库仑激发的贡献之后，假设在加速期间的振动是阻尼的，得到碎片角动量的均方根值大约是8个单位。

Rasmussen等得到的碎片角动量分布的函数形式为

$$P(J)\propto(2J+1)\exp[-(J+\frac{1}{2})^2/b^2]$$

这个表达式的经典类似式已在Nix和Swiatecki（1965）的研究中得到了。对于这个分布的平均角动量，可由下述关系式用均方根角动量(J_{rms})给出，

$$\bar{J}=0.88J_{rms}-\frac{1}{2}$$

上述理论估计，与为了解释种种现象（如象总γ射线能量异常以及同质异能态和转动态布居）所要求的值是符合得很好的。

参 考 文 献

Bowman, H. R., and Thompson, S. G. (1958). *Proc. U.N. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, 2nd*, **15**, p. 212. United Nations, Geneva.

Bowman, H. R., Thompson, S. G., Watson, R. L., Kapoor, S. S., and Rasmussen, J. O. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **2**, p. 125. IAEA, Vienna.

Croall, I. F., and Willis, H. H. (1963). *J. Inorg. Nucl. Chem.* **25**, 1213.

Glendenin, L. E., Unik, J. P., and Griffin, H. C. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **1**, p. 369.

Groshev, L. V., Demidov, A. M., Lutsenko, V. N., and Pelekhov, V. I. (1959). "Atlas of γ-Ray Spectra from Radiative Capture of Thermal Neutrons." Pergamon, Oxford.

Halpern, I., Shepherd, B. J., and Williamson, C. F. (1968). *Phys. Rev.* **169**, 805.

Hoffman, M. M. (1964). *Phys. Rev.* **133**, B 714.

Ivanov, O. I., Kushnir, Yu, A., and Smirenkin, G. N. (1967). *JETP Lett.* **6**, 327.

Jéki, L., Kluge, G., and Lajtai, A. (1969). *Proc. IAEA. Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 561. IAEA, Vienna.

Johansson, S. A. E. (1964). *Nucl. Phys.* **60**, 378.

Loveland, W. D., and Shum, Y. S. (1971). *Phys. Rev. C* **4**, 2282.

Maienschein, F. C., Peelle, R. W., Zobel, W., and Love, T. A. (1958) *Proc. U.N. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, 2nd*, **15**, p. 366. United Nations, Geneva.

Maier-Leibnitz, H., Armbruster, P., and Specht, H. J. (1965a). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **2**, p. 113. IAEA, Vienna.
Maier-Leibnitz, H., Schmitt, H. W., and Armbruster, P. (1965b). *Proc. IAEA Symp. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **2**, p. 143. IAEA, Vienna.
Milton, J. C. D., and Fraser, J. S. (1958). *Phys. Rev.* **111**, 877.
Nix, J. R., and Swiatecki, W. J. (1965). *Nucl. Phys.* **71**, 1.
Peelle, R. W., and Maienschein, F. C. (1971). *Phys. Rev. C* **3**, 373.
Pleasonton, F., Ferguson, R. L., and Schmitt, H. W. (1972). *Phys. Rev. C* **6**, 1023.
Protopopov, A. N., and Shiryaev, B. M. (1958). *Sov. Phys. JETP* **7**, 231.
Rasmussen, J. O., Nörenberg, W., and Mang, H. J. (1969). *Nucl. Phys. A* **136**, 465.
Rau, F. E. W. (1963) *Ann. Phys. (Paris)* **10**, 252.
Rudy, C., Vandenbosch, R., and Ratcliffe, C. T. (1968). *J. Inorg. Nucl. Chem.* **30**, 365.
Sarantites, D. G., Gordon, G. E., and Coryell, C. D. (1965). *Phys. Rev.* **138**, **B** 353.
Skarsvåg, K. (1967). *Nucl. Phys. A* **96**, 385.
Skliarevskii, V. V., Fomenko, D. E., and Stepanov, E. P. (1957). *Sov. Phys. JETP* **5**, 220.
Smith, A., Fields, P., Friedman, A., Cox, S., and Sjoblom, R. (1958). *Proc. U.N. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, 2nd*, **15**, p. 392. United Nations, Geneva.
Strutinsky, V. M. (1960). *Sov. Phys. JETP* **10**, 613.
Thomas, T. D., and Grover, J. R. (1967). *Phys. Rev.* **159**, 980.
Val'skii, G. V., Petrov, G. A., and Pleva, Y. S. (1969). *Sov. J. Nucl. Phys.* **8**, 171.
Warhanek, H., and Vandenbosch, R. (1964). *J. Inorg. Nucl. Chem.* **26**, 669.
Wilhelmy, J. B., Cheifetz, E., Jared, R. C., Thompson, S. G., Bowman, H. R., and Rasmussen, J. O. (1972). *Phys. Rev. C* **5**, 2041.

第十四章 三 分 裂

A．轻粒子伴随裂变

从某种意义上讲，如果我们把从碎片蒸发出来的中子也算在内的话，那么几乎所有的裂变事件都伴随有轻粒子的发射。但是这里我们关心的是在断裂瞬间或接近断裂瞬间发射的轻粒子，即发射时间比蒸发时间短得多的那些粒子。自从发现“长程”α粒子伴随裂变后，已获悉了确有这样的轻粒子存在。这些粒子在垂直于裂变碎片的方向上最多，因此它们不是从被加速的碎片里蒸发出来的。由于这些粒子主要在垂直方向发射，它们必然是在两碎片还紧挨在一起的时候从碎片之间的区域发射出来的。虽然这些粒子相当稀少，大约每300—500次裂变事件中才有一个，然而由于它们可以作为断裂过程的探针，人们对于研究它们的特性一直很感兴趣。这样的带电粒子一旦形成，在碎片的库仑力作用下其运动所遵循的轨迹是可以算得出来的。在这些带电粒子形成时初生碎片之间的距离及其速度对于带电粒子最终的能谱和角分布影响很大。

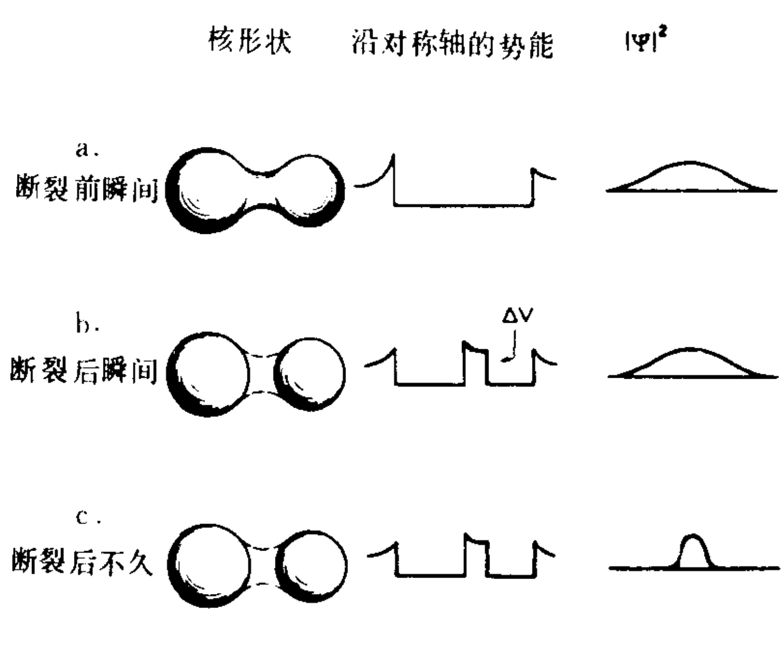
1．裂变过程中发射带电粒子的机制

前面说过，轻带电粒子的角分布表明它们是从碎片之间的颈部产生的。曾经估计过把粒子释放到碎片之间去需要多少能量，结果发现，这个能量占了资用能量的很大一部分。有人提出，这个能量是储存在碎片的形变能里面的。由于要在相当短的时间内把储藏的能量传递给逸出的粒子，这些能量必定要以一种只有几个自由度、便于转换的形式储藏着。现在我们来探讨一下形变能迅速转移为释放能的一种可能的机制。

Halpern(1965)曾经提出，断颈后通过颈桩突然地断裂，使

得能量转移给了轻粒子。不能把轻粒子的释放考虑成粒子任一边的颈部先慢慢地变细，然后颈桩慢慢缩回到碎片里去。对于这种慢过程，大多数形变能就会表现为碎片的激发能，因为颈桩慢慢坍缩时，其形变能都被裂变碎片所获取。这样的话，既要把 α 粒子放在高势能区，又要使碎片有一定的形变，能量就不够了。

如果颈的破裂和桩的收缩过程都足够迅猛，那么，碎片核势能的迅速变化就将使得轻粒子的势能改变很大而动能则改变很小。从波动力学的观点来看，这个过程如图XIV-1所示。在这个极端的例子里，我们假定伴随着断颈的势能变化是瞬时发生的。这种突变近似假定是否成立，取决于颈部坍缩时间是否远短于轻粒子形成并穿越与颈部尺寸同一量级的距离所需的时间。根据最快的核子速度估计出的最短坍缩时间表明，这个时间对轻粒子周期的比值小于一，但与一相比又不能忽略。因此这种突变近似的正确性可能只是定性的，而不是定量的。



图XIV-1 [引自Halpern (1965)。]

显然，上述过程与轻粒子是否带电无关。Fuller (1962)曾用这种机制研究了断裂中子的产生。由于中子质量小，所以势能的变化不如发射重粒子那么迅速。此外，释放一个中子需要的能量

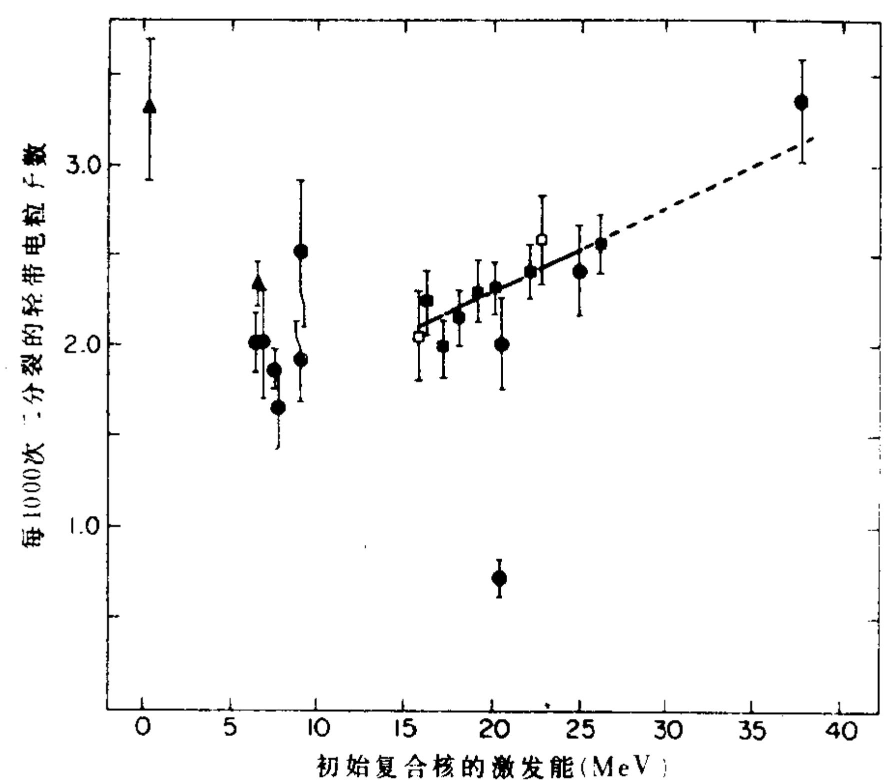
也小得多，因此发射中子的过程几率大得多。

2. 产额与核种类及激发能的依赖关系

关于轻粒子伴随裂变最完善的数据要算 α 粒子伴随裂变了。α 粒子的产额比起其他任何轻带电粒子来约大一个数量级。因此我们首先来集中考虑 α 粒子伴随裂变，然后再考虑其他轻粒子与 α 粒子之间在产额和别的特性上的差别。

根据目前已有的数据，要把产额与 A 及 Z 的关系和产额与激发能的关系分开来，还有些困难。这多少是因为，对于最重的一些元素只研究了它们的自发裂变，而对那些最轻的元素只研究了高能粒子引起的裂变。

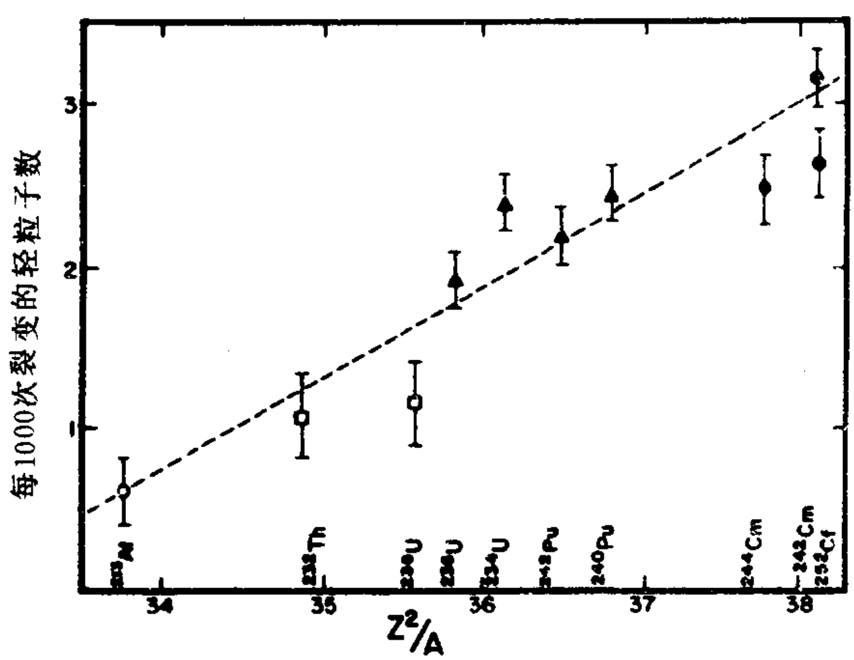
产额对激发能的依赖关系相当弱。热中子引起裂变（$E^* \sim$ 7MeV）的轻粒子产额比自发裂变（$E^*=0$）的产额减少约25%。当激发能大于15MeV时，有迹象表明，产额有所增加，如图XIV-2所示。



图XIV-2　每一千个裂变事件中的轻带电粒子数与初始复合核激发能的关系。[（●）^{236}U；（▲）^{240}Pu；（□，■）^{239}Np]。[引自Thomas和Whetstone（1966）。]

轻带电粒子的发射几率对于激发能相对不灵敏，这证实了前面提到过的意见——即这些粒子不是蒸发出来的。由于初始激发能改变时，碎片总动能近似保持不变，裂变核激发能的增量就表现为断裂时的内部激发能。假如这些粒子是蒸发出来的，它们的产额就应该对激发能很敏感。此外，它们的动能以及角分布的特性都近似不变，也表明断裂点的平均形变与激发能没有什么关系。激发能增加时，断裂点的形变以及轻带电粒子的产额两者都近似不变，这一点和上一节里讨论过的粒子发射机制是符合的，也就是说，这些粒子的发射是由于断裂时有些形变能转换成了分离能的缘故。

Nobles（1962）观察到产额与可裂变性参数 Z^2/A 间有关联，如图XIV-3所示。图上还包括了一些轻元素在激发能较高处的数



图XIV-3　轻粒子产额与 Z^2/A 的关系。对自发裂变的值(●)进行了激发能修正，使它们处于和热中子引起裂变(▲)相同的激发能水平上。修正时假定所有核的热中子裂变比自发裂变产额减少的数值都与测得的 ^{240}Pu及 ^{242}Pu的值一样。[数据引自Nobles（1962）。]（■）2.5MeV中子引起裂变（Nagy等，1969），归一到Nobles 数据；（○）40MeV α 粒子引起 ^{209}Bi 裂变，归一到 ^{238}U低能裂变（Loveland等，1967）。

据。自发裂变时轻粒子的产额比热中子引起裂变的稍高一些，因此把一些核自发裂变的数据作了修正之后也在图上一并标出。从图上可以看出，产额随可裂变性参数Z^2/A有显著的增加。这和产额与断裂点形变的大小有关的想法是一致的。液滴模型的计算表明，断裂点形变能随Z^2/A而增加。按图XIV-3上数据所跨Z^2/A的范围，计算所得的形变能增加量约为50％(见图IX-7)。但是应该记住，图XIV-3上Z^2/A的范围较窄，而且数据相当分散，所以观察到的这个关联可能反映了产额单纯地与Z而不是与Z^2/A之间有关联。

3. 各种轻粒子的相对产额

α粒子的产额远远超过其它轻粒子，其它粒子的产额与它相比至少有数量级的差别。产额居第二位的是氚核。表XIV-1汇总了几个裂变核的轻带电粒子的产额。除表上列出的这几种粒子以外，Raisbeck和Thomas(1968)以及Natowitz等(1968)还观察到了B、C、N和O粒子。由于在实验上还难以测量到所有的粒子(动能太低的粒子测不到)，因此有些粒子的绝对产额还不太清楚。从图XIV-4可以看出，有些迹象表明，这些粒子的产额与能量E_R之间大体上有一个关联。E_R的含意是要在两碎片之间的区域形成一个轻粒子并使它从一个碎片中分离出来所需要的能量。可以证明，这个能量等于粒子的分离能（即结合能，按照把一个粒子从一个孤立碎片移出到无穷远处所需的能量算出）再加上两种组态的库仑能之间的差值，一种组态是断裂点的两碎片，另一种组态是从一个碎片中分出一个轻粒子，使它处于两碎片之间一半的地方。这样可给出下列表达式，

$$E_R = B_i + \frac{z(Z_i - z)}{D/2}e^2 + \frac{z(Z - Z_i)}{D/2}e^2 + \frac{(Z - Z_i)(Z_i - z)}{D}e^2 - \frac{Z_i(Z - Z_i)}{D}e^2$$

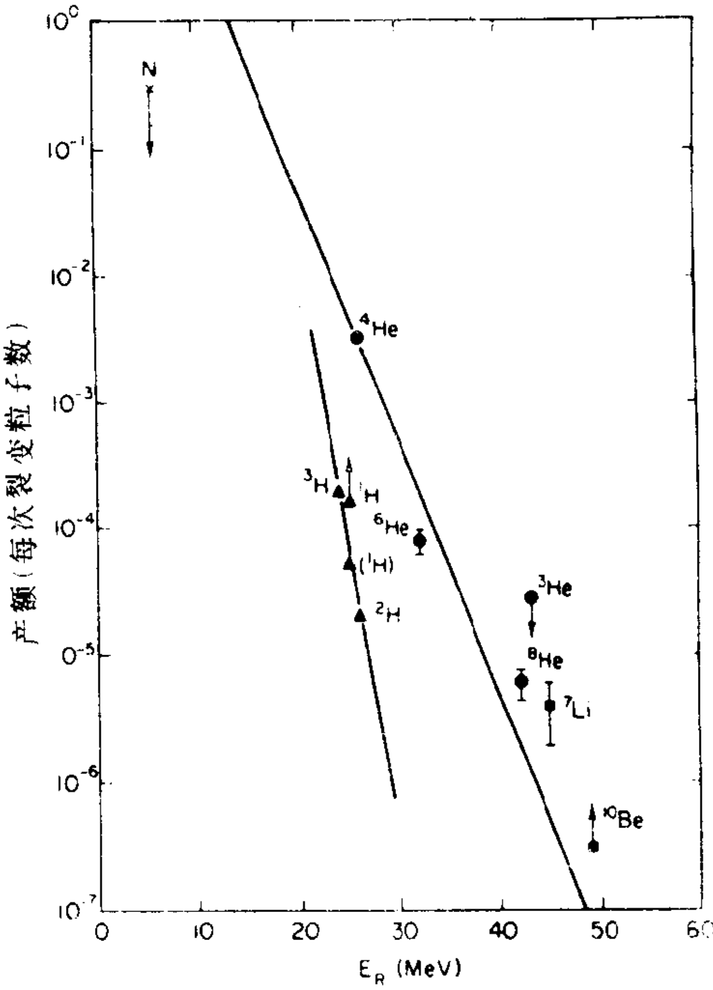
其中z是轻粒子的原子序数，Z_i是第i个碎片的原子序数，B_i是轻粒子和第i个碎片的结合能，Z是裂变核的原子序数，D是断

表 XⅣ-1

各种第三个粒子的相对产额(相对于α 粒子的产额，以百分比表示)[a]

核	^{234}U	^{236}U					^{252}Cf			
方法[b] 参考文献	PC+M *c*	PC+M *d*	PC *e*	C *f*	PC *g*	PC *h*	PC *i*	PC *j*	PC *k*	PC *l*
p			1.2				1.8	1.6		1.5
d	0.4	0.4	0.5				0.7	0.6		0.5
t	4.6	6.3	6.2				8.5	5.9		6.6
^{3}He		$<5\times10^{-3}$						<1		
^{4}He	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
^{6}He	1.4	1.4	1.1				2.6	2.4		1
^{8}He	0.036	0.033					0.09	0.2		0.06
^{6}Li		$<5\times10^{-4}$			∧	∧	∧	∧	∧	∧
^{7}Li	0.037	0.036			0.12	0.1	0.13	0.12	0.3	0.12
^{8}Li	0.02	0.014								
^{9}Li	0.036	0.011			∨	∨	∨	∨	∨	∨
^{7}Be				$<10^{-6}$	∧	∧	∧	∧	∧	∧
^{9}Be	0.037	0.02			0.37	0.34	0.21	>0.01	0.65	0.2
^{10}Be	0.43	0.30			∨	∨	∨	∨	∨	∨

a. 引自Halpern(1971)。
b. PC为粒子计数器，M为磁铁，C为放射化学。
c. Vorobiev等(1969*a*)。
d. Vorobiev等(1969*b*)。
e. Dakowski等(1967)。
f. Roy(1961)。
g. Blocki等(1969)。
h. Andreev等(1969)。
i. Corsper等(1967)。
j. Whetstone和Thomas(1967)。
k. Gazit等(1970)。
e. Raisbeck和Thomas(1968)。



图XIV-4　对各种轻粒子总产额与移出能E_R的函数关系的估算结果。E_R是把粒子释放到碎片之间所需要的能量。图中E_R包括了 2 MeV的动能在内，这里假设所有粒子动能都是这个值。[引自Whetstone 和Thomas (1967)。]

裂时碎片间的距离。这个表达式又可写作

$$E_R = B_i + zV_0\left[(Z_i + Z - 2z)/Z_i(Z - Z_i)\right]$$

这里

$$V_0 = \frac{Z_i(Z - Z_i)}{D}e^2$$

正是断裂时刻碎片的库仑势能。对所有轻带电粒子来说，这个移出能E_R大约为20MeV或更大些，与一个普通裂变事件断裂时总

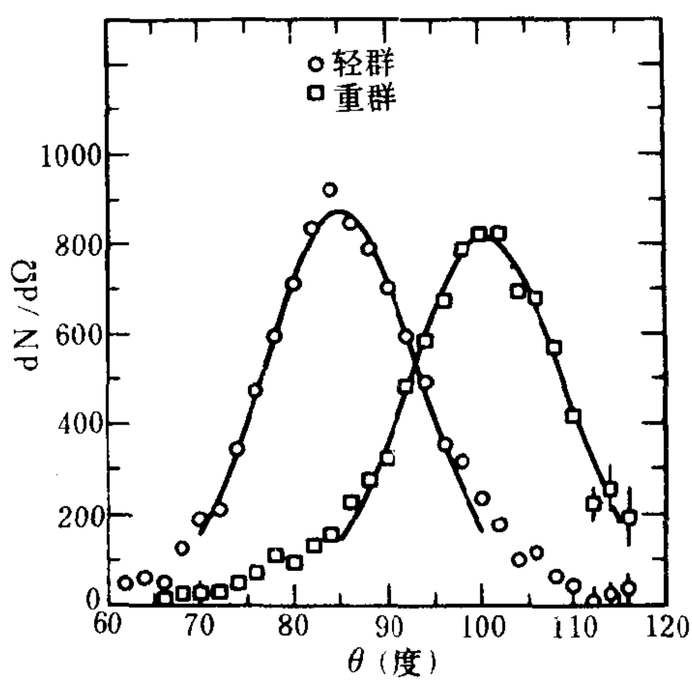
形变能的数量级相仿。因此那些移出能大于平均形变能的轻粒子的发射必然是和变形大于平均值的裂变事件相关联的。事实上，除非形变能的转换效率很高，否则只有极少数具有特大形变能的事件才能发射轻粒子。单单这个因素就可以解释为什么裂变事件中轻带电粒子绝对产额很低。

如果不把轻粒子的初始动能看作常数而考虑到它和质量有关，那么可以使图XIV-4中的产额关联有所改善。如果轻粒子的来源局限于颈区，则根据测不准原理应该预期动能与质量有关。简单地利用测不准原理可以推算出轻粒子的初始能量与其质量成反比。假定颈部体积为V，最小的初始动能$E_0=3\pi^2\hbar^2/2mV^{2/3}$，这里$m$是轻粒子的质量。由于粒子发射涉及一定的（不为零）时间，所以在考虑有效发射体积时应十分小心。最轻的一些粒子（如质子）在刚形成的变形碎片向球形坍缩的过程中就有可能跑得离碎片轴相当远，这意味着对于这些最轻的粒子有效体积比较大，上面提到的初始能量和质量的依赖关系就有被抵消的趋势。在后面讨论的轨迹计算中没有关于初始动能与质量有关的证据。考虑到轻粒子的空间分布局限在垂直于碎片的方向（这个方向最切合于轨迹计算中涉及的初始动能），所以可能还需要考虑弯曲模式的幅度和频率（碎片所获得的角动量是这个模式引起的）。

除了表XIV-1上列出的各种轻带电粒子外，发射断裂中子也是预期的。由于碎片蒸发出大量中子，因而从实验上证明断裂中子的存在要困难得多。分析自发裂变及热中子引起裂变的中子能谱和角分布，得到了存在断裂中子的某些证据。（Bowman等，1962；Skarsväg和Bergheim，1963；Kapoor等，1963；Milton和Fraser，1965）。如果假定有一小部分中子，比如每次裂变有0.5个中子，不是从运动着的碎片里蒸发出来的，而在实验室坐标系里是各向同性的，那么就可以更好地拟合实验室系的分布。这些中子的平均能量比蒸发中子的能量稍高些。（Bowman等，1962）。由于缺乏更仔细更精确的实验数据，还不能对断裂中子的特性作更充分的描述。

4. 轻带电粒子的角分布和能量分布

前面已经提到，轻带电粒子优先在垂直于碎片的方向发射。例如，^{252}Cf发射的α粒子的角分布，即使对全部质量分配取平均以后，在90°方向上仍然是一个相当尖锐的峰，其半高全宽度约为40°。实际上这个角分布是两个较窄的分布的叠加：一个是相对于轻碎片的发射角，另一个是相对于重碎片的发射角。相对于轻、重碎片的最可几发射角之和比180°稍大，这反映了下一事实：16 MeVα粒子的动量使得碎片间的夹角比两分裂时大了4.5°，或者说，每个碎片增加了2°多一点。图XIV-5给出了$^{252}C_f$自发裂变α粒子的角分布。



图XIV-5　能量大于11MeV的α粒子的角分布。(□)与重碎片符合测出的α粒子的实验角分布；(○)与轻碎片符合测出的α粒子的实验角分布。[引自Fluss 等（1973）。]

大多数轻带电粒子的动能谱已经作过测量。实验上的困难在于，需要进行粒子鉴别，而且还有天然放射α粒子存在，这就使得研究轻带电粒子的能区受到了限制。表XIV-2列出了两个裂变体系的各种轻粒子的最可几能量的实验值。可以看出，最可几能量随轻粒子原子序数的增加而增大。对He同位素来说，最可几能

表 XIV-2

热中子引起 ^{233}U 裂变以及 ^{252}Cf 自发裂变的伴随轻粒子最可几能量值

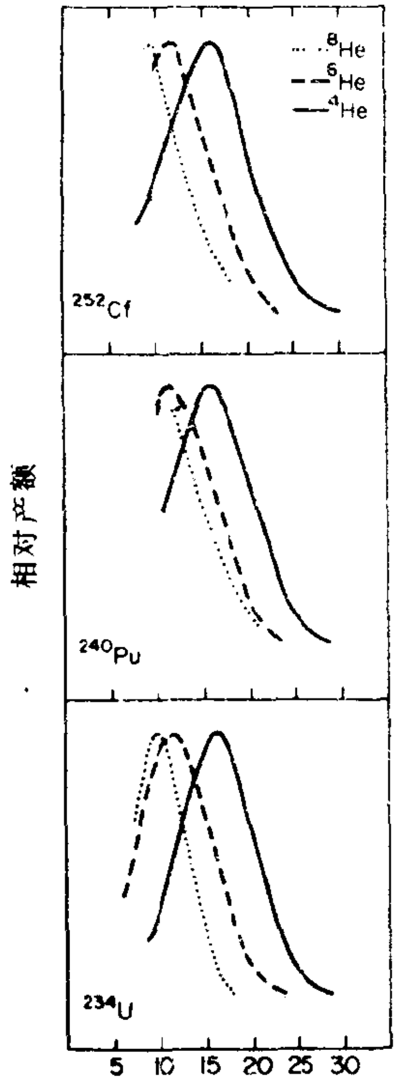
粒子	最可几能量			
	$^{233}U+n$		^{252}Cf	
	Vorobiev 等 (1969a)	Whetstone 和 Thomas (1967)	Cosper 等 (1967)	Gazit 等 (1970)
^{1}H			8	
^{2}H	8.4		8	
^{3}H	8.4	8	8	
^{3}He		17		
^{4}He	16.3	16	16	
^{6}He	11.5	13	12	
^{8}He	9.7		10	
^{7}Li	15.8			
^{8}Li	14.4		20	18.5
^{9}Li	12.0			
Be	17		~26	19
C				23

量随质量的增加而减小，见图XIV-6。

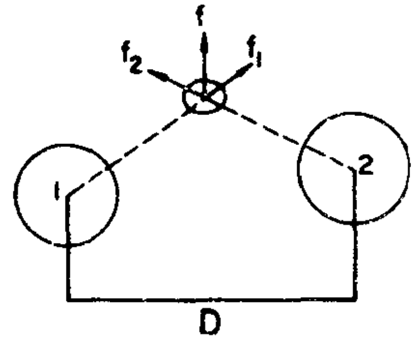
人们曾注意到，α 粒子平均动能与发射角之间有关联：发射角偏离最可几角度愈多，α粒子的动能就愈大。这种效应反过来可以这样说：当α粒子的能量比其平均值高得多时，其角分布就变宽。人们还观察到最可几角度与质量比之间的关联，我们把这个问题放到后面与轨迹计算作比较时再来讨论。

有迹象表明(Piasecki等, 1970),在与轻碎片接近0° 或 180° 的方向上有很少量的(~1%)α粒子发射出来。这样的α粒子肯定不是来自颈部，而是从碎片的顶端发射出来的。它们的动能比垂直于碎片方向上的α粒子动能大得多。这是由于两个碎片对这种α粒子施加的库仑力方向相同，而两个碎片对于颈部产生的α粒子的库仑力有很大一部分分力方向相反，趋于互相抵消。

轻带电粒子的角分布表明它们大部分是从碎片之间发射出来的，其动能不高。碎片的库仑场使粒子在垂直于碎片轴的方向上受到加速，见图XIV-7。把一个α粒子释放到碎片之间所需要的能



图XIV-6 ^{234}U(Vorobiev等，1969 *a*)，^{240}Pu(Krogulski等，1969)以及^{252}Cf(Cosper等，1967)裂变时发射的氦离子的能谱。三个裂变体系中氦离子平均能量随其质量增加而减少的程度是差不多的。[引自Halpern(1971)。]

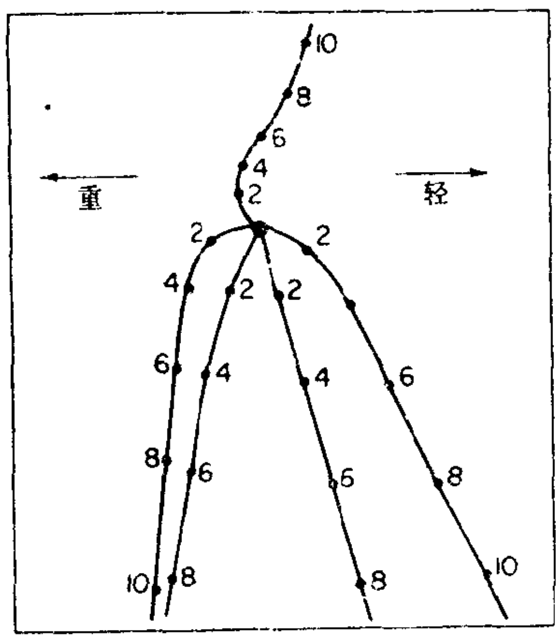


图XIV-7 碎片作用在轻带电粒子上库仑力的示意图。

量相当高，这一事实暗示，颈部的折断过程十分迅猛，只有这样才得以集中足够的能量给α粒子并使它发射出来。因此断裂时产生的粒子将具有不很大的初始动能。α粒子的最终能量及发射方向不仅取决于其初始能量及初始方向，而且对于碎片库仑场随时间的变化情况也相当敏感。想要把观测到的发射粒子终态性质与初始体系的性质关联起来，就必须进行轨迹计算，它提供两者之间的联系。

人们已经进行了不少轨迹计算。一般都假设三个经典的点电荷，以库仑力相互作用。作用的微分方程形式为：$M_i d^2 X_{ij}/dt^2 = F_{ij}$，这里$M_i$是第$i$个粒子的质量，$X_{ij}$是第$i$个粒子的第$j$度空间座标，$F_{ij}$是作用在第$i$个粒子上的第$j$个分力。把上述方程进行数值积分，时间元一直取到库仑势可以忽略不计时为止。当轻粒子释放时刻的初始条件选定后，就可求得这三个粒子的最终能量以及它们之间的夹角。对于所计算的三体中的每一个来说，都有三个空间变量以描述其质量中心的位置，还有三个相对应的动量，因而总共有18个变量。由于动量守恒及角动量守恒，

分别各减少三个变量，独立变量的数目立刻可以减为12个。在已经发表的几家计算中，对剩下的几个参数处理得稍有不同。由于裂变轴在空间没有择优取向（至少对自发裂变成立），我们可以把变量数目减少到10个。在多数计算中还进一步假设三个粒子的动量在一个平面上，把问题变成两维的，这样还剩下七个自由参数。由于独立变量太多，故在轨迹计算给出确定结果之前，必须十分仔细地探究初始条件。无疑，在某些参数选定后，对另一些参数的选择就有了限制。例如，初始能量选定后，初始位置的分布就必须符合测不准原理才行。图XIV-8是几个轨迹图形的示例。

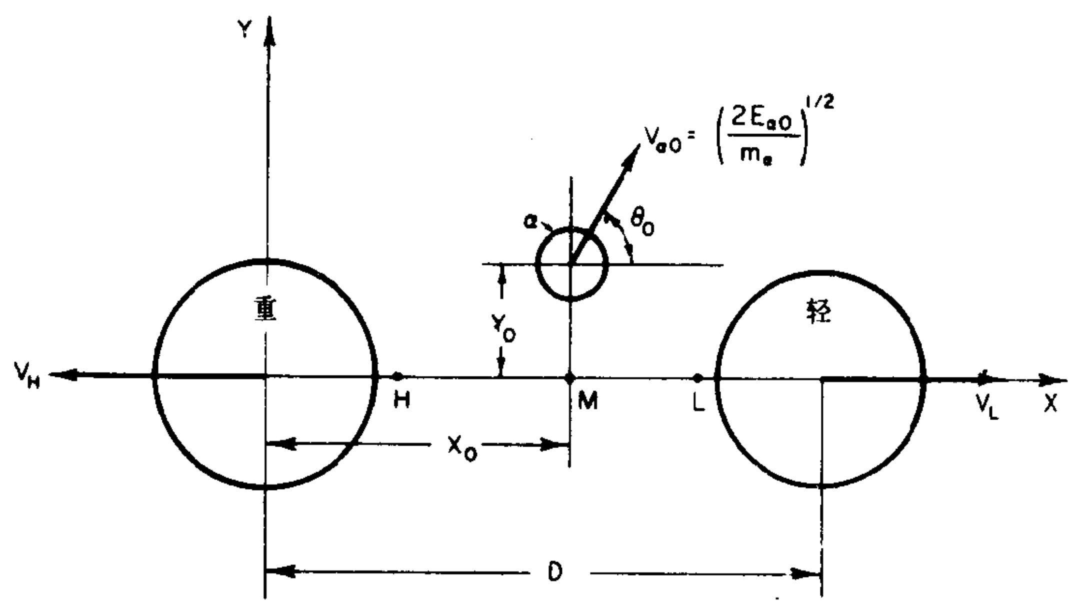


图XIV-8　计算得出的几条 α 粒子轨迹的开始部分。α 粒子的运动与两碎片处在同一平面内。假定 α 粒子的初始能量为中等大小，出发点不在裂变轴上。碎片间的初始距离为20.5fm。黑点表示了 α 粒子在不同时刻的位置。所有时间均以 1.7×10^{-22} 秒为单位。开始时六个 α 粒子方向之间的夹角皆为60°。由于发射到右上角的 α 粒子碰上了轻碎片，因而假定它被吸收了，所以只看到五条轨迹。可以看出碎片库仑场在其垂直方向上的聚焦作用是多么强。[引自Halpern (1971) 。]

现在，我们来试试综合叙述一下最终的能量和角度与剩余七个自由参数的关系，最终能量和角度对这些参数是非常敏感的。这七个参数的定义见图XIV-9。

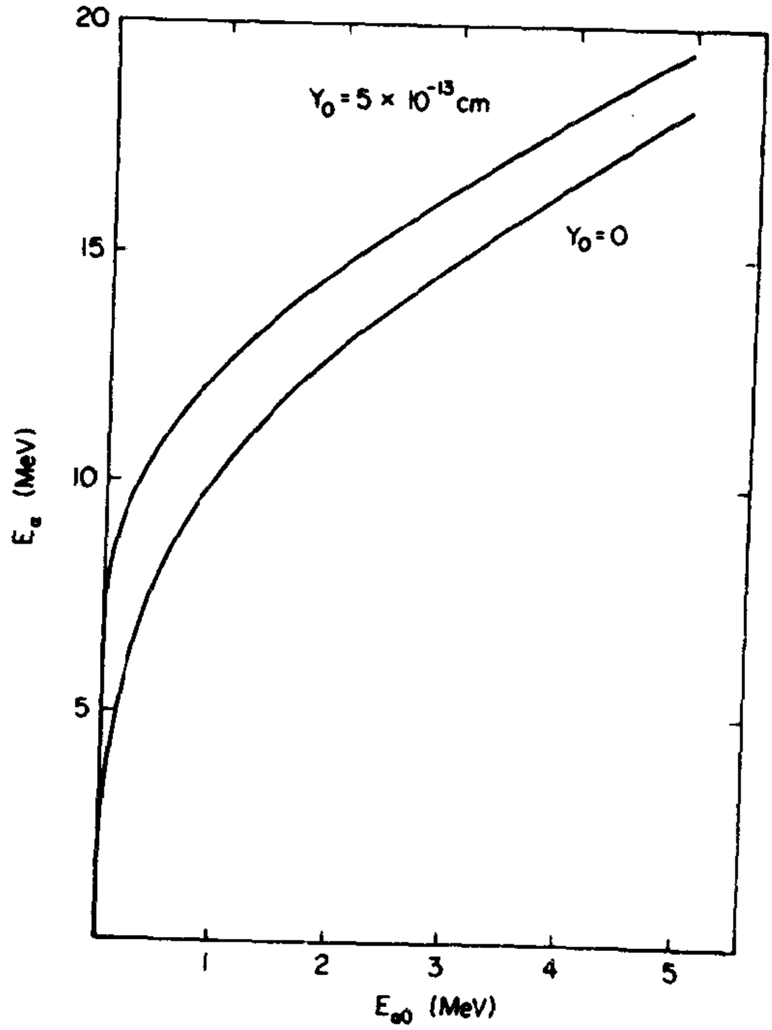
图XIV-10表明 α 粒子的最终能量 E_α 与其初始能量 $E_{\alpha0}$ 的关

系，其中一条曲线对应的是 α 粒子的起始位置就在裂变轴上（$Y_0=0$），另一条对应的是初始位置距裂变轴为 5 fm（$Y_0=5$ fm）。从图上看出，α 粒子初始能量不大的变化却引起最终能量很大的改变。这种放大效应的原因在于，α 粒子在加速期间受到的库仑场强度与 α 粒子及碎片两者速度之比有关。如果 α 粒子初始速度很高，在它的整个运动期间就几乎都有可能受到碎片库仑场的加速；反之，如果 α 粒子的初始速度比碎片的速度小得多，那么在 α 粒



图XIV-9 轨迹计算中初始条件的定义。［引自 Boneh 等(1967)。］

子还没有离开裂变轴足够远，以便充分受到碎片库仑力加速之前，碎片就已经跑远了。这样，即使 α 粒子初始的能量分布相当窄，但其最终能量分布却可能会大大展宽了。在图XIV-10上选择的是两个极端的 Y_0值。由图可知，除了 α 粒子初始能量很小的情形以外，最终能量对 Y_0的依赖关系并不强。α 粒子的最终能量对于它在沿裂变轴方向上的位移倒是比较敏感些。一般来说，当 α 粒子产生在靠近某一碎片的高势能区时，最终能量就高。α 粒子的最



图XIV-10　α粒子最终能量E_α随其初始能量$E_{\alpha 0}$以及它相对裂变轴的位移Y_0的变化。本例中，碎片初始能量近似为其最终能量的1/4。[引自Boneh等（1967）。]

终能量还取决于发射角。当初始发射角偏离90°足够大时，由于受到反射，最终能量会减小。最后，随着断裂时刻碎片间距离的增加或者碎片速度的增加，α粒子的最终能量E_α都近于线性地下降。

最终角度θ_α对于初始发射角$\theta_{\alpha 0}$及初始能量$E_{\alpha 0}$两者都特别不灵敏，如图XIV-11所示。但是θ_α对于粒子在裂变轴上的发射位置还是比较敏感的，特别是当$E_{\alpha 0}$值较大的时候。

我们现在将给出几个能量分布和角分布的例子来比较一下轨迹计算值与实验值。在这些特定的计算中，我们假定碎片的质量和电荷都是一个固定值，相应于^{252}Cf自发裂变最可几质量分配的值，初始发射角为各向同性，并假设初始能量和初始位置X_0各有

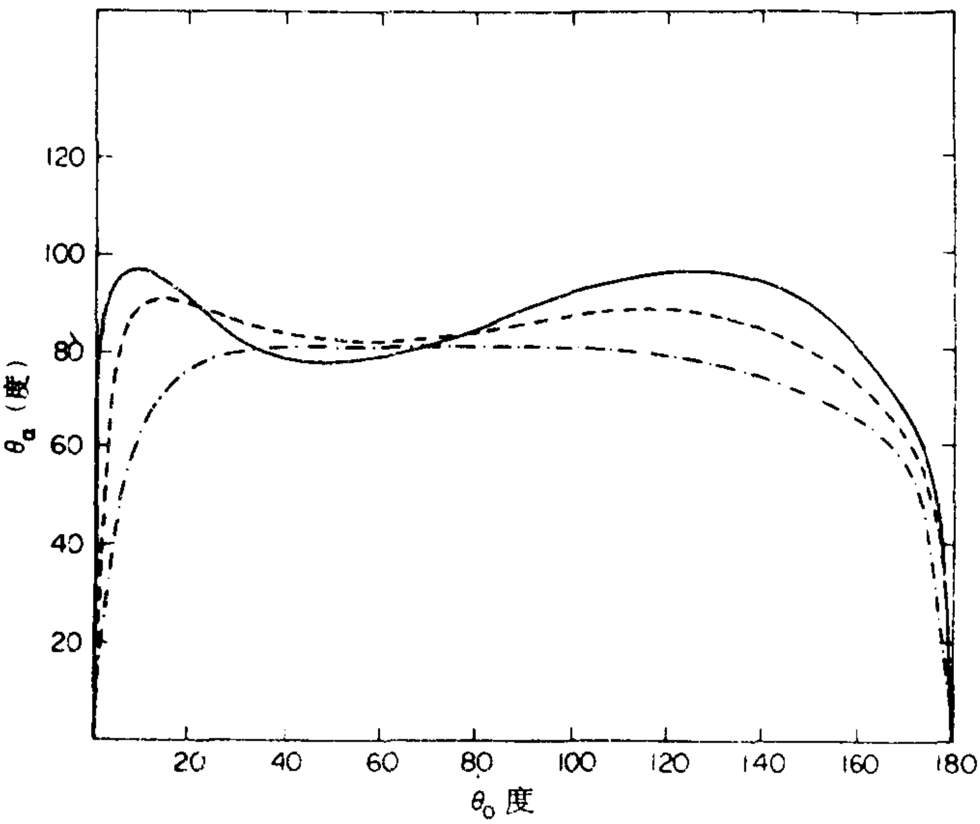


图 XIV-11 在三种初始能量 $E_{\alpha0}$ 值下，最终角度 θ_α随初始角度 θ_0的变化。[（-·-·—）$E_{\alpha0}$ =0.5MeV，（———）$E_{\alpha0}$=3.0 MeV，（——）$E_{\alpha0}$ = 6 MeV]。[引自Boneh 等（1967）。]

一个分布。轻粒子的平均初始能量及碎片的总动能则按照能够再现 α粒子能谱的实验值来选择。选定的值 $\bar{E}_{\alpha0}=2$MeV，$E_{f0}=$ 8MeV被用来计算各种不同粒子的能谱和角分布。图XIV-12是氦的几个同位素的能谱。由图可见，计算结果很好地再现了实验上观测到的最可几能量随着质量数的增加而下降的效应。这是因为，当初始能量给定时，质量重一些的氦同位素运动较慢，在它受到充分加速之前，碎片已经跑得较远了。图XIV-13上还比较了质子和氚的能谱的实验结果和计算结果。图XIV-14是几种氢同位素及氦同位素角分布的实验结果与计算结果的比较。如果增加 α粒子初始位置的分散程度（Musgrove，1971，Rajagopalan和Thomas，1972），则可以把它的角分布拟合得更好些。计算的角分布是按固定的质量比进行的，从而可以期望它比实验分布要窄一些，因为

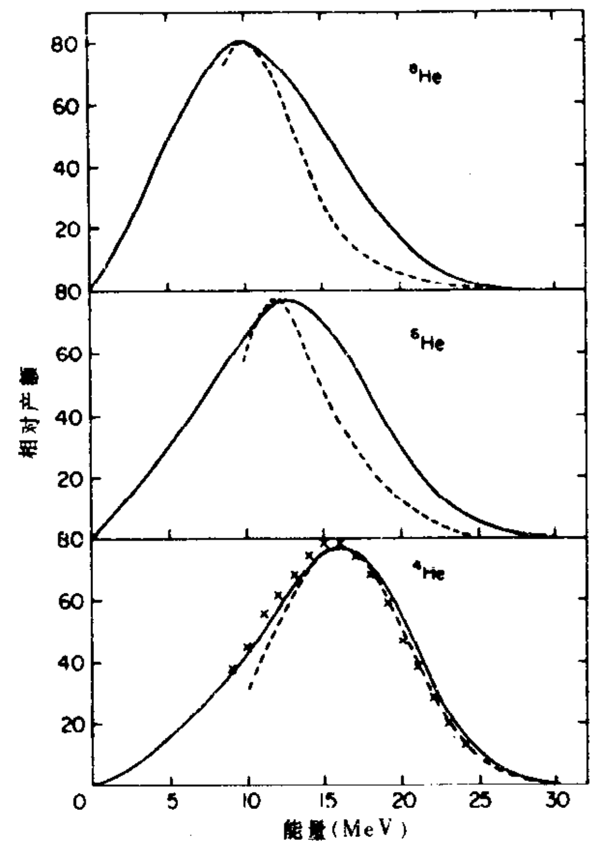


图 XIV-12 ^4He、^6He和^8He粒子能谱的计算值(——)与测量值(———，×)的比较。(———)Cosper等（1967）的数据，（×） Raisbeck和Thomas（1968）的数据。[引自 Raisbeck和Thomas(1968)。]

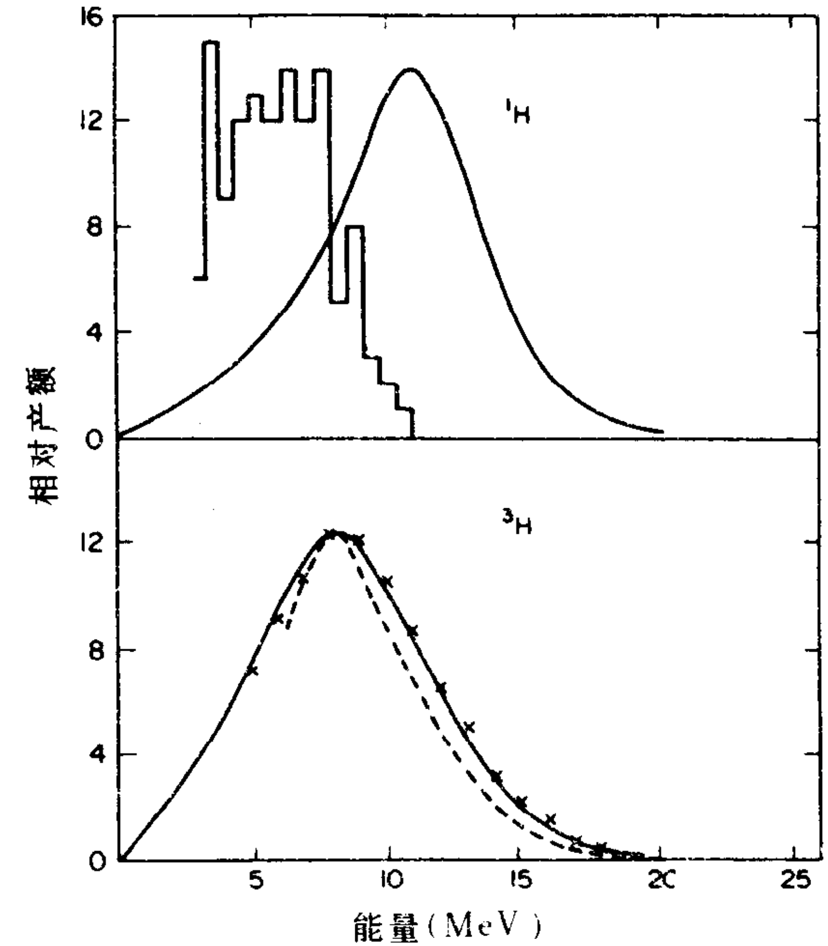


图 XIV-13 ^1H和^3H能谱的计算值(——)与测量值的比较。^1H的实验数据（台阶曲线）是从90°取得的。（×）Raisbeck和Thomas(1968)的数据；(———)Cosper等（1967）的数据。[引自Raisbeck和Thomas(1968)。]

实验分布包含了所有的质量比。除了质子以外，能谱和角分布的计算结果和实验结果相当一致。

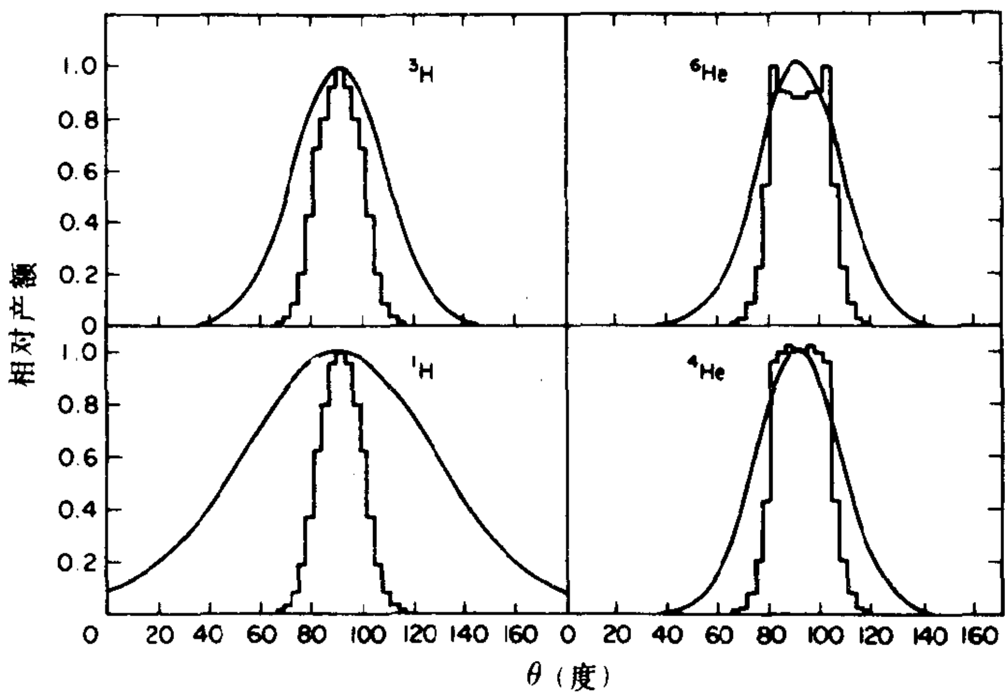


图 XIV-14 角分布的计算值（台阶曲线）与测量值(——)的比较。^6He的计算曲线上，峰表观上分成两部分，这是因为事件可以与轻碎片质量峰或重碎片质量峰相关联的缘故。计算按最可几质量比进行，而测量值包含了所有的质量比。[引自Raisbeck和Thomas (1968)。]

氢离子的分布有些异常。它们的最可几能量并不随轻粒子质量的增加而下降，这与观测到的氦同位素的行径不同，也与假定所有轻粒子起始能量相同的条件下轨迹计算所预期的结果不同。从图XIV-13的比较看出，这种异常主要表现在质子身上，当然氚也有些表现：它们的能谱和氚一样，而不像预料的那样，向更高的能量方向移动（图XIV-15)。

Halpern(1971)解释说，质子能量比预期的低，其原因可能和它很轻，迁移率相对较大有关。当发射质子时，在表面坍缩时间内它就有可能跑得相当远。这导致较大的发射体积，有可能使粒子的角分布变得宽些，并使平均最终能量降低些；因为它和限制在颈区小发射体积内的粒子不同，它的起始位置有可能处在库

仑势不那么高的地方。但如果要使平均最终能量明显降低，则要求发射体积非常大。把 α 粒子的起始点从库仑鞍点移到离库仑鞍点 5 fm的地方，这样做的结果是使最终能量增加，增加的量如图XIV-10所示。这是因为，只要粒子的起始点离开轴线，两个碎片作用在轻粒子的库仑力互相抵消的程度就有所减弱。如果 α 粒子轨迹计算的结果可用来推断质子的情况，那么要得到足够低的平均终态能量，则发射点离裂变轴比5fm大得多的那些贡献必须很大。

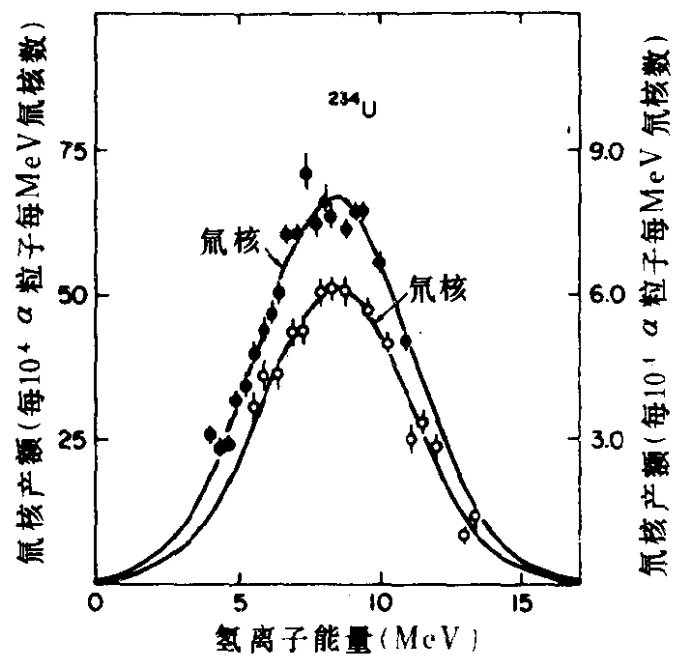


图 XIV-15 ^{234}U裂变的氢离子能谱 (Vorobiev等，1969a)。这里不同的氢同位素的平均能量是相同的，而不同的氦同位素的平均能量却是不同的 (见图XIV-6)。[引自Halpern (1971)。]

Fraenkel (1967) 曾测量过最可几发射角与质量比的关系。结果表明，在 ^{252}Cf情况，两者关联不强。[在 Fraenkel 和 Thomas (1964) 从前的报告里，忽略了很重要的运动学反冲修正，所以得出最可几角度随质量比的变化很大的结论。] 如果假定 α粒子的起始位置正好在两个碎片中心连线的正中间，那么轨迹计算表明，最可几发射角与质量比之间应有较强的关联，这与实验所得弱关联是矛盾的，如图XIV -16 (*a*)所示。从图XIV -16 (*b*) 看出，从接

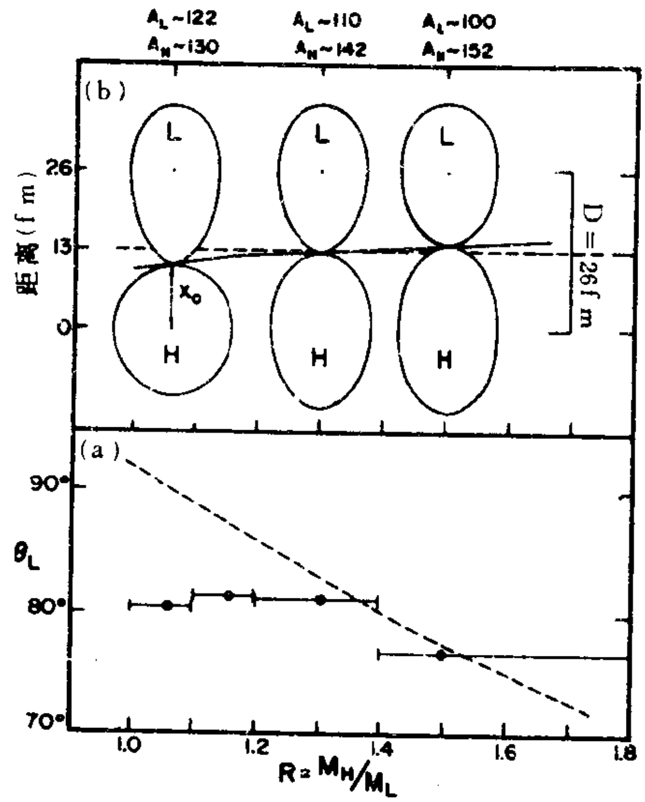
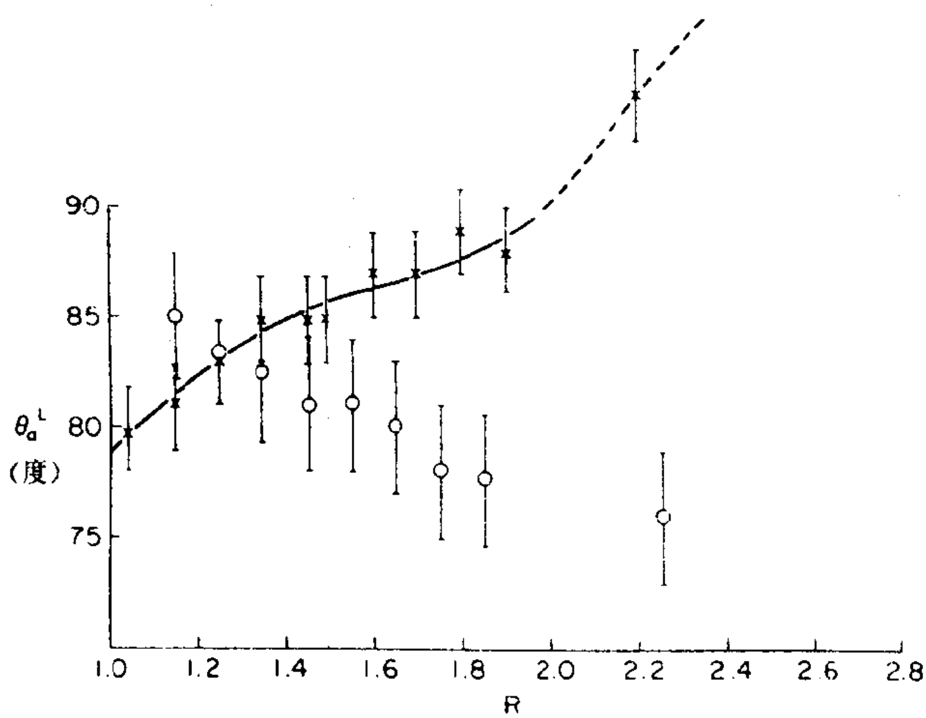


图 XIV-16（a）α粒子相对于轻碎片的最可几发射角随质量比 R 的变化。数据点[引自Fraenkel (1967)]是在标出的质量比间隔内对平均质量比画出的。(———)虚线表示如果 α粒子起始位置总是在两碎片中心连线正中间的地方所预期的角度。(b)(——)实线表示 α粒子起始点距重碎片中心的距离 X_0与 R的依赖关系，这个依赖关系是解释上述最可几角度与质量比的关系时所要求的。曾试图指出每个质量比间隔内轻、重碎片的平均相对变形。如果选取的质量比间隔更小， 则或许可以预期起始位置及碎片变形的变化将更大些。

近对称裂变($R\sim1$)过渡到相当不对称的裂变($R\sim1.5$)时，发射点从靠近重碎片的地方移向更靠近轻碎片处。这种碎片变形随碎片质量的变化关系和我们从中子发射几率与碎片质量间的关系推导出的变形随质量的变化关系类似。从碎片核的壳结构来看，这种变化关系是可以理解的(Terrell, 1962; Vandenbosch, 1963)。当重碎片接近 $A=132$双满壳时，在这种质量比下，起始点距离重碎片较近，这表明断裂时初生重碎片比初生轻碎片更接

近球形。对于更可几的质量比，相对应的两个碎片都离开满壳，则碎片的形变程度差不多。当质量比更大时，轻碎片接近 $N=50$ 满壳，初生轻碎片将比重碎片更接近球形。Fong(1970)曾计算过发射角与质量比之间的关系，结果也表明发射角对质量比的变化几乎是不灵敏的，定性地和实验一致。近来有两个实验测量了 ^{235}U 热中子引起裂变时 α 粒子的发射角与质量比的关系，它们的结果多少有些矛盾，如图XIV-17所示。这个问题值得实验上进一步研究，因为发射角与质量比的关系可以提供有关断裂点两碎片相对变形的重要资料。



图XIV-17 热中子引起 ^{235}U 裂变时，α 粒子相对于轻碎片的发射角度随质量比的变化。(×) Carles等(1969)的结果；(○)Gazit等(1969)的结果。

现在让我们来看看轨迹计算给出些什么，到底提供出哪些关于断裂组态的情况。有一些作者报道了他们各自的计算，他们都试图通过计算再现出实验测得的 ^{252}Cf α 粒子伴随裂变的特征来。表XIV-3汇总了计算得出的描写初始条件的某些变量的值。可以看出，各家给出的断裂时刻碎片间的距离 D 相当一致。使人特别

表 XIV-3

各家分析^{252}Cf数据时，得出的初始条件：碎片间距D、α粒子平均初始动能$E_{\alpha 0}$以及碎片在断裂时刻的总动能E_{f0}

D(fm)	$E_{\alpha 0}$(MeV)	E_{f0}(MeV)	参考文献
27	4.4	40	Halpern (1963)
25	3	35	Boneh等 (1967)
26.7	4.5	63	Katase (1968)
21.5	2	8	Raisbeck和Thomas (1968) Rajagopalan和Thomas (1972)
24	3	28	Nardi等 (1969)
~24	0.5	0.5	Fong (1970)
26	2	40	Krogulski和Blocki (1970)
23.7	2.75	25	Musgrove (1971)

感兴趣的是碎片在断裂时的初始动能。早期的轨迹计算曾指出，这些初始动能很大，比方说，比裂变统计理论假定的值大得多。从表 XIV-3可以看到，可惜的是各家对于碎片在断裂时的初始动能的估计存在很大分歧。在Fong的计算中，初始能量值依据的是统计模型，而不是依据拟合实验数据来得出。Fong的工作主要关心的是α粒子最可几角度与碎片质量的关联，而没有给出能谱和角分布。按照他的计算，求得的α粒子最终能量太高，而碎片的最终总动能则太低。最近，Vitta(1971)曾提出α粒子延迟发射的假定，企图挽回统计模型在初始条件上的失败，以使α粒子角分布的计算能再现实验结果。这样一个假定便回到了前面的分析结果，即在释放α粒子的时候，运动着的碎片所具有的动能已经不小了。只用轨迹计算还不能决定α粒子的释放时刻是否就是断裂时刻或者比这晚一些。但是，要设想一个引起延迟发射的机制，特别是这个机制又要与裂变统计观点协调，是十分困难的。

Boneh等(1967)曾研究过决定初始运动学变量$E_{\alpha 0}$，E_{f0}和D的唯一性问题。他们发现，如表 XIV-4所示，$E_{\alpha 0}$在很大的范围内变化所形成的初始条件，都能再现实验测得的α粒子最可几能量、最可几角度以及碎片总动能。三个参数$E_{\alpha 0}$，E_{f0}和D之间是相互关联的，决定了其中任何一个参数就将使另两个参数固定下来。为进一步定下初始值，除了最可几能量和发射角的特性

表 XIV-4

$E_{\alpha 0}$在0.5—5.0MeV范围内的六组初始条件[a]

$E_{\alpha 0}$(MeV)	$D(10^{-13}cm)$	E_{f0}(MeV)	E_α(MeV)	θ_l(度)	E_f(MeV)
0.2	20.7	0	15.2	85	167
0.5	21.0	1.8	15.9	85	166
1.0	21.7	7.3	16.1	85	166
2.0	23.5	19.8	16.0	85	166
3.0	26.0	34.4	15.5	86	167
5.0	30.0	52.3	16.2	87	169

a．碎片间距D及碎片初始动能E_{f0}调整到满足下列条件：$\theta_l \simeq 85°$时$\bar{E}_f \simeq 167$ MeV而$\bar{E}_\alpha \simeq 15.9$MeV。其余的初始参数为$R=1.4$，$Y_0=0$，$\theta_0=90°$。[引自Boneh 等(1967)。]

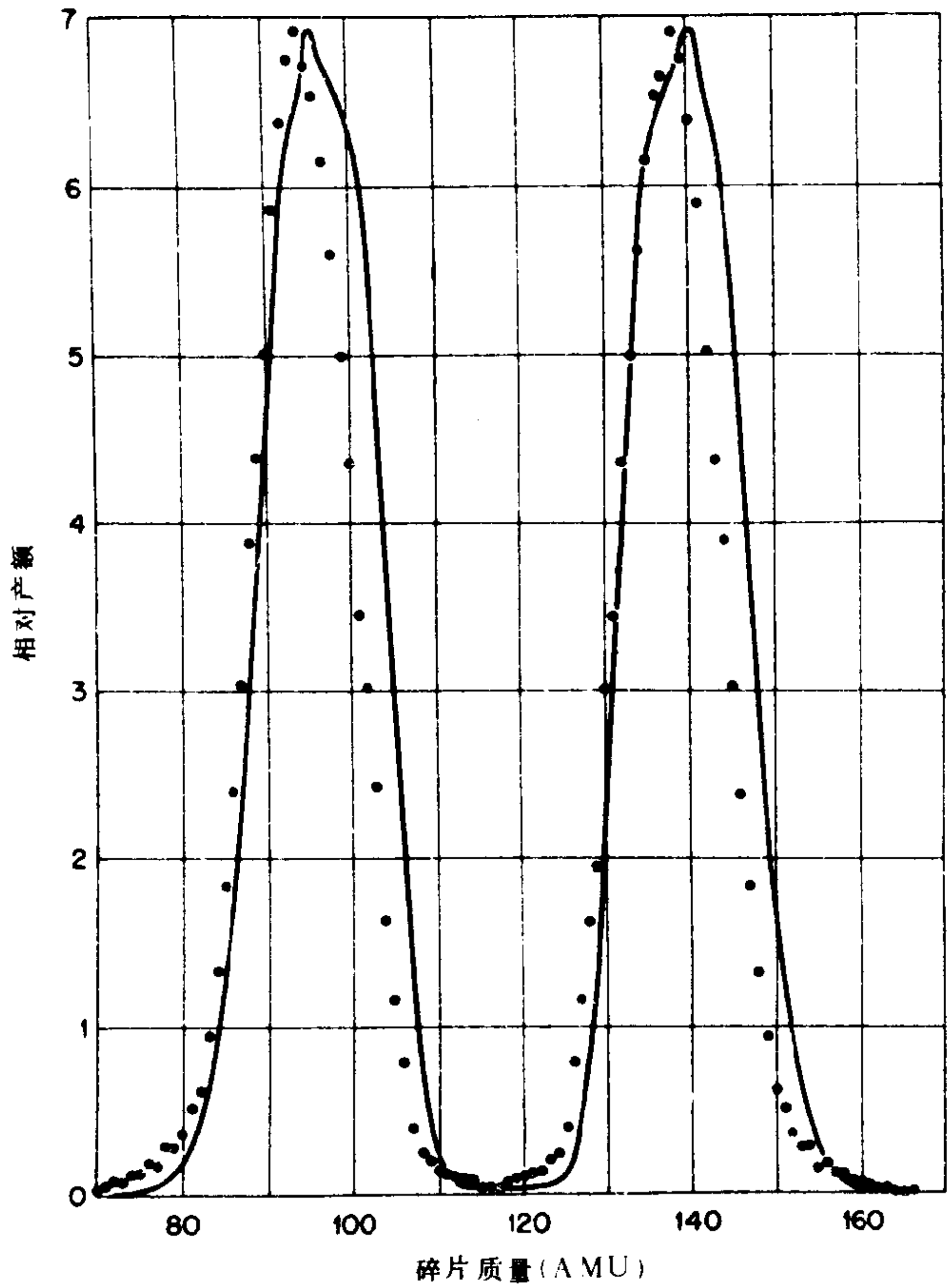
外，还必须求助于实验测得的其他特性。有两方面的实验数据特别有关系。一个是角分布宽度，因为当初始能量$E_{\alpha 0}$非常小时，算出来的角分布将太窄。与此问题有关的第二个特性是最终的α粒子动能和碎片总动能之间的关联。这个关联是负向的，而且反关联的强度随着初始α粒子能量$E_{\alpha 0}$的减少而增加。尽管实验上观察到了显着的反关联，它与计算结果比较只是再次表明，$E_{\alpha 0}$应当大于1MeV。但是这些结论是否成立在某种程度上还取决于对其他动力学参数分布的假设。

概括地来说，轨迹计算与实验比较提供了不少证据，说明在α粒子伴随裂变中，在释放α粒子的时候，碎片具有相当大的动能。根据前面第1节讨论的发射过程机制，释放α粒子的时刻应该非常接近于断裂时刻。如果我们接受了这样的认识，即对于α粒子伴随裂变，碎片在断裂时的动能不太小，那么我们还可以怀疑，这个结论对两分裂是否适用。当然，有足够的证据说明，α粒子伴随裂变与两分裂在很多方面是非常相象的，例如，碎片的质量分布以及总动能和质量比的关系。另一方面，显然只有对应于初生碎片的变形超过平均值(因而碎片间距D大于平均值)的那种断裂组态，才有可能发射出α粒子。在颈部被拉得很长的情况下，断裂时的初始动能可能比一般变形情况下的要大。仔细研究轻粒

子能谱和角分布两者与碎片最终总动能之间的依赖关系，或许可以得到碎片初始速度与碎片间距之间的关联，由此又有可能外推到两分裂条件下典型的碎片间距时的情况。

5．α粒子伴随裂变的几率与质量分配的关系

前面我们曾提到，轻粒子伴随裂变在动能分布和质量比分布方面都是很典型的。图XIV-18是^{235}U的两分裂及三分裂的质量分



图XIV-18 ^{235}U热中子引起裂变时碎片的相对质量产额。(—)两分裂，(·)三分裂。两种产额以峰值作归一。[引自Schmitt等(1962)。]

布，两者定性相似。人们还测量了其他一些裂变体系两分裂及三分裂的质量产额曲线，包括^{252}Cf的自发裂变、α粒子引起^{238}U裂变以及质子引起^{226}Ra和^{230}Th裂变。所有这些裂变的两分裂和三分裂的质量分布定性地来说都是很相象的。图XIV-19是^{226}Ra的测量结果。

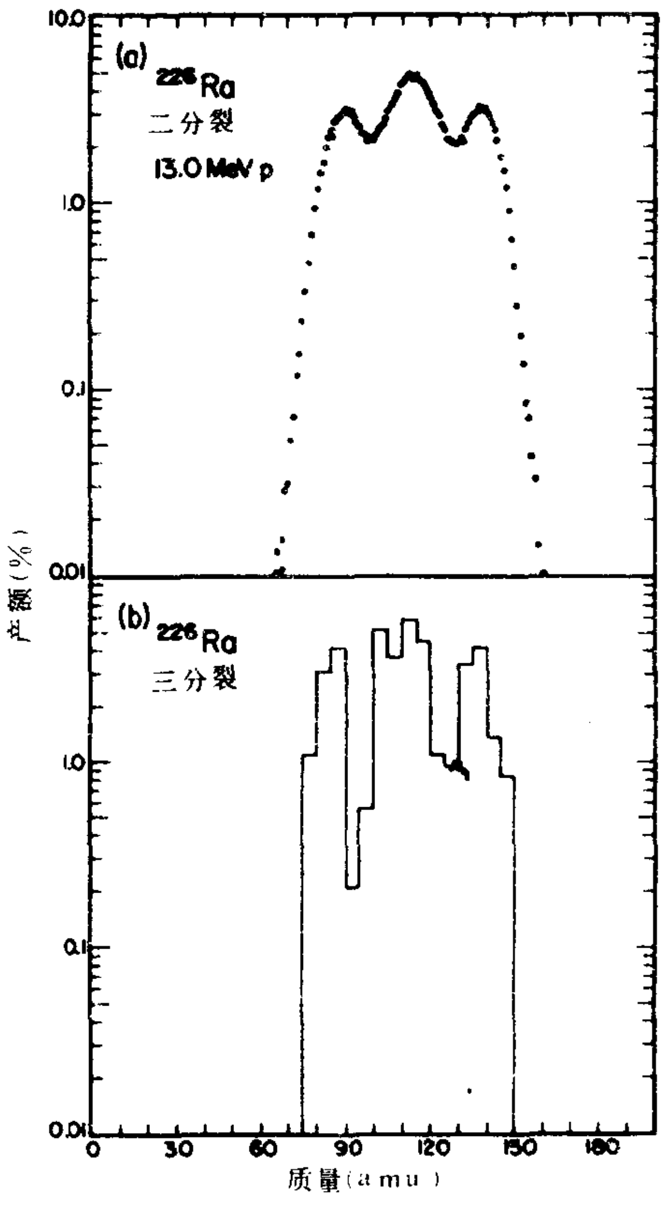


图 XIV-19 ^{226}Ra的两分裂及带电粒子伴随裂变质量产额曲线的比较。[引自Perry(1970)。]

除了看到两分裂和三分裂的质量分布定性相似之外，人们还对寻找两分裂和α粒子伴随裂变的质量分布之间的细致差别特别感兴趣。从图XIV-18可以看出，三分裂的产额曲线上，轻、重碎

片群中比较重的那部分比起两分裂来都有一个位移；而比较轻的那部分都与两分裂的重叠在一起。有时人们会问：α粒子究竟是从哪个碎片出来的？这样提问题实际上已经否定了α粒子由两个碎片抽取的核子组成的可能性。α粒子发射几率与碎片质量的关系关键取决于对α发射过程中每个碎片丢失的核子数所作的假定。Halpern（1965）曾强调指出，两分裂与三分裂质量分布之差，既不能唯一地只归因于发射几率有一个随碎片质量的变化关系，也不能唯一地只归因于某个碎片贡献给α粒子的核子数目有一个随碎片质量的变化关系。图 XIV-20表达了这个观点。另外，我们也不可能从实验上区分出，例如，在某一质量比时产生的α粒子到底是其中三个粒子来自重碎片，一个粒子来自轻碎片呢，还是组成α粒子的全部粒子在总事件数的3/4中来自重碎片，1/4来自轻碎片。

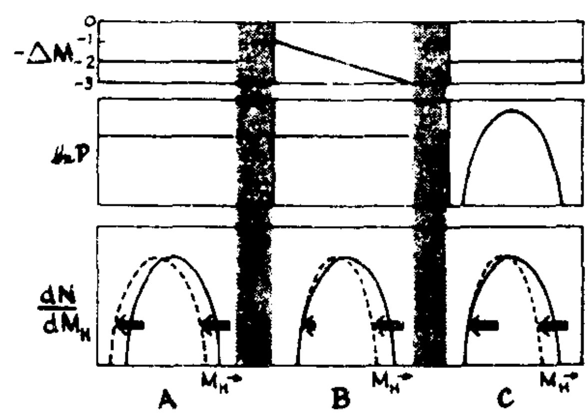


图 XIV-20 两分裂与三分裂碎片质量分布理想化的比较。三分裂的质量分布(---)可以从两分裂的分布求得。这里，需要对于每一个两分裂质量分配确定下面两个参数：(i)发射一个α粒子的几率P，(ii) α粒子从某个碎片，比如说，从重碎片获得的平均粒子数ΔM(因而从轻碎片获得的粒子数为$4-\Delta M$)。A、B、C三个图下部的虚线是根据测得的两分裂质量分布(图下部的实线)分别按以下三种假设求得的三分裂的质量分布：(A)发射一个α粒子的几率P与质量分配无关，而且每个碎片各给α粒子两个粒子($\Delta M=2$)，这样，三分裂质量分布只是把两分裂质量分布简单地向下平移两个质量单位的结果，这与实验不符。(B)P如前，但ΔM随碎片质量作线性变化，如图B上部所示。(C)ΔM如同(A)，但P随碎片质量的变化如图C中部所示。由(B)和(C)得到的三分裂的质量分布没有区别，都与实际观察结果相似，所以不能唯一地根据ΔM或者P来解释三分裂的质量分布。[引自Halpern（1971）。]

要想了解 α 粒子是从什么地方产生的，最好是问一问哪一种碎片损失了能量，而不是问哪一种碎片损失了“质量”。一个碎片如果用其一部分形变能发射了一个 α 粒子，那么可以预期它发射的中子数就会少一些。比较一下两分裂和三分裂的中子产额随碎片质量变化的关系，就可以推导出碎片的能量损失随其质量而变化的关系。Nardi和Fraenkel (1970)已经用^{252}Cf 做了这样的实验。他们发现，在断裂时形变大于平均值的那些碎片(由两分裂时的 ν 值指示出来)，在 α 粒子伴随裂变时损失的能量也大于平均值。三分裂时碎片的能量损失与其质量间的关系和 $\nu(A)$类似，呈锯齿状。也就是说，与两分裂比较，α 粒子伴随裂变时，轻、重碎片群里都是较重的那部分损失的能量多。这个结论与我们是否假设构成 α 粒子的核子是来自一个碎片还是来自另一个碎片或者是来自两个碎片实际上是无关的。

总起来说，中子产额数据表明，α 粒子的发射是以断裂点形变能最大的那些碎片减少了激发能为代价的；而质量产额数据则与下列判断一致，即 α 粒子的发射是以形变能最大的那些碎片减少了产额为代价的。

这有可能暗示，对于^{235}U热中子裂变，对称裂变时 α 粒子发射几率或许会增强。这是因为，根据两分裂时的中子产额和释放动能可以知道，对称裂变时两个碎片变形得都很厉害。可以预料，随着激发能的上升，由于壳效应逐渐减弱，储存在变形上的能量与碎片质量的依赖关系将会消失，上述 α 粒子发射几率的增强也会消失。因此，当高能粒子引起裂变时，α 粒子的产额随碎片质量的变化上没有明显的增强(Loveland等，1967)是不足为奇的。

6. α 伴随裂变中的能量平衡

据Nardi和Fraenkel (1970)报道，两分裂和 α 伴随裂变碎片总动能之间的差 $\overline{E}_{KB}-\overline{E}_{KT}$ 对于^{252}Cf是12.8MeV。这个值比简单地只根据两个碎片中有一个损失两个单位电荷而引起库仑势的减少算出来的要大些。这说明，对于 α 伴随裂变当碎片间距等于或大于断裂距离时，其碎片的平均速度小于两分裂碎片在同样

间距时的平均速度。将α伴随裂变的碎片总动能加上α粒子的平均动能16MeV,可以得到三个粒子的总动能,它比两分裂的大 3.2 MeV 。考虑到^{252}Cf在α伴随裂变时放出的中子数比两分裂时少0.65个(Nardi和Fraenkel, 1970; Piekartz等, 1970), 根据$(d\nu/dE)^{-1}=8.7MeV$(这个数值相应于两分裂和三分裂的平均值),可以知道在α伴随裂变时,碎片激发能比两分裂时少5.7MeV 。两分裂和三分裂释放的γ射线总能量差别不超过1MeV(Adamov等, 1967; Ajitanand, 1969)。因此, α伴随裂变释放的总能量比两分裂的少2.5MeV。这个差值比根据 α 粒子平均结合能约5MeV估算出来的略小一些。这个分歧的原因或许可以归因于,至少可以部分归因于三分裂时有较多的偶中子数或偶质子数的碎片,因而释放的能量多一些。Feather(1970)分析比较了两分裂和三分裂时K X射线的几率(Watson等,1967; Watson, 1969),认为α伴随裂变中,偶Z X射线的产额比两分裂的稍高一些。

B. 三个碎片质量差不多的裂变

在发现裂变后不久,就曾考虑到受激发的重核有可能分成三个大小差不多的碎片。早期用乳胶做的实验表明,即使有这种过程发生,其几率也非常小。并且要在乳胶中明确鉴别这种形式的三分裂也很困难,因为两分裂的一个碎片有可能与靶核原子或乳胶材料中的原子发生散射而形成反冲,因而和真的三分裂混淆起来。

最近Muga等人利用较复杂的仪器研究了这种事件。他们采用时间符合方法用几个探测器分别探测三个碎片(Muga, 1965, 1967; Muga和Rice, 1969; Muga等, 1967)。他们报告说,对于热中子引起铀、钚同位素裂变,三分裂与两分裂事件的相对几率在1比10^5到1比10^6之间。这些三分裂事件可以分成两组:一组事件里的轻碎片质量在30附近,另一组里的轻碎片质量在50—60之间。有人曾试图通过放射化学方法来鉴定这些轻碎片,但未能成功(Stoenner和Hillman, 1966; Prestwood 和 Bayhurst,

1966)。他们测得的A在30—60之间的约16个放射性核素的产额比Muga用探测器测到的要小好几个数量级。如果要调和两种实验结果的话，就必须认为三分裂过程的选择性是非常强的。

Steinberg等(1970)最近提出，探测器的测量结果可以作重新解释，认为是由于两分裂的一个碎片在靶或靶底衬上散射所造成。这种贡献的可能性与探测器之间的角度、探测器所张的角度以及源的有限大小有密切的关系。以前Muga也曾考虑过散射问题，并进行了许多试验，包括三分裂和两分裂的比值和靶厚无关等，从而排除了散射的可能性。这个矛盾的解决有待于进一步的实验工作。如果源的尺寸小些，探测器的张角小一些，可望大大减少散射。但应该看到由于这种事件太少，采用比较严格的几何条件实际上是很困难的。

虽然在低能裂变时试图用放化法鉴别出由三分裂产生的非常轻的碎片未能成功，但Iyer和Cobble（1966，1968）却在高激发能情况下用放化法成功地鉴别出$A=20-40$的碎片。^{28}Mg及^{38}S相对于两分裂的产额与激发能强烈有关，见图 XIV-21。很明显，如果把曲线外推到Muga等人进行实验的激发能能区，那么产额将比观测到的小几个数量级。

从图 XIV-22上的质量产额曲线可以看出，归属于三分裂的轻碎片和普通两分裂的碎片之间分得很清楚。为了核对质量为20—40之间的产物是否有可能是极不对称的两分裂产物，最好再测一下预计和它互补的重碎片的产额。不幸的是迄今为止所报道的测量还不能检验出这一点。图 XIV-22上Au、Pb 核素的上限是在下述假定条件下算出来的表观值，即假定这些核从厚靶（千分之一英寸厚的铀）上的反冲效率与其互补碎片的反冲效率相等。但如果它们是两分裂碎片的话，那么其动能将是互补轻碎片动能的1/5或更少些。因此，根据现有资料对于问题中的互补碎片产额的了解，还不可能排除两分裂的可能。

有一些关于轻碎片^{28}Mg动能的数据。Iyer和Cobble(1968)测量了α粒子引起^{238}U裂变放出的^{28}Mg的射程，他们把逃逸到靶

前靶后捕集薄膜里^{26}Mg的量与靶本身里面^{28}Mg的量进行了比较，求出^{28}Mg在铀里的射程为12 mg/cm^2。令人奇怪的是，虽然当α粒子的轰击能量在40—118MeV之间，^{28}Mg的射程与入射α粒子能量无关，但30MeV^{3}He引起裂变时，射程却比^{4}He引起裂变的要小25%（MacMurdo和Cobble 1969）。由α粒子引起裂变产生的^{28}Mg的射程测量估算出的动能数值在40MeV至100MeV之间变化，而50MeV可能是一个接近真实的值（Iyer和Cobble，1966，1968）。从两分裂估计的数值近似为70MeV。

如果$A=20$—40之间的裂变产物来自三分裂，则其产额随质量数的增加而下降，与图XIV-4上更轻粒子（$A=4$—16）的行径是

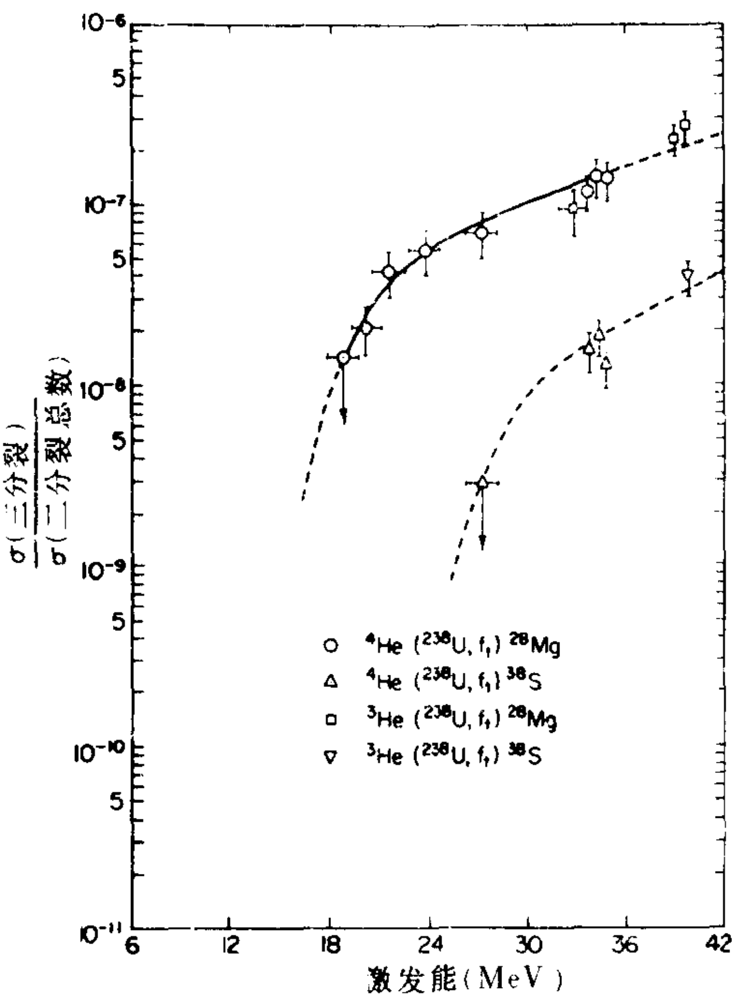
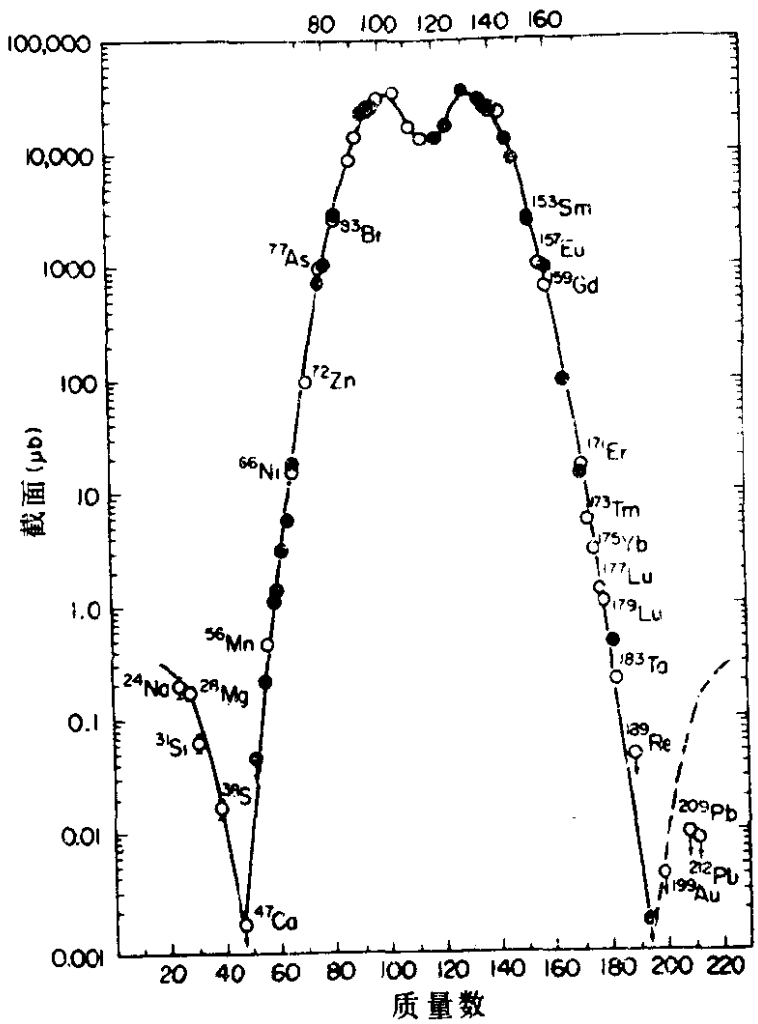


图 XIV-21 ^{28}Mg及^{38}S的产额与两分裂总产额之比随激发能的变化。［引自Iyer和Cobble（1966）。］



图XIV-22　30.6MeV ^3He离子引起^{238}U裂变的质量产额分布。(---)表示从假定的两裂变事件中轻碎片产额求出的相应重碎片的产额。[引自MacMurdo和Cobble(1969)。]

定性一致的。较重粒子的产额和激发能有很强的依赖关系，而较轻粒子(α)的产额随激发能的变化则相对不灵敏，所以不可能作更定量的比较。较重粒子的产额与激发能的关系较强，这可能简单地反映了产生较重的碎片需要消耗的能量更多。

对于激发能大、Z^2/A值也高的核，分裂成为三块大小差不多碎片的证据十分明显（Fleischer等，1966；Karamyan等，1967；Perelygin等，1969)。用400MeV的氩离子轰击钍时，三分裂与两分裂的比值可达0.03。在重离子引起重元素靶核裂变的情况下，产生三个碎片的机制可能有两种。在“真”三分裂事件

中，同时形成两个颈，导致三个碎片。第二种机制被称为“级联”裂变（Karamyan等，1967）：通常的两分裂产生的重碎片还可能有足够的激发能再发生裂变。图 XIV-23 示意地画出了这两种过程。可以定量地估计这种级联裂变的几率如下（Muzychka等，1968），

$$P_{3f}=\sum_{A_{\text{hin}}}P_{\varepsilon}(A)W_f{}^E(A)$$

这里，$P_{\varepsilon}(A)$是当复合核的激发能给定为ε时，两分裂中质量为A的重碎片的相对产额，$W_f{}^E(A)$是质量为A，激发能为E的重碎片的裂变几率。假定初始裂变时可利用的激发能在碎片间的分配与其质量成正比，就可算出E的数值。此种情况下质量产额曲线可用一个高斯分布来描述，其宽度与初始激发能及Z^2/A均有关系。从实验数据可以定出这些依赖关系，因而可以算出$P_{\varepsilon}(A)$来。两分裂碎片的裂变几率可表示为

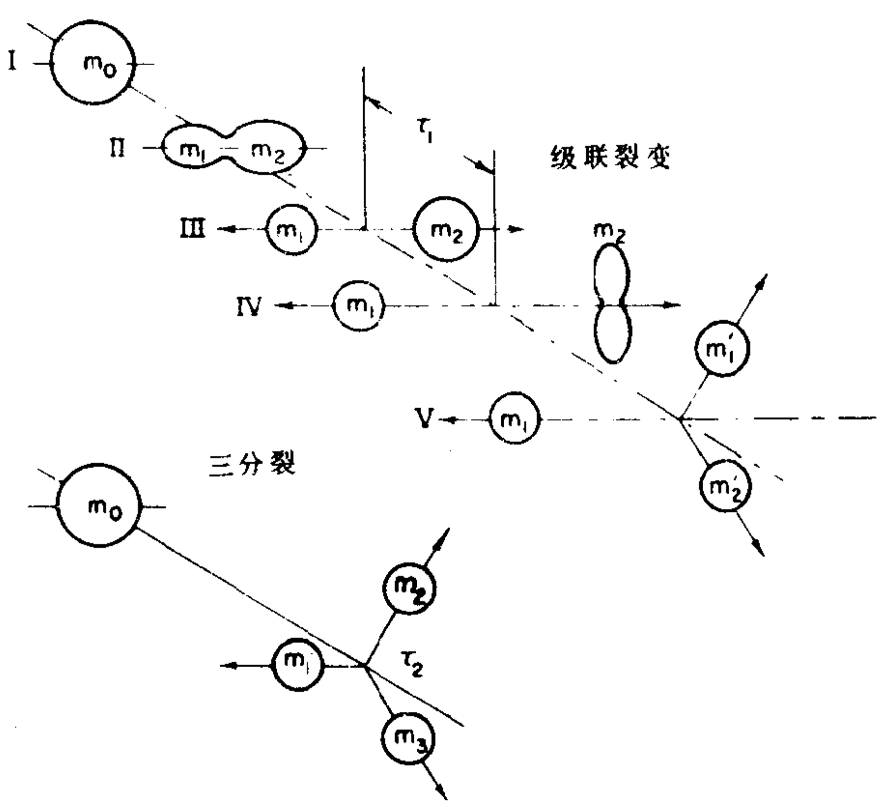
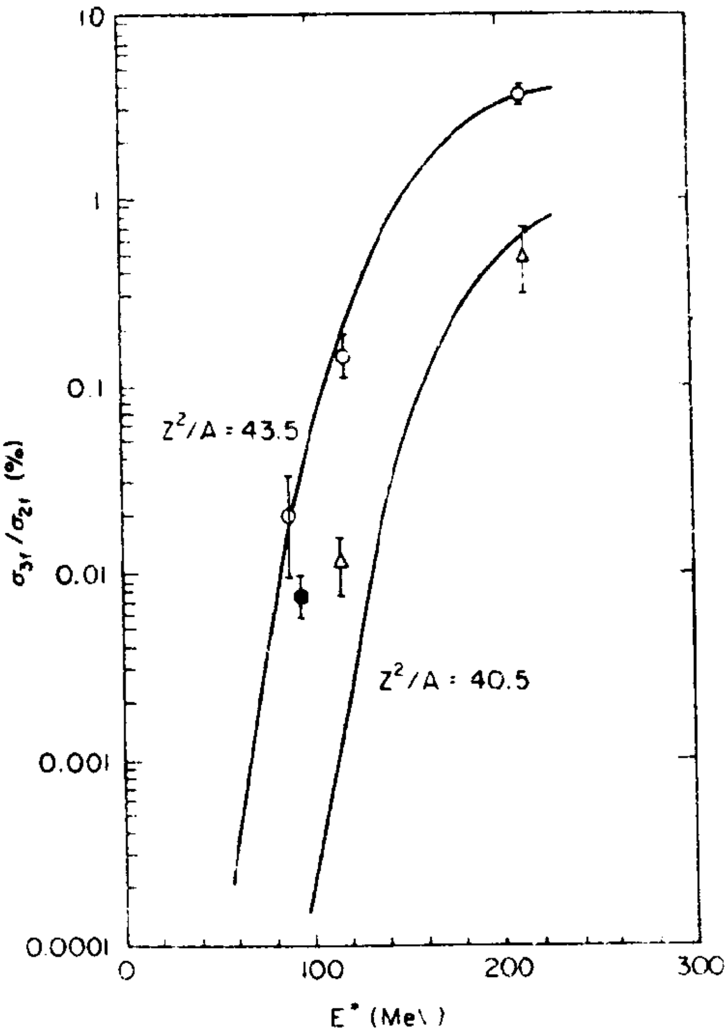


图 XIV-23　两种可能的裂变成三个碎片的机制示意图。[引自Muzychka等(1968)。]

$$W_f^E = \sum_i [\Gamma_{fi}/(\Gamma_{fi}+\Gamma_{ni})] \prod_{k=0} \Gamma_{nk}/(\Gamma_{nk}+\Gamma_{fk})$$

这里，对i求和的范围遍及裂变前发射的中子数。实际上只要考虑前两项或三项就够了。裂变宽度Γ_f和中子宽度Γ_n也是能量的函数，可用方程式(Ⅶ-7)求出来。方程式中的能级密度参数是这样来选定的，即在一个适当的质量范围内使能再现Γ_f/Γ_n与能量的已知关系。按上述方法算出的结果与实验数据的比较如图XIV-24所示。从两者的比较可知，除了在Z^2/A和激发能都很低的情况之外，所有的三分裂都可看作为级联裂变。



图XIV-24 根据级联裂变机制算出的三分裂与两分裂相对几率(—)与实验数据的比较。实验点：(○)$^{238}U+^{40}Ar$，(●)$^{238}U+^{22}Ne$，(△)$Pb+^{40}Ar$。[引自Karamyan等(1967)。]

参 考 文 献

Adamov, V. M., Drapchinskii, L. V., Kovalenko, S. S., Petrzhak, K. A., and Tyutyugin, I. I. (1967). *Sov. J. Nucl. Phys.* **5**, 30.

Ajitanand, N. N. (1969). *Nucl. Phys. A* **133**, 625.

Andreev, V. N., Nedopekin, V. G., and Rogov, V. I. (1969). *Sov. J. Nucl. Phys.* **8**, 22.

Blocki, J., Chwaszczewska, J., Dakowski, M., Krogulski, T., Piasecki, E., Sowinski, M., Stegner, A., and Tys, J. (1969). *Nucl. Phys. A* **127**, 495.

Boneh, Y., Fraenkel, Z., and Nebenzahl, I. (1967). *Phys. Rev.* **156**, 1305.

Bowman, H. R., Milton, J. C. D., Thompson, S. G., and Swiatecki, W. J. (1962). *Phys. Rev.* **126**, 2120.

Carles, C. Asghar, M., Doan, T. P., Chastel, R. and Signanbieux, C. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 130. IAEA, Vienna.

Cosper, S. W., Cerny, J., and Gatti, R. C. (1967). *Phys. Rev.* **154**, 1193.

Dakowski, M., Chwaszczewska, J., Krogulski, T., Piasecki, E., and Sowinski, M. (1967). *Phys. Lett. B* **25**, 213.

Feather, N. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 83. IAEA, Vienna.

Feather, N. (1970). *Phys. Rev. C* **1**, 747.

Fleischer, R. L., Price, P. B., Walker, R. M., and Hubbard, E. L. (1966). *Phys. Rev.* **143**, 943.

Fluss, M. J., Kaufman, S. B., Steinberg, E. P., and Wilkins, B. D. (1973). *Phys. Rev., C* **7**, 353.

Fong, P. (1970). *Phys. Rev. C* **2**, 735.

Fraenkel, Z. (1967). *Phys. Rev.* **156**, 1283.

Fraenkel, Z., and Thompson, S. G. (1964). *Phys. Rev. Lett.* **13**, 438.

Fuller, R. W. (1962). *Phys. Rev.* **126**, 684.

Gazit, Y., Katase, A., Ben-David, G., and Morch, R. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 130. IAEA, Vienna.

Gazit, Y., Nardi, E., and Katcoff, S (1970). *Phys. Rev. C* **1**, 2101.

Halpern, I. (1963). CERN Rep. 6812/P, unpublished.

Halpern, I. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **2**, p. 369. IAEA, Vienna.

Halpern, I. (1971). *Annu. Rev. Nucl Sci.* **21**, 245.

Iyer, R. H., and Cobble, J. W. (1966). *Phys. Rev. Lett.* **17**, 541.

Iyer, R. H., and Cobble, J. W. (1968). *Phys. Rev.* **172**, 1186.

Kapoor, S. S., Ramanna, R., and Rama Rao, P. N. (1963). *Phys. Rev.* **131**, 283.

Karamyan. S. A., Kuznetsov, V. I., Oganesyan, Yu. Ts., and Penionzhkevich, Yu. E. (1967). *Sov. J. Nucl. Phys.* **5**, 684.

Katase, A. (1968). *J. Phys. Soc. Jap.* **25**, 933.

Krogulski, T., and Blocki, J. (1970). *Nucl. Phys. A* **144**, 617.

Krogulski, T., Chwaszczewska, J., Dakowski, M., Piasecki, E., Sowinski, M., and Tys, J. (1969). *Nucl. Phys. A* **128**, 219.

Loveland, W. D., Fairhall, A. W., and Halpern, I. (1967). *Phys. Rev.* **163**, 1315.

MacMurdo, K. W., and Cobble, J. W. (1969). *Phys. Rev.* **182**, 1303.

Milton, J. C. D., and Fraser, J. S. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **2**, p. 39. IAEA, Vienna.

Muga, M. L. (1965). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, Salzburg, 1965*, **2**, p. 409. IAEA, Vienna.

Muga, M. L. (1967). *Phys. Rev. Lett.* **18**, 404.

Muga, M. L., and Rice, C. R. (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 107. IAEA. Vienna.

Muga, M. L., Rice, C. R., and Sedlacek, W. A. (1967). *Phys. Rev.* **161**, 1266.

Musgrove, A. R. de L. (1971). *Austral. J. Phys.* **24**, 129.

Muzychka, Yu. A., Oganesyan, Yu. Ts., Pustylnik, B. I., and Flerov, G. N. (1968). *Sov. J. Nucl. Phys.* **6**, 222.

Nagy, L., Nagy, T., and Vinnay, I. (1969). *Sov. J. Nucl. Phys.* **8**, 257.

Nardi, E., and Fraenkel, Z. (1970). *Phys. Rev. C* **2**, 1156.

Nardi, E., Boneh, Y., and Fraenkel, . . (1969). *Proc. IAEA Symp. Phys. Chem. Fission, 2nd, Vienna, 1969*, p. 143. IAEA, Vienna.

Natowitz, J. B., Khodai-Joopari, A., Alexander, J. M., and Thomas, T. D. (1968). *Phys. Rev.* **169**, 993.

Nobles, R. A. (1962). *Phys. Rev.* **126**, 1508.

Perelygin, V. P., Shadieva, N. H., Tretiakova, S. P., Boos, A. H., and Brandt, R. (1969). *Nucl. Phys. A* **127**, 577.

Perry, D. G. (1970). Thesis, Univ. of Washington, Seattle, unpublished.

Piasecki, E., Dakowski, M., Krogulski, T., Tys. J., and Chwaszczewska, J. (1970). *Phys. Lett. B* **33**, 568.

Piekartz, H., Blocki, J., Krogulski, T., and Piasecki, E. (1970). *Nucl. Phys. A* **146**, 273.

Prestwood, R. J., and Bayhurst, B. P. (1966). *Amer. Chem. Soc. Meeting, 151st, Pittsburgh, Pennsylvania, 1966.*

Raisbeck, G. M., and Thomas, T. D. (1968). *Phys. Rev.* **172**, 1272.

Rajagopalan, M., and Thomas, T. D. (1972). *Phys. Rev. C* **5**, 2064.

Roy, J. C. (1961). *Can. J. Phys.* **39**, 315.

Schmitt, H. W., Neiler, J. H., Walter, F. J., and Chetham-Strode, A. (1962). *Phys. Rev. Lett.* **9**, 427.

Skarsvåg, K., and Bergheim, K. (1963). *Nucl. Phys.* **45**, 72.

Steinberg, E. P., Wilkins, B. D., Kaufman, S. B., and Fluss, M. J. (1970). *Phys. Rev. C* **1**, 2046.

Stoenner, R. W., and Hillman, M. (1966). *Phys. Rev.* **142**, 716.

Terrell, J. (1962). *Phys. Rev.* **127**, 880.

Thomas, T. D., and Whetstone, S. L., Jr. (1966). *Phys. Rev.* **144**, 1060.

Vandenbosch, R. (1963). *Nucl. Phys.* **46**, 129.

Vitta, P. B. (1971). *Nucl. Phys. A* **170**, 417.

Vorobiev, A. A., Seleverstov, D. M., Grachov, V. T., Kondurov, I. A., Nikitin, A. M., Yegorov, A. I., and Zalite, Yu. K. (1969a). *Phys. Lett. B* **30**, 332.

Vorobiev, A. A., Grachev, V. T., Komar, A. P., Kondurov, I. A., Nikitin, A. M., and Seleverstov, D. M. (1969b). *Sov. J. At. Energy* **27**, 713.

Watson, R. L. (1969). *Phys. Rev.* **179**, 1109.

Watson, R. L., Bowman, H. R., and Thompson, S. G. (1967). *Phys. Rev.* **162**, 1169.

Whetstone, S. L., Jr., and Thomas, T. D. (1967). *Phys. Rev.* **154**, 1174.